

锁相鉴频器混沌现象的研究¹

谭永明 邓立虎* 郑继禹**

(东莞理工学院电子工程系 东莞 523106)

*(东莞理工学院应用数学系 东莞 523106)

** (桂林电子工业学院电子工程系 桂林 541004)

摘要 该文研究无线电技术与现代通信领域广泛使用的锁相鉴频器中的混沌现象。利用 Mel'nikov 方法,证明了当输入信号参数、系统参数满足一定条件时,锁相鉴频器有混沌信号输出。通过电路实验,从频谱分析仪上观察到电路出现混沌时,压控振荡器输出端的连续频谱,进一步证实了锁相鉴频器电路中存在混沌现象。实验结果与理论分析相吻合。文中的结论对实际设计和应用锁相鉴频器,具有重要的指导意义。

关键词 锁相鉴频器,混沌, Mel'nikov 方法,连续频谱

中图分类号 TN76

1 引言

锁相稳频与锁相鉴频是锁相技术在无线电技术与现代通信领域中的主要应用^[1]。文献 [2] 在研究取样锁相环频率合成器的过程中发现:压控振荡器的输出频率在一定的工作情况下(例如鉴频器的鉴频增益超过某一临界值时),用频谱分析仪观察,在载频主信号谱周围较宽频带内,出现许多非对称、非谐频关系的“簇状峰”谱结构,严重影响了合成器输出信号频谱纯度。文献 [3] 从理论上证明了这种现象是由于环路参数设计不当所导致的混沌,并给出了系统参数与混沌之间的关系区域。最近,本文作者在设计和调试锁相鉴频器时也发现了与文献 [2] 所述相类似的现象,即当系统参数设计不合理或调节输入信号的调频指数超过某一临界值时,输出信噪比急剧下降,最终会出现门限效应。这时用频谱分析仪观察压控振荡器的输出,同样观察到载频主信号谱周围较宽频带内,出现许多非对称、非谐频关系的“簇状峰”谱结构,严重时会导致环路失锁,鉴频器不能正常工作。本文针对这种现象,利用 Mel'nikov 方法分析和研究这种现象,从理论上证明了当输入信号参数、系统参数满足一定条件时,系统输出混沌信号,并给出了产生混沌的区域。最后通过电路实验,调节系统输入信号参数、系统参数满足混沌区域的条件,观察到压控振荡器的输出信号频谱为连续谱。进一步证实了锁相鉴频器电路中存在混沌现象。实验的结果与理论分析相吻合。

2 系统模型及方程

锁相鉴频器的相位模型如图 1 所示。由于 $U_c(t)$ 可充分反映调制信号的变化规律,用作鉴频输出电压。为分析方便,省略了后面的输出滤波。

图中, $\theta_1(t)$ 为输入相位, K_φ , K_V 分别为鉴频增益和压控增益, $h(\theta_e)$ 为鉴相特性曲线, S 代表 d/dt , 取滤波器为二阶一型环滤波器,即 $F(s) = 1/(1 + s\tau)$

下面推导环路方程:

¹ 2001-01-02 收到, 2001-09-28 定稿

国家自然科学基金资助项目 (No: 19871005)

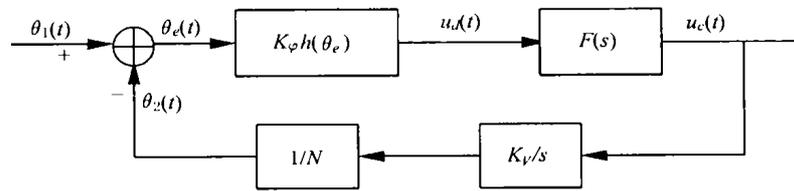


图 1 锁相鉴频器的相位模型

$$\theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t) \tag{1}$$

$$u_d(t) = K_\varphi h(\theta_e) \tag{2}$$

$$u_c(t) = (s/K_V)\theta_2(t) \tag{3}$$

$$u_d = (1 + s\tau)u_c(t) = u_c(t) + s\tau u_c(t) \tag{4}$$

将 (3) 式代入 (4) 式得

$$u_d(t) = (s/K_V)\theta_2(t) + (\tau s^2/K_V)\theta_2(t) \tag{5}$$

将 (1), (2) 式代入 (5) 式得

$$\frac{d^2\theta_e(t)}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\theta_e(t)}{dt} + \frac{k_\varphi K_V}{\tau} h(\theta_e) = \frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\theta_1(t)}{dt} \tag{6}$$

假设输入信号是被正弦信号调制的调频信号, 其表示式为

$$u_i(t) = V_i \sin[\omega_i t + \frac{\Delta\omega_i}{\Omega} \sin \Omega t] = V_i \sin(\omega_i t + m_f \sin \Omega t)$$

