

## 多级嵌套维纳滤波降秩的空时自适应处理器<sup>1</sup>

孙晓昶\*\*\* 皇甫堪\* 袁俊泉\* 王展\*

\*(国防科技大学四院信号处理研究室 长沙 410073)

\*\* (中国卫星海上测控中心 江阴 214431)

**摘要:** 该文将空时处理技术与降秩理论结合应用, 利用多级嵌套维纳滤波降秩空时自适应处理, 这种设计的效果是阵的自由度大大增加, 抗干扰能力有质的提高, 而计算量仍维持很低水平, 收敛速度不受影响。仿真试验用于验证空时处理使阵列自由度提高, 具有在宽带内处理干扰的能力, 同时还表明多级嵌套维纳滤波在很低的秩下就有近似满秩的 MSE 性能, 充分证实了低秩抗干扰自适应处理器的设计合理性。

**关键词:** 空时自适应处理, 多级嵌套维纳滤波, 降秩算法

**中图分类号:** TN911.7, TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)01-0077-05

## Space-Time Adaptive Processor Rank-Reduced by Multistage Nested Wiener Filter

Sun Xiao-chang Huangfu Kan Yuan Jun-quan Wang Zhan

(College of Electron. Sci. and Eng., National Univ. of Defence Tech., Changsha 410073, China)

**Abstract** An anti-jamming space-time adaptive processor rank-reduced by Multistage Nested Wiener Filter(MSNWF) is presented in this paper. Such processor can overcome the need of freedom degrees in traditional array processing while maintains the computational complexity requirements at a low level. Simulations proved such a processor can provide more freedom degrees under jamming scenario and the ability to identify interferences in a multidimensional spectrum at the AOA-frequency coordinates. Simulations also proved a low rank( $D=10$ ) is enough for the MSNWF space-time processor to approximate its full rank performance.

**Key words** Space-Time Adaptive Processing(STAP), Multistage Nested Wiener Filter(MSNWF), Rank-reduced algorithm

### 1 引言

本文的研究背景为 GPS 接收机联合空时抗干扰技术。自适应天线零陷技术是目前提高 GPS 接收机抗干扰能力的主要方法。这种空域滤波技术主要不足之处有以下两个: (1) 如果阵单元数为  $M$ , 该阵最多能够产生的零陷数为  $M-1$ , 这也是该阵最多能够消除的干扰数。这种说法不排除一个零陷可以消除两个干扰的可能, 因为阵的孔径与载波波长在一个量级, 两个干扰源的实际的角度间隔尽管比较大, 但与波束宽度比较仍比较小。而在实际应用中, 考虑到费用、阵的尺寸不能太大、功率消耗等, 阵元个数会受到限制, 从而降低自适应阵的抗干扰效能。(2) 如果一个干扰源离某个 GPS 卫星的角度间隔很近, 针对该干扰的空域零陷使该 GPS 卫星的信号衰减得无法使用。实际上尽管干扰离卫星的角度间隔已经比较大, 但与阵的波束宽度相比仍然比较小。而为了消除不同误差源的影响, 需要 GPS 卫星的信号尽量多, 因此要使空域零陷尽可能的成为“针状”波束或抗干扰处理器具有联合的到达角度、频域处理能力。而要达到这一目的, 前者要求更高的自由度, 后者要求到达角-频域的二维辨识能力。

<sup>1</sup> 2002-09-24 收到, 2003-02-25 改回  
国家部级资助项目 (41321090202)

在空时自适应处理 (STAP) 框架下采用最小方差 (最小功率) 准则的抗干扰处理器, 基本上可以克服空域滤波技术的上述不足, 相对于非满带信号提高了自由度, 同时具有到达角-频域辨识能力。这种 GPS 接收机抗干扰思路在国内尚未见研究报道。

