

EM 算法在杂波环境下机动目标跟踪中的应用研究¹

乔向东 * ** 王宝树 ** 李 涛 ** 华冠文 **

*(空军工程大学电讯工程学院 西安 710077)

** (西安电子科技大学计算机学院 西安 710071)

摘 要: EM (Expectation-Maximization) 作为一种迭代求解非完备数据条件下极大似然 (后验) 参数估计问题的方法, 在目标跟踪领域主要应用于被动跟踪及实时性要求不高的目标环境。该文推广了 L.A.Johnston 的理论成果, 推导得出了一种基于 AECM (Alternative Expectation Condition Maximization) 方法的杂波环境下实时机动目标跟踪算法, 算法中后验模型概率与关联概率由隐马尔科夫模型滤波计算得到。仿真计算表明, 所提算法跟踪精度与 IMM-PDA 性能相当, 算法是有效的。

关键词: EM 算法, 隐马尔可夫模型, 交互式多模型算法, 机动目标跟踪

中图分类号: TN953 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)06-0971-08

Study of Application EM Algorithm on Tracking Maneuvering Targets with Clutter

Qiao Xiang-dong* ** Wang Bao-shu** Li Tao** Hua Guan-wen**

*(Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

** (School of Computer Science and Technology, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract The EM algorithm, as an iterative numerical tool for computing maximum likelihood (or MAP) parameter estimates for incomplete data problem, has been used in area of target tracking, particularly in passive tracking and scenario in which real-time processing is unnecessary. As an extension of Johnston's recent work, a recursive algorithm for tracking maneuvering targets in clutter, which based on AECM algorithm, is developed in this paper. In this algorithm, model posterior probability and data association probability are computed via HMM filter respectively. Computer simulation indicates that performance of the algorithm is comparable with that of IMM-PDA, and the algorithm is valid.

Key words EM algorithm, Hidden Markov Model (HMM), Interacting multiple model algorithm, Tracking maneuvering targets

1 引言

考虑如下线性离散马尔可夫系统:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}(r_{k+1})\mathbf{x}_k + \mathbf{B}(r_{k+1})\mathbf{w}_k, \quad \mathbf{x}_0 \sim N(\hat{\mathbf{x}}_0, \mathbf{P}_0) \quad (1)$$

其中目标 k 时刻状态 $\mathbf{x}_k \in R^{n_x}$, 过程噪声 $\mathbf{w}_k$ 为服从 $N(0, \mathbf{Q})$ 分布的高斯白噪声。系统模型 r_k 为一阶离散有限状态马尔可夫链, 转移概率为

$$p_{ij} = \Pr\{r_{k+1} = j | r_k = i\}, \quad i, j \in S = \{1, 2, \dots, s\} \quad (2)$$

¹ 2002-10-07 收到, 2003-05-06 改回

国防科技重点实验室基金资助项目 (OOJS93.5.2 DZ0123)

$0 \leq p_{ij} \leq 1, \sum_{i=1}^s p_{ij} = 1, r_k = j$ 表示从 $k-1$ 时刻起的一个滤波周期内模型 j 与目标运动模式匹配。系统 k 时刻的量测集合 $Z(k) = \{z_i(k) \in R^{n_v}\}_{i=1}^{m(k)}$, $m(k)$ 为 k 时刻量测的数目。目标真实回波服从

$$z_{\text{true}}(k) = Cx_k + e_k \quad (3)$$

C 为量测矩阵, 量测噪声 e_k 为服从 $N(0, R)$ 分布的高斯白噪声, e_k 和 w_k 统计独立。 $Z(k)$ 中杂波均匀分布于量测空间 $V \subset R^{n_v}$, 其数目 m 服从泊松分布。

以上给出了杂波环境下的机动目标跟踪问题的简单描述, 其与经典估计问题的区别在于要解决两类不确定性问题, 一是目标机动的不确定性, 二是量测来源的不确定性。随着上述两个领域研究的不断进展, 将两方面的研究成果进行有机地结合, 相继出现一些有影响的杂波环境下的机动目标跟踪算法^[1-6]。Y. Bar-Shalom^[1] 提出的交互多模型概率数据关联 (IMM-PDA) 算法影响颇广, 但由于各子滤波器利用的量测条件可能不同, 由似然函数计算的模型后验概率可能失效^[2]。S. S. Blackman^[3] 提出的交互多模型多假设跟踪算法 (IMM-MHT), 并在其基础上引入定间隔回溯算法, 但如何降低计算负荷仍是该算法需要解决的问题。L. Hong^[4] 提出的交互多模式数据关联 (IMPDA) 算法通过对量测序列的多尺度 (multi-scale) 处理提取出多个模式, 利用模式所包含的距离、方向及机动信息作为数据关联过程中的判决依据, 然而利用量测序列提取模式就隐含一个多周期量测数据的静态关联问题, 而这本身就是一个难题。