式中 $\Delta\omega_i/\Omega = m_f$ 为调制指数, $\Delta\omega_i$ 与 Ω 分别为调制频偏与调制角频率. 输入相位 $\theta_1(t)$ 为

$$\theta_1(t) = m_f \sin \Omega t, \quad \frac{d\theta_1(t)}{dt} = m_f \Omega \cos \Omega t, \quad \frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} = -m_f \Omega^2 \sin \Omega t$$

于是 (6) 式变为

$$\frac{d^2\theta_e(t)}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\theta_e(t)}{dt} + \frac{k_\varphi K_V}{\tau} h(\theta_e) = -m_f \Omega^2 \sin \Omega t + \frac{\Omega}{\tau} m_f \cos \Omega t \tag{7}$$

3 理论结果

先简要叙述 Mel'nikov 方法^[4-6], 设二维自治的无扰系统

$$\dot{x} = f(x) \tag{8}$$

有一条同宿轨道, 其中 $x \in R^2$, $f: R^2 \rightarrow R^2$ 是光滑函数, 与系统 (8) 式相应的扰动系统为

$$\dot{x} = f(x) + \varepsilon g(x, t) \tag{9}$$

其中 ε 为一个较小的正数, $g: R^2 \times s^1 \rightarrow R^2$ 是关于变量 t 具有周期 T 的光滑函数, 由此可以作出 Mel'nikov 积分:

$$M(t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(q^0(t)) \wedge g(q^0(t), t + t_0) \cdot \exp\left\{-\int_0^t \text{tr} Df(q^0(s)) ds\right\} dt \quad (10)$$

其中 $q^0(t) = (u^0(t), v^0(t)) \in R^2$ 表示无扰系统 (8) 式的同宿轨道, $f \wedge g = f_1 g_2 - f_2 g_1$, $\text{tr} A$ 为矩阵 A 的迹.

当 Mel'nikov 积分 $M(t_0)$ 有简单零点时, 系统 (8) 式的同宿轨道经扰动破裂后会出现 homoclinic 混沌解. 即扰动系统 (9) 式有 homoclinic 混沌解. 特别是, 对于无扰系统 (8) 式, 若存在能量函数 $H(u, v)$ 使得 $u' = \partial H / \partial v = f_1(u, v)$, $v' = -\partial H / \partial u = f_2(u, v)$, 则 $\text{tr} Df(x) = \partial f_1 / \partial u + \partial f_2 / \partial v = 0$ 此时 Mel'nikov 积分简化为

$$M(t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(q^0(t)) \wedge g(q^0(t), t + t_0) dt \quad (11)$$

下面我们运用 Mel'nikov 方法^[3,4]来研究锁相鉴频器系统, 其系统方程 (7) 式经过变换 $x_1(t) = \theta_\varepsilon(t)$, $x_2(t) = x_2(t)$ 后, 变为如下一阶方程组:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -(K_V K_\varphi / \tau) h(x_1) - (1/\tau) x_2 - m_f \Omega^2 \sin \Omega t + (\Omega/\tau) m_f \cos \Omega t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

无扰系统为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -(K_V K_\varphi / \tau) h(x_1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

扰动项为

$$\varepsilon g(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -(1/\tau) x_2 - m_f \Omega^2 \sin \Omega t + (\Omega/\tau) m_f \cos \Omega t \end{bmatrix} \quad (14)$$

我们采用正弦鉴频特性, 即 $h(x_1) = \sin x_1$, 此时无扰系统 (13) 式变为

$$\ddot{x}_1 = (K_V K_\varepsilon) / (\tau) \sin x_1 = 0 \quad (15)$$

有鞍点: $(\pi, 0)$. 可求得无扰系统 (15) 式的同宿轨道为

$$\begin{aligned} \Gamma_0^u &: (x_{1u}^0(t), x_{2u}^0(t)) = (\arcsin(\text{th}(At)), 2A \text{cth}^{-1}(At)) \\ \Gamma_0^l &: (x_{1l}^0(t), x_{2l}^0(t)) = (-\arcsin(\text{th}(At)), -2A \text{cth}^{-1}(At)) \end{aligned}$$

其中 $A = \sqrt{K_V K_\varphi / \tau}$. 由 (11) 式, 取 $q^0(t) = (x_{1u}^0(t), x_{2u}^0(t))$, 有

$$\begin{aligned} M(t_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_{2u}^0(t) \left[-\frac{1}{\tau} x_{2u}^0(t) - m_f \Omega^2 \sin \Omega(t + t_0) + \frac{\Omega}{\tau} m_f \Omega^2 \cos \Omega(t + t_0) \right] dt \\ &= -\frac{8A}{\tau} - \frac{2\pi m_f}{\text{cth}[(\pi\Omega)/(2A)]} \sqrt{\frac{\Omega^2}{\tau^2} + \Omega^4} \sin(\Omega t_0 + \alpha) \end{aligned}$$

其中 $\alpha = \arctg \Omega^2 \cdot \tau$, $\text{cth}(\cdot)$ 为双曲余切函数.