联合空时处理在计算量上的增加是很大的, 对处理器的要求较高。如空域和时域的采样数分别为  $M$  和  $N$ , 则最优处理需求对  $(MN \times MN)$  维的相关矩阵进行估计和求逆, 计算量巨大。另一方面, 空时处理结构下协方差矩阵的条件数往往很大, 如果处理器的维度 (空时自适应权值维数) 很大, 将影响自适应算法的收敛性和跟踪能力, 难以应用于时变场景。主成分 (Principal components) 方法<sup>[1,2]</sup> 和互谱度量 (Cross spectral metric) 方法<sup>[3]</sup> 是通信和雷达领域里主要的降秩方法, 两者都需要进行特征值的分解。Goldstein 在 1998 年提出多级嵌套维纳滤波 (MSNWF)<sup>[4]</sup> 算法, 突破了矩阵求逆、协方差矩阵特征分解的思路, 它不需要计算协方差矩阵, 在同样的阶次下, 性能超出主成分方法和互谱度量方法。本文将联合空时处理与 MSNWF 相结合, 以解决处理器的抗干扰能力增强和计算量维持较低水平的矛盾。

仿真试验验证了空时处理使空时自由度提高和具有在宽带内处理干扰的能力。试验的另一部分用于验证降秩处理器的低秩性能。

## 2 多级嵌套维纳滤波降秩算法

### 2.1 约束条件下最优空时二维处理器的数学描述

空时二维处理器的结构, 如图 1 所示,  $\{w_m(n)\}$ ,  $n = 0, 2, \dots, N-1$ ;  $m = 1, 2, \dots, M$  为其空时二维权系数。各阵元的信号由射频 (RF) 下变频到 IF, 完成 IF 处理后, 再下变频到基带 (BB), 在基带以 20M 的采样速率进行正交采样, 得到 I、Q 信号。

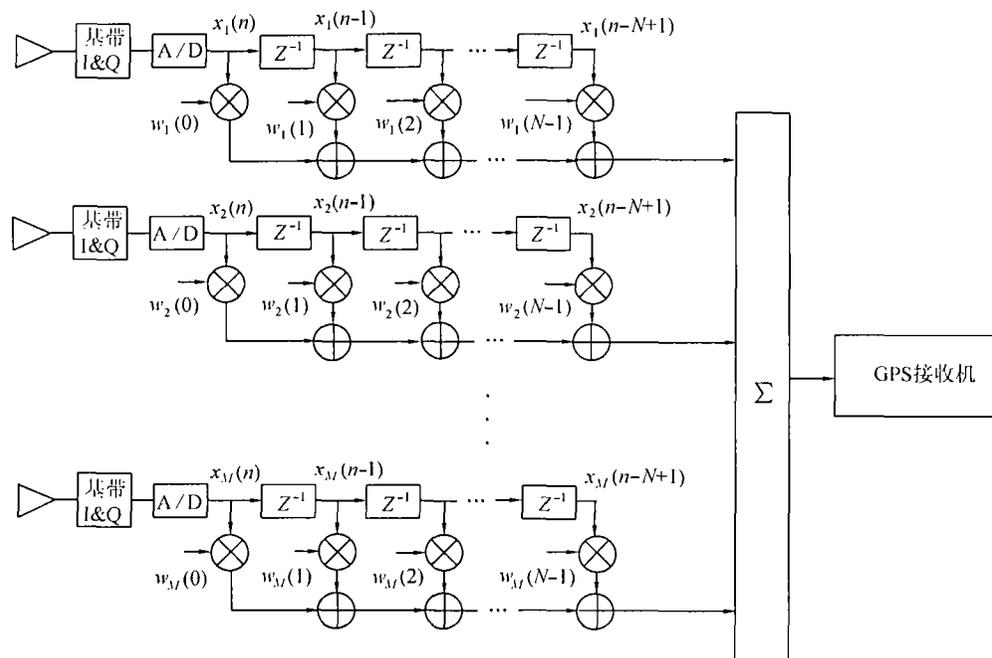


图 1 空时二维处理器的结构

每个节拍的时间延时  $T$ , 要求  $T$  小于  $1/B$ ,  $B$  为信号带宽; 每个阵元信号总的延时长  $(N-1)T$ , 要求能够包括不同的多径延时<sup>[5]</sup>。

用  $MN \times 1$  维向量  $W$  表示处理器权矢量,  $R = E[XX^H]$  为接收数据的协方差矩阵 ( $MN \times MN$  维).  $X(MN \times L$  维) 是空时二维数据矩阵. 该处理器可以描述为一个有约束的最优化问题:

$$W_S^{\text{opt}} = \arg \min_W W^H R W, \quad \text{s.t. } W^H S = 1 \quad (1)$$