EM 算法是 A. Dempster^[7] 等提出的在非完备数据条件下求解极大似然 (后验) 参数估计问题的算法, 并证明 EM 算法在绝大多数情况下有着可靠的全局收敛性。鉴于问题特点, 目标跟踪也可被认为是一个非完备数据问题。D. Avitzour^[6] 首先将 EM 算法应用于目标跟踪领域, 提出一种极大似然 (ML) 的数据关联方法, 其中的完备数据包括量测和未知的关联信息。此后研究人员基于 EM 算法提出一种最大后验 (MAP) 数据关联方法, 即概率多假设跟踪 (PMHT) 算法, 算法中的完备数据则由目标状态和量测关联向量组成, 并假设组成关联向量的各个关联假设互相独立, 从而降低计算负荷。文献 [5] 基于 EM 算法提出一种最大后验杂波环境下机动目标跟踪的离线算法, 其中后验关联概率和模型概率利用 HMM 平滑计算得出, 鉴于其离线数据处理的特点, 对于通常要求实时性的机动目标跟踪并不合适。L. Johnston^[8] 提出了一种基于交替期望条件最大算法 (AECM) 方法的递推求解混合估计 (Hybrid estimation) 问题的算法——重加权交互多模型算法 (RIMM)。本文推广了文献 [8] 的理论成果, 提出了一种基于 AECM 方法的杂波环境下机动目标实时跟踪算法, 算法中模型后验概率与关联概率通过 HMM 滤波计算得到, 仿真试验验证了算法的有效性, 并对仿真结果进行了分析。

2 一种新的基于 EM 算法的杂波环境下机动目标的实时跟踪算法

EM 算法是一种迭代求解非完备数据条件下最大似然 (后验) 参数估计问题的方法。以下给出 EM 算法应用于 MAP 估计的简单描述。

将量测序列 $Z_K = \{Z(1), \dots, Z(k)\}$ 定义为可观数据序列 M_{obs} , 完备数据序列 M 定义为 $M = (M_{\text{obs}}, M_{\text{mis}})$, M_{mis} 为不可观数据。给定量测序列 Z_K 下的最大后验目标状态估计序列 X_K^{MAP}

$$X_K^{\text{MAP}} = \arg \max_{X_K} p(X_K, M_{\text{obs}}) \quad (4)$$

$p(X_K, M_{\text{obs}})$ 为状态序列和可观数据序列的联合概率密度函数。EM 算法求解 X_K^{MAP} 通常包括多次的迭代计算, 每一次迭代首先根据 M_{obs} 和上一迭代求得的并且也是当前最好的目标状态估计序列 $X_K^{(l)}$ 求解条件对数期望 $Q(X_K^{(l+1)}, X_K^{(l)})$, 其后通过对 $Q(X_K^{(l+1)}, X_K^{(l)})$ 的最大化运算求得新的状态估计序列 $X_K^{(l+1)}$ 。具体过程如下:

步骤 1 计算条件对数期望,

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{X}_K^{(l+1)}, \mathbf{X}_K^{(l)}) &= E\{\ln p(\mathbf{X}_K, \mathbf{M}) | \mathbf{X}_K^{(l)}, \mathbf{M}_{\text{obs}}\} \\ &= \int_{\mathbf{M}_{\text{mis}}} \ln(p(\mathbf{X}_K^{(l+1)}, \mathbf{M}_{\text{mis}} | \mathbf{Z}_K)) p(\mathbf{M}_{\text{mis}} | \mathbf{X}_K^{(l)}, \mathbf{Z}_K) \end{aligned} \quad (5)$$

步骤 2 更新状态估计序列 $\mathbf{X}_K^{(l+1)}$,

$$\mathbf{X}_K^{(l+1)} = \arg \max_{\mathbf{X}_K} Q(\mathbf{X}_K^{(l+1)}, \mathbf{X}_K^{(l)}) \quad (6)$$

经过多次迭代, 算法趋于收敛 [5] .

文献 [5] 提出了一种基于 EM 算法的杂波环境下机动目标的离线跟踪算法. 算法中 $\mathbf{M}_{\text{obs}} = \mathbf{Z}_K$, 不可观测数据序列被定义为 $\mathbf{M}_{\text{mis}} = (\mathbf{A}_K, \mathbf{R}_K)$. $\mathbf{A}_K = \{a_k \in \{0, 1, 2, \dots, m(k)\}, k = 1, \dots, K\}$ 为未知的数据关联序列, $a_k = i$ 表明 k 时刻的第 i 个量测为目标回波; 未知的系统匹配模型序列为 $\mathbf{R}_K = \{r_k \in S, k = 1, 2, \dots, K\}$, S 为模型集, 其模型数目为 N_s .

文献 [8] 提出了一种基于新的 EM 算法——AECM 的递推求解混合估计问题 RIMM 算法, 算法实质是 AECM 算法第一次迭代的递推实现. AECM 算法通过对状态序列空间进行分割, 使得单次迭代状态序列估计由 K 步计算完成, K 为数据长度. 每一步又由前述条件对数期望计算和极值求解组成, 但其操作对象仅为状态序列的子集. 如在 l 次迭代的第 k 步计算中 (以下用 $(k|l)$ 标记), 仅有状态序列的子集 $\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k\}$ 得到更新, 而其补集 $\mathbf{X}_{\bar{k}} = \{\mathbf{x}_{k+1}, \dots, \mathbf{x}_K\}$ 则维持 $l-1$ 次迭代结果不变. 算法中的未知数据序列设为系统匹配模型序列, $\mathbf{R}_k = \{r_1, r_2, \dots, r_{k+1}\}$.