取 $q^0(t) = (x_{1i}^0(t), x_{2i}^0(t))$, 同理可得

$$M(t_0) = -\frac{8A}{\tau} + \frac{2\pi m_f}{\text{cth}[(\pi\Omega)/(2A)]} \sqrt{\frac{\Omega^2}{\tau^2} + \Omega^4} \sin(\Omega t_0 + \alpha)$$

令 $M(t_0) = 0$, 解得

$$\sin(\Omega t_0 + \alpha) = \pm \frac{4A \text{cth}[(\pi\Omega)/(2A)]}{\pi m_f \sqrt{\Omega^2 + \tau^2 \Omega^4}} = H$$

得到 $t_0 = (1/\Omega)[\arcsin H - \alpha]$ 为 $M(t_0)$ 的零点.

由于 $M'(t_0) = \pm \frac{2\pi\Omega m_f}{\text{cth}[(\pi\Omega)/(2A)]} \sqrt{\frac{\Omega^2}{\tau^2} + \Omega^4} \cos(\Omega t_0 + \alpha)$

当 $\Omega t_0 + \alpha \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$, 也即 $\arcsin H \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$. 进一步 $H \neq \pm 1$ 时, $M'(t_0) \neq 0$. 于是当条件

$$|H| = \left| \frac{4A \text{cth}[(\pi\Omega)/(2A)]}{\pi m_f \sqrt{\Omega^2 + \tau^2 \Omega^4}} \right| < 1 \quad (16)$$

成立时, $t_0 = (1/\Omega)[\arcsin H - \alpha]$ 为 Mel'nikov 积分 $M(t_0)$ 的简单零点, 从而系统 (12) 式有 homoclinic 混沌解, 亦即我们考虑的锁相鉴频器系统 (7) 式有混沌输出.

4 实验结果

目前, 实验中用来确定电路中是否出现混沌, 主要采用相平面法和频谱分析法. 本实验采用频谱分析法, 即用频谱分析仪观察压控振荡器的输出信号频谱是否连续. 若输出信号频谱连续, 则该电路出现混沌.

实验中固定压控振荡器的压控增益 k_V (取 $k_V = 25 \text{kHz/V}$)、鉴相增益 k_φ (取 $k_\varphi = 250 \text{mV/rad}$)、调制信号为单一频率 F (取 $F = 400 \text{Hz}$, $\Omega = 2\pi F$)、低通滤波器电阻 R (取 $R = 10 \text{k}\Omega$), 分别改变调制指数 m_f 、低通滤波器电容 C , 观察压控振荡器的输出信号频谱的变化.

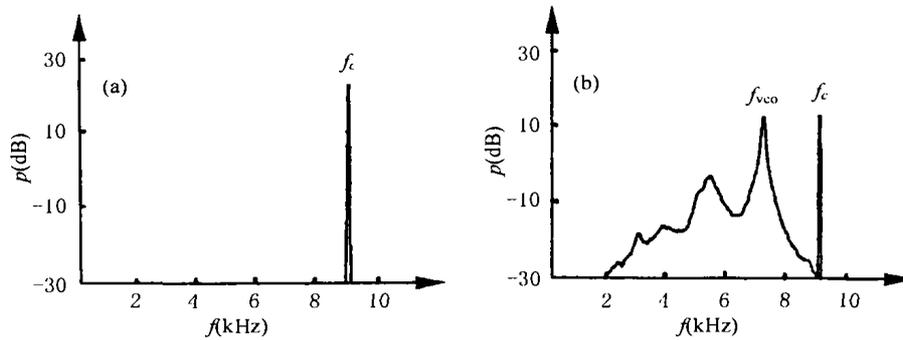
(1) 固定其它参数, 改变 m_f

当 m_f 较小时, 环路锁定, 输出与参考信号源同步, 这是用频谱分析仪观察压控振荡器的输出信号频谱, 表现为离散谱, 如图 2(a) 所示 (图中 f_c 为输入载波频率); 当调节 m_f 逐渐增加到某一临界值 ($m_f = 5.6$), 满足 (16) 式条件时, 电路突然出现反常现象, 表现为环路失锁, 输出与参考信号源不能同步, 这时用频谱分析仪观察压控振荡器的输出信号频谱, 表现为连续谱, 如图 2 (b) 所示 (图中 f_c 为输入载波频率, f_{vco} 为压控振荡器的频率).