$S$  为空时二维导向矢量,  $S = S_s \otimes S_t$ . 式中  $\otimes$  为 Kronecker 积,  $S_s = [1 \ e^{jw_s} \ \dots \ e^{j(N-1)w_s}]^T$ ,  $S_t = [1 \ e^{jw_t} \ \dots \ e^{j(N-1)w_t}]^T$ , 利用拉各朗日乘法可以推导出最优空时处理器的解为

$$W_S^{\text{opt}} = [S^H R S]^{-1} R^{-1} S \quad (2)$$

**命题 1** 设空时二维导向矢量为  $S$  (假定  $S$  已作了归一化处理), 阻塞矩阵  $B$  为  $S$  零空间中的列满秩矩阵, 则式 (1) 的解可化为  $W_S^{\text{opt}} = S - B^H W_{x_0}$ . 且  $W_{x_0}$  为如下无约束维纳滤波器的解  $W_{x_0} = R_{x_0}^{-1} r_{x_0 d_0}$ . 其中期望输出  $d_0(k) = S^H x(k)$ . 输入  $x_0(k) = Bx(k)$ . 证明略.

具体应用中, 我们利用命题 1, 把这个有约束的最优处理器等价地化为无约束的维纳过程的求解问题. 求解过程利用多级维纳滤波来降秩.

### 2.2 多级嵌套维纳滤波降秩方法

多级嵌套维纳滤波把系统看作双输入的, 只利用正则互相关进行多级分解来实现, 可以不考虑自相关矩阵的计算. 多级嵌套维纳滤波的整体结构如图 2 所示. 整个过程由分析滤波器和综合滤波器组成. 分析滤波器是金字塔形的树状结构, 分解过程的每一级形成两个子空间, 一个在上一级的互相关矢量方向 (由一个矢量构成), 另一个在互相关矢量的垂直方向; 与上一级互相关矢量垂直的空间再作同样的分解, 这样一级一级地分解下去, 每一级的维数减一, 形成分析滤波器. 树状结构的第  $i$  和第  $i+1$  级的子空间满足直和关系:

$$\text{range}(x_i) = \text{range}(d_{i+1}) \oplus \text{range}(x_{i+1}) \quad (3)$$

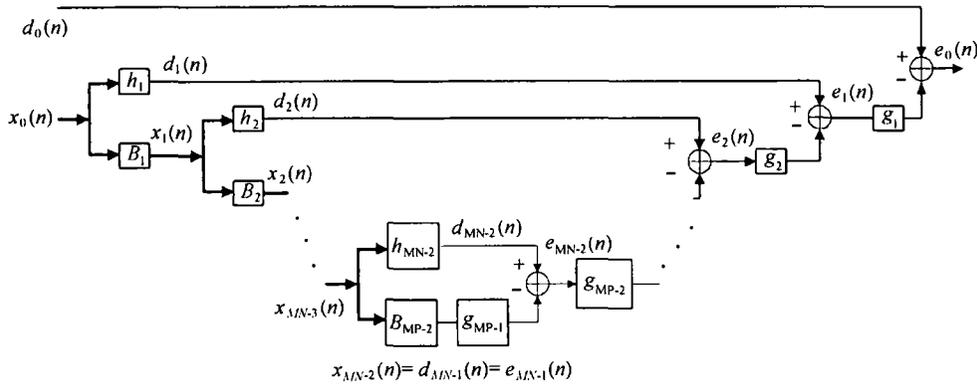


图 2 多级嵌套维纳滤波算法结构

$\text{range}(x_i)$  表示由自协方差矩阵  $R_{x_i}$  的列向量组成的线性子空间,  $\text{range}(d_{i+1})$  表示由与  $x_i$  和  $d_i$  的互相关矢量同向的矢量构成的子空间,  $\oplus$  表示直和.

观测矢量经过分析滤波器的解相关过程, 其自协方差矩阵是三对角 (Tridiagonal) 的, 三对角项的率减极快, 分解过程能保证把最大的能量放在三对角阵的最前面几项, 这里面包含了从  $x_0(k)$  估计的  $d_0(k)$  最有用的信息. 在同样的条件下达到相同的优化效果, 任何基于特征分解的方法都不可能比多级嵌套维纳滤波用的阶数少<sup>[4]</sup>.