借鉴并综合文献 [5, 8] 的研究结果, 本文提出一种基于 AECM 的杂波环境下机动目标的实时跟踪算法. 鉴于问题的特点, 设 $\mathbf{R}_k = \{r_1, r_2, \dots, r_{k+1}\}$ 为关于目标匹配运动模型未知数据子序列, $\mathbf{D}_k = \{d_1, d_2, \dots, d_{k+1}\}$ 为数据关联未知数据子序列. 基于 AECM 算法第一次迭代的第 k 步计算, 其条件对数期望为

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_K^{(k|1)}) &= E\{\ln f(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{\bar{k}}, \mathbf{R}_k, \mathbf{D}_k, \mathbf{Z}_K) | \mathbf{Z}_K, \mathbf{X}_K^{(k|1)}\} \\ &= - \sum_{n=1}^k \left[\sum_{j=1}^{N_s} \lambda_n^{(k|1)}(j) (\mathbf{x}_n - \mathbf{A}_j \mathbf{x}_{n-1})' \mathbf{Q}_{j,n}^{-1} (\mathbf{x}_n - \mathbf{A}_j \mathbf{x}_{n-1}) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j_a=1}^{m(n)} \theta_n^{(k|1)}(j_a) (z_{j_a}(n) - \mathbf{C} \mathbf{x}_n)' \mathbf{R}^{-1} (z_{j_a}(n) - \mathbf{C} \mathbf{x}_n) + \theta_n^{(k|1)}(0) m(n) \ln(V_n) \right] \\ &\quad - \sum_{i=1}^{N_s} \lambda_{k+1}^{(k|1)}(i) (\mathbf{x}_{k+1}^{(k|1)} - \mathbf{A}_i \mathbf{x}_k)' \mathbf{Q}_{i,k+1}^{-1} (\mathbf{x}_{k+1}^{(k|1)} - \mathbf{A}_i \mathbf{x}_k) \\ &\quad - \sum_{i_a=1}^{m(k+1)} \theta_{k+1}^{(k|1)}(i_a) (z_{i_a}(k+1) - \mathbf{C} \mathbf{x}_{k+1}^{(k|1)})' \mathbf{R}^{-1} (z_{i_a}(k+1) - \mathbf{C} \mathbf{x}_{k+1}^{(k|1)}) \\ &\quad - \theta_{k+1}^{(k|1)}(0) m(k+1) \ln(V_{k+1}) \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{Q}_{i,n} = \mathbf{B}_i E\{w_n w_n'\} \mathbf{B}_i'$, $\forall i = 1, \dots, N_s$. 定义

$$\lambda_n^{(k|1)}(i) \equiv \Pr\{r_n = i | \mathbf{Z}_K, \mathbf{X}_K^{(k|1)}\}, \quad i = 1, \dots, N_s \quad (8)$$

$$\theta_n^{(k|1)}(i_a) \equiv \Pr\{d_n = i_a | \mathbf{Z}_K, \mathbf{X}_K^{(k|1)}\}, \quad i_a \in (0, 1, \dots, m(n)) \quad (9)$$

分别为时刻 $n \in \{1, 2, \dots, k+1\}$ 基于 $Z_K, X_K^{(k|1)}$ 的模型 i 后验概率和量测 i_a 的关联概率。定义联合后验概率

$$\gamma_n^{(k|1)}(i, i_a) \equiv \Pr\{r_n = i, d_n = i_a | Z_K, X_K^{(k|1)}\} \quad (10)$$

对于 $\gamma_n^{(k|1)}(i, i_a)$ 的求解可利用 HMM 平滑计算得出。HMM 前向变量, 量测品质函数以及后向变量分别如下定义:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n^{(k|1)}(i, i_a) &\equiv \Pr\{r_n = i, d_n = i_a, Z_n, X_n^{(k|1)}\} \\ &= \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{j_a=0}^{m(n-1)} \alpha_{n-1}^{(k|1)}(j, j_a) \Pr\{d_n = i_a\} p_{ji} b_n^{(k|1)}(i, i_a) \\ \alpha_1^{(k|1)}(i, i_a) &= P(i) \Pr\{d_1 = i_a\} b_1^{(k|1)}(i, i_a) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_n^{(k|1)}(i, i_a) &\equiv \Pr\{Z_{n+1}^K, X_{n+1}^{(k|1)} | r_n = i, d_n = i_a\} \\ &= \sum_{i'=1}^{N_s} \sum_{i'_a=0}^{m(n+1)} \beta_{n+1}^{(k|1)}(i', i'_a) p_{i'i} \Pr\{d_n = i_a\} b_{n+1}^{(k|1)}(i', i'_a) \\ \beta_K^{(k|1)}(i, i_a) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$b_n^{(k|1)}(i, i_a) \equiv f(Z(n), x_n^{(k|1)} | Z_{n-1}, X_{n-1}^{(k|1)}, r_n = i, d_n = i_a) \quad (13)$$

为了能够递推求解 $\gamma_k^{(k|1)}(i, i_a)$, 借鉴文献 [8], 做以下三点近似:

(1) 对 $\gamma_k^{(k|1)}(i, i_a)$ 的平滑估计由基于前一时刻的估计的滤波计算代替得出, 即

$$\begin{aligned} \gamma_k^{(k|1)}(i, i_a) &\approx \frac{1}{c} \alpha_k^{(k|1)}(i, i_a) = \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{j_a=0}^{m(k-1)} \alpha_{k-1}^{(k-1|1)}(j, j_a) \Pr\{d_k = i_a\} p_{ji} b_k^{(k|1)}(i, i_a) \\ &= \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{N_s} \Pr\{r_{k-1} = j, Z_{k-1}, X_{k-1}^{(k-1|1)}\} \Pr\{d_k = i_a\} p_{ji} b_k^{(k|1)}(i, i_a) \end{aligned} \quad (14)$$

$c = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{i_a=0}^{m(k)} \alpha_k^{(k|1)}(i, i_a)$, 为归一化常数。

(2) 置 $k+1$ 时刻任意模型的后验概率 $\lambda_{k+1}^{(k|1)}$ 和任意数据的关联概率 $\theta_{k+1}^{(k|1)}$ 为零。