(2) 固定其它参数, 改变低通滤波器电容 C

当低通滤波器电容 C 较小时, 环路锁定, 输出与参考信号源同步, 这是用频谱分析仪观察压控振荡器的输出信号频谱, 表现为离散谱, 同图 2(a) 所示; 当调节 C 逐渐增加到某一临界值 ($C = 4.3 \mu\text{F}$), 满足 (16) 式条件时, 电路同样出现反常现象, 这时用频谱分析仪观察压控振荡器的输出信号频谱, 表现为连续谱, 同图 2(b) 所示.

若固定其它参数, 仅改变调制信号角频率 Ω , 当 Ω 在 (16) 式所确定的区域时, 用频谱分析仪观察压控振荡器的输出信号频谱, 同样表现为连续谱. 实验结果与理论分析相吻合.



(a) 入锁状态时的非混沌频谱 (b) 失锁状态时的混沌频谱
图 2 压控振荡器输出信号频谱

5 结 束 语

本文针对锁相鉴频器中出现的一些异常现象, 分析和研究了产生这种现象的原因是由于系统存在混沌, 并利用 Mel'nikov 方法从理论上证明了当具有正弦鉴相特性的锁相鉴频器输入信号参数、系统参数满足一定关系时, 系统有混沌输出, 并给出了各参数与混沌之间的关系 (见 (16) 式)。从 (16) 式可看出: 当锁相鉴频器输入信号参数 (如调制指数 m_f 、调制角频率 Ω)、系统参数 (如鉴相增益 K_ϕ 、压控增益 K_V) 选取不合适时, 系统有混沌输出。因此在实际设计和应用锁相鉴频器时, 各参数的选取应尽量避免满足 (16) 式。为验证理论分析的正确性, 我们做了电路实验, 将频谱分析仪连接到压控振荡器的输出端, 观察到当调节系统输入信号参数、系统参数满足满足 (16) 式时, 系统有混沌输出, 表现为压控振荡器的输出信号频谱为连续谱。从而进一步证实了锁相鉴频器电路中存在混沌现象。实验的结果与理论分析相吻合。

当锁相鉴频器中的鉴相特性为其它分段线性函数时, 可将这种函数及其导数函数展成收敛的傅里叶级数加以考虑, 但估计难度较大, 值得进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 郑继禹, 万心平, 张厥盛, 锁相环原理与应用, 北京, 人民邮电出版社, 1984, 41-52.
- [2] 仇洪冰, 郑继禹, UHF 单环跳频频率合成技术的研究, 桂林电子工业学院学报, 1992, 11(2), 1-8.
- [3] 谭永明, 葛渭高, 郑继禹, 锯齿形采样鉴频频率合成器中的混沌现象的研究, 通信学报, 2001, 22(3), 20-26.
- [4] A. Mees, C. Sparrow, Some tools for analyzing chaos, Proc. IEEE, 1987, 75(8), 1058-1070.
- [5] F. M. A. Salam, S. S. Sastry, Dyna of the forced Josephson hunction circuit, the regions of chaos, IEEE, Trans. on Circuits and Systems, 1985, 32(8), 784-796.
- [6] F. M. A. Salam, J. E. Marsden, P. Vaiya, Chaos and arnold diffusion in dynamical systems, IEEE, Trans. on Circuits and Systems, 1983, 30(9), 697-708.

STUDY OF CHAOTIC PHENOMENA OF PHASE-LOCKED FREQUENCY DETECTOR

Tan Yongming Deng Lihu Zheng Jiyu*

(*Dongguan Institute of Technology, Dongguan 523106, China*)

(**Guilin Institute of Electronic Technology, Guilin 541004, China*)

Abstract This paper studies chaotic phenomena of phase-locked frequency detector that is used extensively in radio technology and modern communication fields. By Mel'nikov's method, phase-locked frequency detector will output chaotic signal when the system's parameter and the parameters of input signal satisfy certain conditions. By circuit experiment, when the circuit outputs chaotic signal, the continuous spectrum of the voltage-controlled oscillator's output is observed from frequency spectrograph. The fact of phase-locked frequency detector exists chaotic phenomena is further verified. The experimental results and theory analysis correspond excellently with one another. The conclusion in this paper has importance directive significance for practical design and application of the phase-locked frequency detector.

Key words Phase-locked frequency detector, Chaos, Mel'nikov's method, Continuous spectrum

谭永明: 女, 1957年生, 副教授, 研究方向为混沌理论及其在通信中的应用.

邓立虎: 男, 1955年生, 教授, 研究方向为微分方程理论及其应用.

郑继禹: 男, 1937年生, 教授, 研究方向为通信中的锁相环理论.