综合滤波器的输入是分析滤波器的输出, 由标量维纳滤波器的嵌套链组成。多级维纳滤波的详细的算法流程参见文献 [4]。

### 3 仿真试验

**3.1 时间延迟线的引入使处理器同时具有空域和频域辨识能力, 对于非满带信号增加了自由度**  
 设  $N$  表示阵元的时延单元数,  $M$  表示阵元数, 则延迟线阵列的可抗干扰数为:  $K_0 + KN \approx (M - 1)N - 1$  [5]。可见同样的阵单元数下, 对于窄带干扰, 比传统阵列的自由度提高约  $N$  倍。

试验场景: 7 个阵单元的均匀线阵 (ULA), 时延数为 5, 5 个窄带干扰, 5 个宽带干扰。5 个窄带干扰的到达角 (AOA) 为  $20^\circ, 44^\circ, 68^\circ, 92^\circ, 116^\circ$  (方位均匀间隔  $24^\circ$ ), 频率分别为  $(3.333, 6.667, 10.000, 13.333, 16.667) \times 10^6 \text{ Hz}$ ,  $J/N_0$  均为  $100 \text{ dB}$ 。5 个宽带干扰的到达角 (AOA) 为  $10^\circ, 34^\circ, 58^\circ, 82^\circ, 106^\circ$  (方位均匀间隔  $24^\circ$ ), 带宽约  $20 \text{ MHz}$ ,  $J/N_0$  均为  $60 \text{ dB}$ 。

试验结果, 图 3 为满秩 (秩 = 34) 情况下空时响应二维谱, 5 个窄带干扰在空频面上为 5 个点状聚集, 横坐标为其频率, 纵坐标为其到达角。5 个宽带干扰在空频面上为在相应的到达角下穿过整个带宽的一条直线。立体图上 5 个窄带干扰在相应的频率和到达角处为 5 个深坑, 5 个宽带干扰对应于相应的到达角穿过整个带宽的 5 个沟槽。(对于 7 个阵单元的阵, 传统的阵列处理方法 6 个干扰已达到其处理极限, 5 个窄带干扰和 5 个宽带干扰共存的场景, 传统的阵列处理方法根本无法应付。由此在复杂干扰场景, 干扰数目多, 阵元数目又有限制时, 空时处理是替代的纯阵列处理的潜在方法。)

图 4 给出了秩 = 10 的试验结果与满秩结果作为比较。降秩情况下试验可以看出, 秩等于 10 时, 多级嵌套维纳滤波的效果与满秩情况下基本一致。

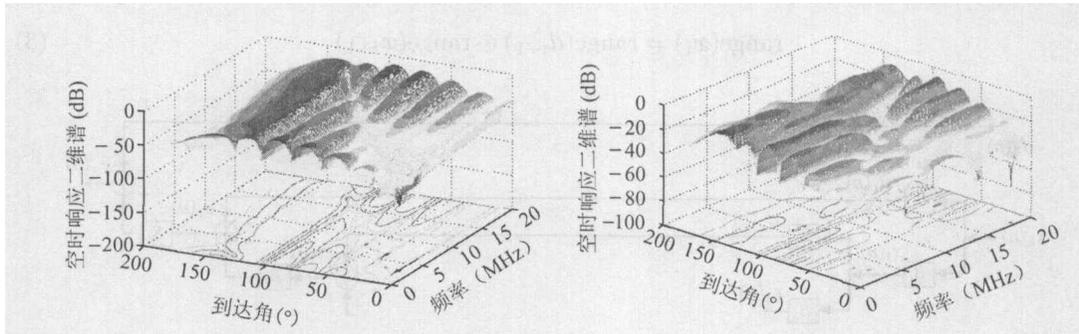


图 3 满秩时空时响应二维谱

图 4 秩 = 10 时空时响应二维谱

这个试验在 7 个阵单元条件下实现了对 10 个干扰源的分辨。对于 7 个阵单元的阵, 普通的阵列处理方法 6 个干扰已达到其处理极限, 5 个窄带干扰和 5 个宽带干扰共存的场景, 传统的阵列处理方法根本无法应付。由此阵元数目不增加条件下, 本文方法提高了阵列的自由度。

#### 3.2 MSNWF 降秩的自适应处理器的降秩性能和收敛情况

对 MSNWF 的最新研究表明: MSNWF 渐进满秩系统的最低秩可以远小于信号子空间的秩 [1]。因此本文认为利用 MSNWF 可以实现固定低秩系统, 我们的试验也表明利用 MSNWF 降秩的自适应处理器一般在秩  $D < 10$  以前接近满秩性能。