(3) 对计算的条件对数期望在 $k-1$ 时刻截断, 所丢弃的状态估计的历史信息由 $\lambda_{k-1}^{(k-1|1)}(i)$, $\hat{x}_{k-1}^i$ 及 P_{k-1}^i 表征。

由式 (14) 可得

$$\begin{aligned} \lambda_k^{(k|1)}(i) &= \sum_{i_a=0}^{m(k)} \left[\frac{1}{c} \sum_{j=1}^{N_s} \Pr\{r_{k-1} = j, Z_{k-1}, X_{k-1}^{(k-1|1)}\} \Pr\{d_k = i_a\} p_{ji} b_k^{(k|1)}(i, i_a) \right] \\ &= \frac{1}{c1} \sum_{j=1}^{N_s} \Pr\{r_{k-1} = j | Z_{k-1}, X_{k-1}^{(k-1|1)}\} p_{ji} b_k^{(k|1)}(i) \\ &= \frac{1}{c1} \sum_{j=1}^{N_s} \lambda_{k-1}^{(k-1|1)}(j) p_{ji} b_k^{(k|1)}(i) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $b_k^{(k|1)}(i) \equiv \sum_{i_a=0}^{m(k)} \Pr\{d_k = i_a\} b_k^{(k|1)}(i, i_a)$, $c1 = p(\mathbf{Z}(k), \mathbf{x}_k^{(k|1)} | \mathbf{Z}_{k-1}, \mathbf{X}_{k-1}^{(k-1|1)})$ 为归一化常数. 上式在形式上与 RIMM 算法完全相同, 只是 $b_k^{(k|1)}(i)$ 的计算不同. 在 RIMM 算法中, 有

$$b_k^{(k|1)}(i) = \Pr\{y_k | r_k = i, \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i}, \mathbf{M}_k^{0i}\} \quad (16)$$

而在这里,

$$b_k^{(k|1)}(i, i_a) = \begin{cases} \Pr\{z_{i_a}(k) | r_k = i, \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i}, \mathbf{M}_k^{0i}\}, & i_a \neq 0 \\ V_k^{-m(k)}, & i_a = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$b_k^{(k|1)}(i) = \Pr\{d_k = 0\} V_k^{-m(k)} + \sum_{i_a=1}^{m(k)} \Pr\{d_k = i_a\} \Pr\{z_{i_a}(k) | r_k = i, \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i}, \mathbf{M}_k^{0i}\} \quad (18)$$

这里 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i}$ 和 $\mathbf{M}_k^{0i}$ 分别为由 RIMM 算法输入交互步骤得到的模型 i 的预测估计及其误差协方差阵, 见式文献 [8] 中的式 (21)~(23)。

由以上近似形成的滤波算法中, 在 $(k|1)$ 步计算中仅有 $\mathbf{x}_k$ 被更新, 而不再需要计算状态序列 $\mathbf{X}_{k-1}^{(k|1)}$, 而是维持不变. 同时, $\lambda_n^{(k|1)}$, $n = 1, \dots, k-1$ 也无需重新计算. 基于以上近似, 式 (7) 可写为

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_K^{(k|1)}) = & - \sum_{j=1}^{N_s} \lambda_{k-1}^{(k-1|1)}(j) (\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j)' (\mathbf{P}_{k-1}^j)^{-1} (\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j) \\ & - \sum_{i=1}^{N_s} \lambda_k^{(k|1)}(i) (\mathbf{x}_k - \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{k-1})' \mathbf{Q}_{i,k}^{-1} (\mathbf{x}_k - \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{k-1}) - \sum_{i_a=1}^{m(k)} \theta_k^{(k|1)}(i_a) \\ & \times (z_{i_a}(k) - \mathbf{C} \mathbf{x}_k)' \mathbf{R}^{-1} (z_{i_a}(k) - \mathbf{C} \mathbf{x}_k) - \theta_k^{(k|1)}(0) m(k) \ln(V_k) \end{aligned} \quad (19)$$

定义 $\theta_{kj}^{(k|1)}(j_a)$ 为 k 时刻模型 j 有效条件下量测 j_a 的后验关联概率, $\forall j_a \in \{0, 1, \dots, m(k)\}$, $j = 1, \dots, N_s$, 有

$$\begin{aligned} \theta_{kj}^{(k|1)}(j_a) & \equiv \Pr\{d_k = j_a | \mathbf{Z}_k, \mathbf{X}_k^{(k|1)}, r_k = j\} \\ & = \left[\gamma_k^{(k|1)}(j, j_a) / \sum_{j_b=0}^{m(k)} \gamma_k^{(k|1)}(j, j_b) \right] = \frac{\gamma_k^{(k|1)}(j, j_a)}{\lambda_k^{(k|1)}(j)} \end{aligned} \quad (20)$$

将上式代入式 (19), 交换求和次序, 去除 $\mathbf{x}_k$ 无关项, 则有

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{X}_K^{(k|1)}) = & - \sum_{i=1}^{N_s} \lambda_k^{(k|1)}(i) \left\{ \sum_{i_a=1}^{m(k)} \theta_{k,i}^{(k|1)}(i_a) (z_{i_a}(k) - \mathbf{C} \mathbf{x}_k)' \mathbf{R}^{-1} (z_{i_a}(k) - \mathbf{C} \mathbf{x}_k) \right. \\ & + (\mathbf{x}_k - \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{k-1})' \mathbf{Q}_{i,k}^{-1} (\mathbf{x}_k - \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{k-1}) \\ & \left. + \sum_{j=1}^{N_s} \lambda_{k-1}^{(k-1|1)}(j) (\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j)' (\mathbf{P}_{k-1}^j)^{-1} (\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j) \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

对上式第二个求和项进行配方, 利用文献 [8] 附录 B 中的定理 B.1, 就有

$$\begin{aligned}\tilde{Q}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{X}_K^{(k|1)}) = & - \sum_{i=1}^{N_s} \lambda_k^{(k|1)}(i) [(\hat{\mathbf{z}}_i(k) - \mathbf{C}\mathbf{x}_k)' \hat{\mathbf{R}}_i^{-1} (\hat{\mathbf{z}}_i(k) - \mathbf{C}\mathbf{x}_k) \\ & + (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i})' (\mathbf{M}_k^{0i})^{-1} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i})]\end{aligned}\quad (22)$$

这里, 关于模型 i 的合成量测 $\hat{\mathbf{z}}_i(k)$ 及其方差 $\hat{\mathbf{R}}_i$ 分别定义如下:

$$\hat{\mathbf{z}}_i(k) = \frac{1}{1 - \theta_{k,i}^{(k|1)}(0)} \sum_{i_a=1}^{m(k)} \theta_{k,i}^{(k|1)}(i_a) \mathbf{z}_{i_a}(k) \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_i^{-1} = \mathbf{R}^{-1} (1 - \theta_{k,i}^{(k|1)}(0)) \quad (24)$$

再次利用文献 [8] 附录 B 中定理 B.1 和定理 B.2, 就有 $\forall i = 1, \dots, N_s$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^i = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i} + \mathbf{P}_k^i \mathbf{C} \hat{\mathbf{R}}_i^{-1} (\hat{\mathbf{z}}_i(k) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{0i}) \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_k^i = ((\mathbf{M}_k^{0i})^{-1} + \mathbf{C}' \hat{\mathbf{R}}_i^{-1} \mathbf{C})^{-1} \quad (26)$$

求得 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^i$ 和 $\mathbf{P}_k^i$ 后, 就可利用 RIMM 算法中输出组合公式, 对各子滤波器的估计加权输出, 从而求得全局估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 。

3 仿真

仿真实验中的场景设置为文献 [8] 关于机动目标跟踪的标准测试场景。目标起始作匀速运动, 40–60 扫描周期间目标做直角转弯机动, X, Y 方向的加速度为 0.075m/s^2 , 此后目标恢复匀速运动。探测概率 $P_D = 1$, 正确回波落入波门的概率 $P_G = 0.999$, 杂波密度为 $\lambda = 2 \times 10^{-6}\text{m}^{-2}$ 。我们在量测噪声强度分别为 20m 和 50m 的情况下, 采用所提算法和 IMM-PDA 算法对目标进行跟踪。算法模型集的模型包括 CV 模型和 CA 模型, 两模型的系统噪声方差分别为 0m/s^2 和 0.01m/s^2 , 马尔可夫一步转移概率矩阵为 $[p_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.05 \\ 0.05 & 0.95 \end{bmatrix}$, 扫描周期为 10s。各点仿真次数为 100 次。

实验中两种算法均能成功地实现对目标的跟踪, 为了比较跟踪精度, 图 1, 图 2 和图 3, 图 4 分别给出了量测噪声强度为 20m 和 50m 条件下两种算法的位置均方根误差和速度均方根误差。其中实线代表本文所提算法, 虚线代表 IMM-PDA。

依据图 1~ 图 4, 可以得出以下结论:

- (1) 在模型匹配阶段, 新算法的距离跟踪精度和速度跟踪精度均好于 IMM-PDA 算法。
- (2) 在模型调整阶段, 新算法的速度跟踪精度与 IMM-PDA 算法相当; 而其距离跟踪精度要低于 IMM-PDA 算法。

(3) 结论 (1)、(2) 与文献 [8] 中所做关于 RIMM 与 IMM 性能比较的仿真试验结论是相似的。其原因在于经过 RIMM 重加权运算, 系统当前匹配模型的概率得到提高。与 RIMM 和 IMM 的跟踪性能差距相比, 在引入量测不确定性后, 算法间性能差距更为显著。

(4) 从该算法在机动发生时刻的位置跟踪精度的统计结果看, 其对目标运动模式突变的响应能力要劣于 IMM-PDA。分析其原因, 我们认为可能是由于直接应用解决参数估计问题的递推 EM 算法于本质上是状态估计问题的杂波下机动目标跟踪会受到递推 EM 算法对模型参数突变响应慢的制约, 因为毕竟递推 EM 算法也只是批处理 EM 算法的次优近似。