图 5 可以看出 MSNWF 总优于其它方法, 一般场景中,  $D = 10$  时与满秩系统相差只有几个分贝。

设  $N$  表示阵元的时延单元数,  $M$  表示阵元数, 则纯粹的时间延时自适应处理器收敛需要  $4NM$  数据点数 [4]。图 6 是 MSNWF 降秩后的收敛情况。试验表明 MSNWF 降秩后收敛所需数据点数  $3NM$  一般已够用。

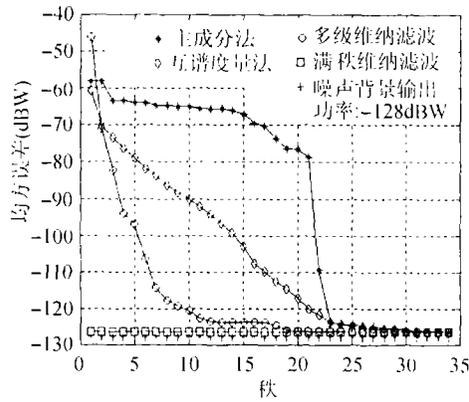


图5 不同降秩方法的均方误差与秩的关系

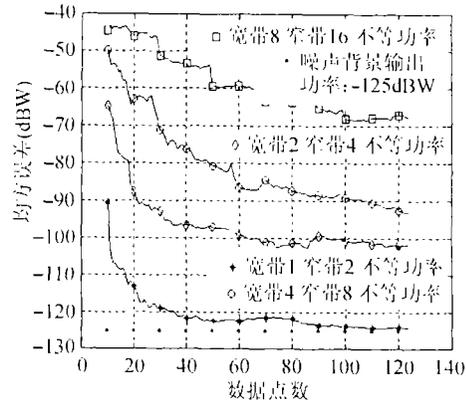


图6 MSNWF 固定低秩(秩=8)不同场景下的收敛速度

#### 4 结论

本文针对传统的阵列在阵元数受到限制时, 阵列自由度受限这一具体问题, 采用联合空时处理技术, 在不增加阵元的情况下, 对于非满带信号能使阵的自由度大大增加(与单纯的阵列处理相比, 对窄带干扰的处理效果远远好于对宽带干扰的处理效果)。对于空时自适应处理所带来的计算量大的弊端, 将空时自适应处理与降秩理论的研究相结合, 用 MSNWF 降秩自适应处理器, 解决了这一矛盾, 达到了增强自适应阵列抗干扰能力, 同时计算量维持在较低水平, 收敛速度基本不受影响的设计目的。仿真试验对这一设计的合理性给予了充分的证明。另外, 自适应阵列处理技术与降秩计算理论的结合应用, 在约束最小方差准则下设计 MSNWF 的降秩应用具有一定的学术价值。

#### 参 考 文 献

- [1] Honing M L, Weimin Xiao. Performance of reduced-rank linear interference suppression. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2001, IT-47(5): 1928-1946.
- [2] Morgan D R. Partially adaptive array techniques. *IEEE Trans. on AP*, 1978, AP-26(11): 822-833.
- [3] Goldstein J S, Reed I S. Reduced rank adaptive filtering. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, SP-45(2): 492-496.
- [4] Goldstein J S, Reed I S, Scharf L L. A multistage representation of the Wiener filter based on orthogonal projections. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1998, IT-44(6): 2943-2959.
- [5] Myrick W L, Zoltowski M D, Goldstein J S. Anti-jam space-time preprocessor for GPS based on multistage nested Wiener filter. *IEEE Military Communication (Milcom'99)*, Atlantic City, NJ, 3-6 Oct. 1999: 193-201.

孙晓昶: 男, 1966年生, 博士生, 研究方向为通信信号处理、空时处理、非平稳信号处理。  
 皇甫堪: 男, 1939年生, 教授, 博士生导师, 主要从事测速雷达及现代信号处理的研究。  
 袁俊泉: 男, 1975年生, 博士生, 研究方向为现代信号处理、雷达信号处理、小波分析。  
 王展: 男, 1969年生, 副教授, 主要研究方向为模式识别、雷达信号处理。