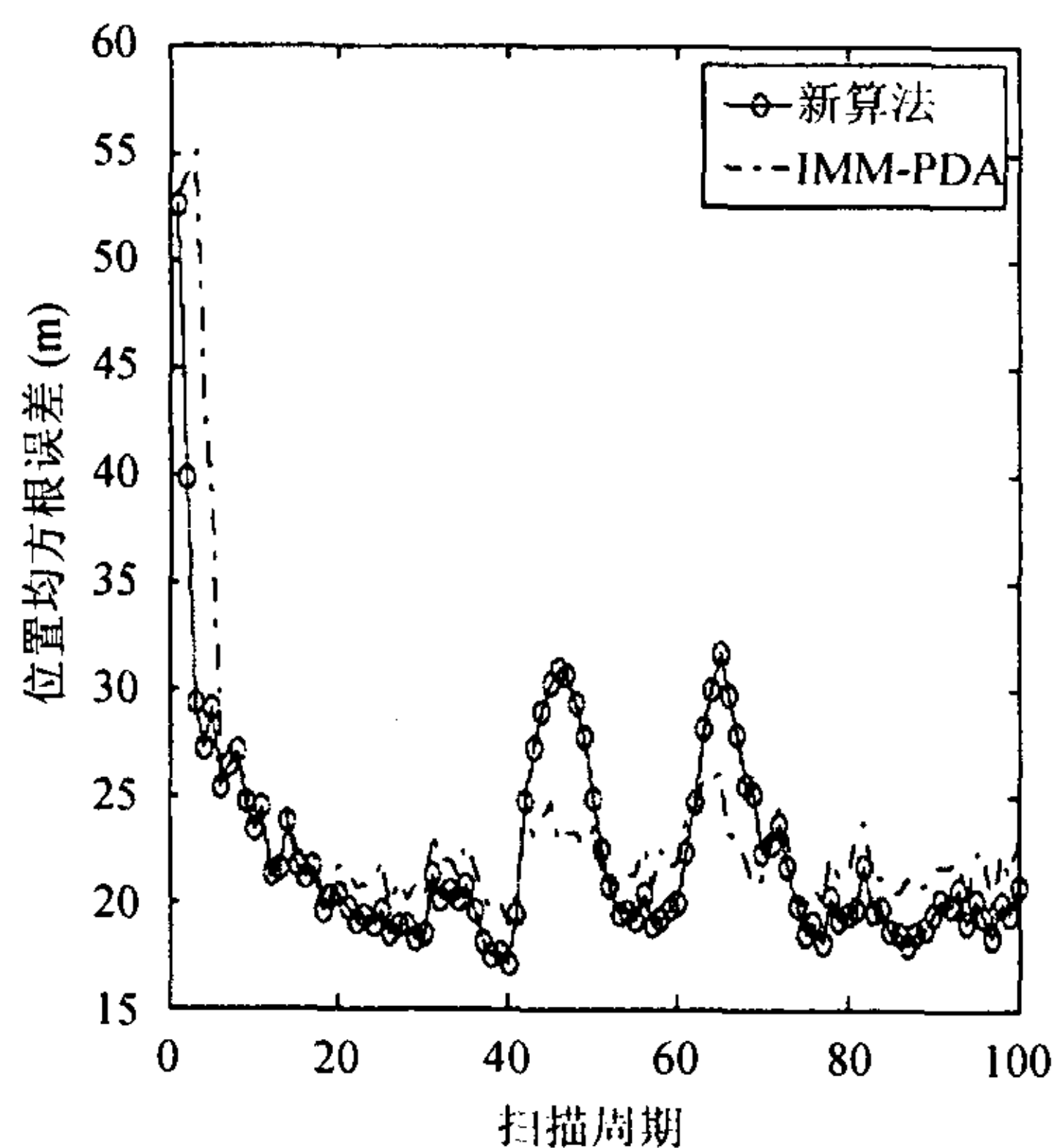


图 1 新算法与 IMM-PDA 位置均方根误差比较, $\sigma_v = 20\text{m}$

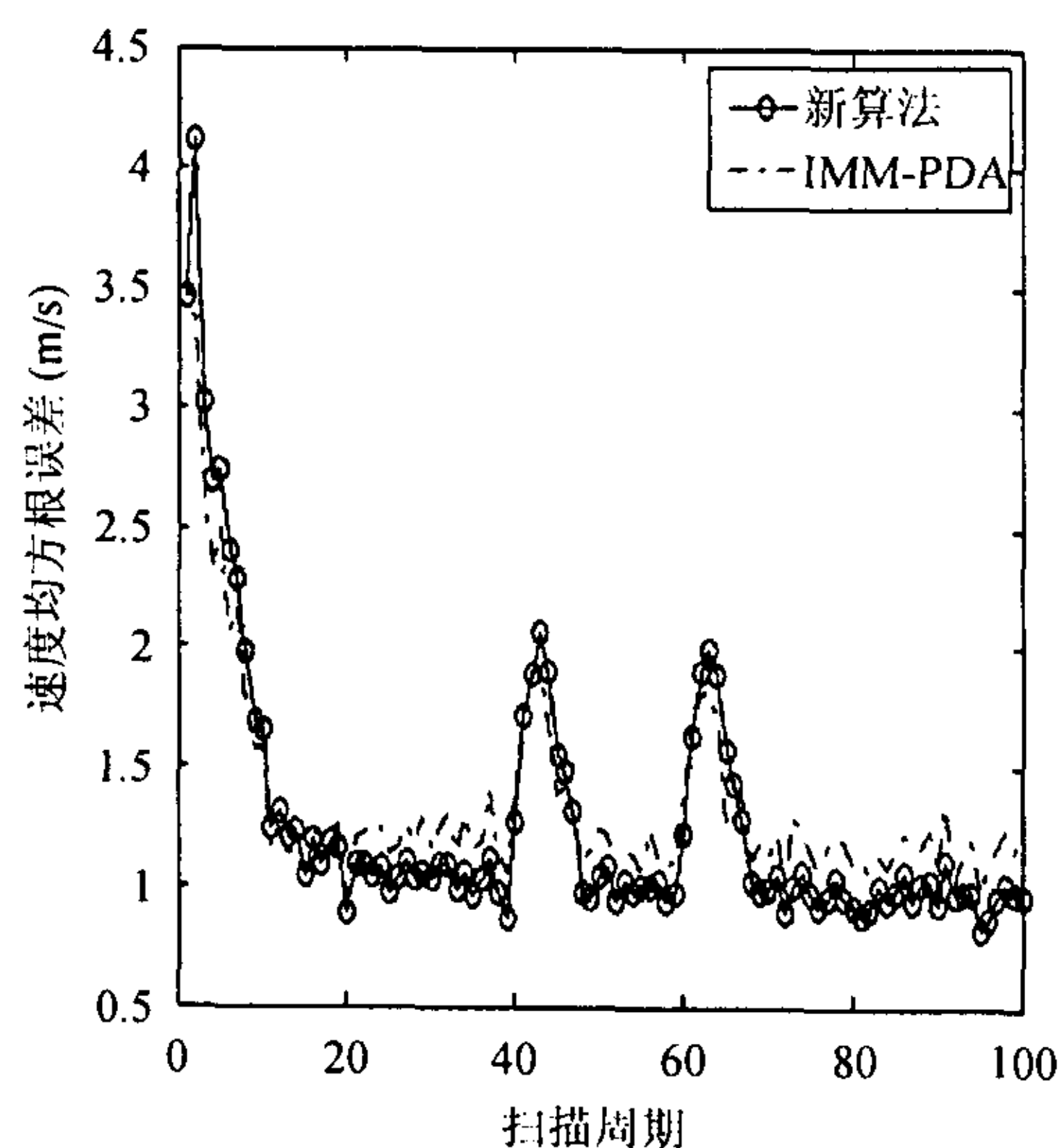


图 2 新算法与 IMM-PDA 速度均方根误差比较, $\sigma_v = 20\text{m}$

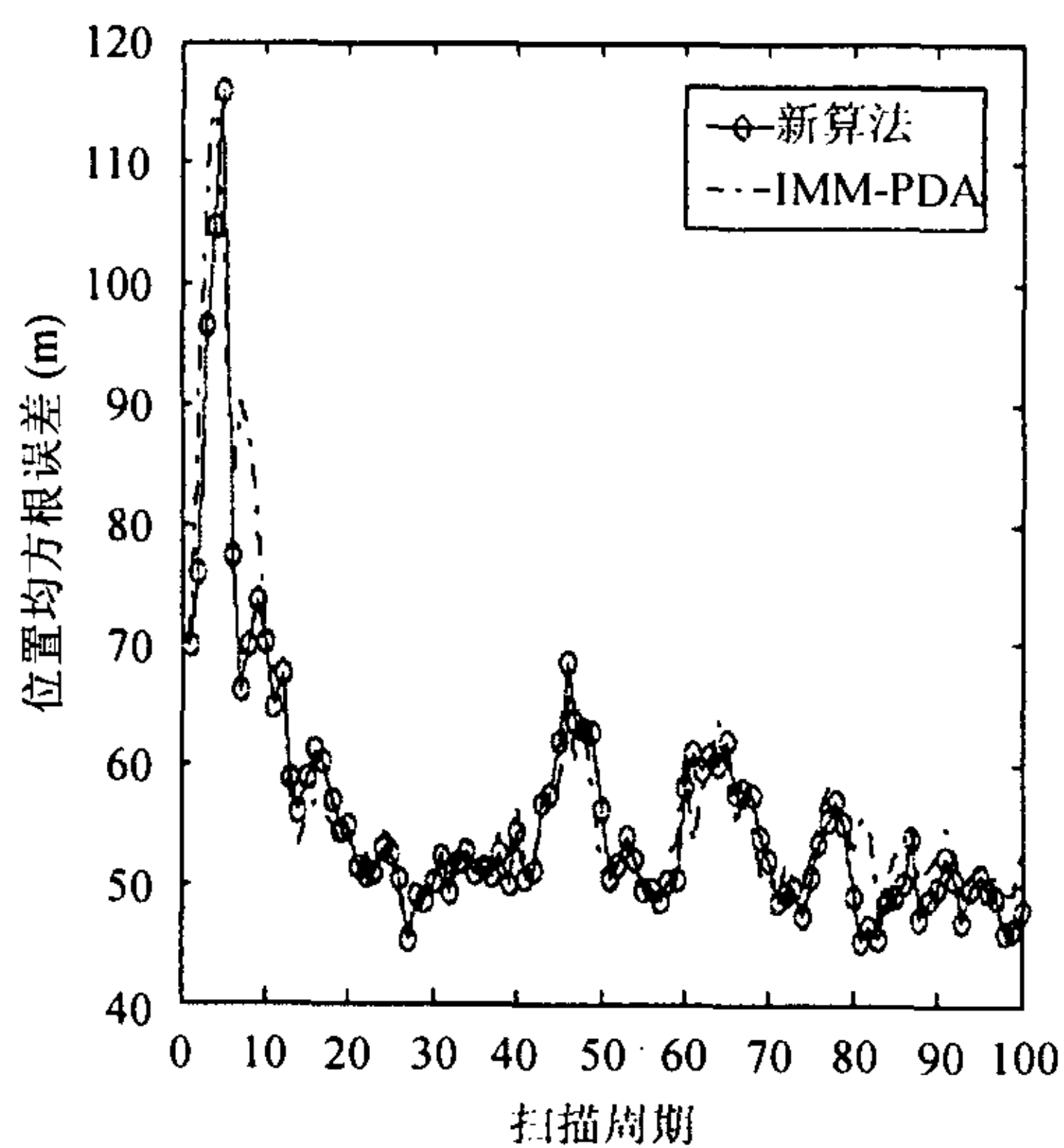


图 3 新算法与 IMM-PDA 位置均方根误差比较, $\sigma_v = 50\text{m}$

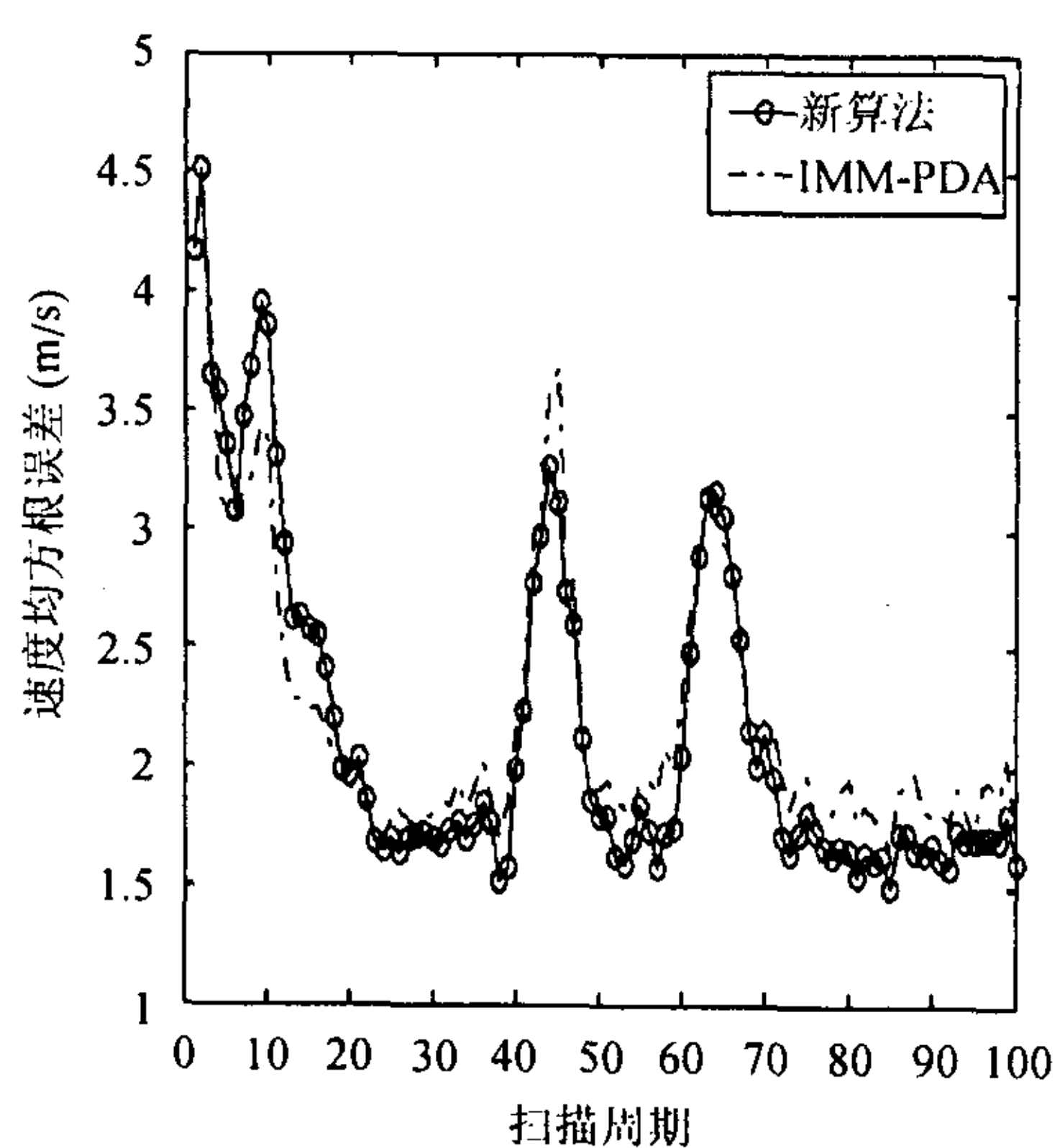


图 4 新算法与 IMM-PDA 速度均方根误差比较, $\sigma_v = 50\text{m}$

4 小结

本文提出了一种基于 EM 方法的杂波环境下机动目标实时跟踪算法, 算法中的模型后验概率与关联概率通过 HMM 滤波计算得到, 仿真结果验证了算法的有效性。

参 考 文 献

- [1] Bar-Shalom Y, Chang K C, Blom H A P. Automatic Track Formation in Clutter with A Recursive Algorithm. MA, USA, Artech House INC, 1990: 25-42.

- [2] 潘泉, 刘钢, 戴冠中, 张洪才. 联合交互式多模型概率数据关联算法. 航空学报, 1999, 20(3): 234-238.
- [3] Blackman S S, Bush M T, Popoli R F. IMM/MHT tracking and data association for benchmark problem. Proc. of American Control Conference, Seattle, WA, 1995: 2606-2610.
- [4] Lang Hong, Ningzhou Cui, Shan Cong. Devert Wicker, An interacting multipattern data association (IMPDA) tracking algorithm. *Signal Processing*, 1998, 71(4): 55-77.
- [5] Logothetis A, et al.. A Bayesian EM algorithm for optimal tracking of a maneuvering target in clutter. *Signal Processing*, 2002, 82(3): 473-490.
- [6] Avitzour D. A maximum likelihood approach to data association. *IEEE Trans. on AES*, 1992, AES-28(2): 560-566.
- [7] Dempster A, et al.. Maximum likelihood from incomplete data via EM algorithm. *J. Roy. Stat. Soc.*, 1977, Sec39(12): 1-38.
- [8] Johnston L A, et al.. An improvement to the interacting multiple model (IMM) algorithm. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, SP-49(12): 2909-2923.

乔向东: 男, 1970 年生, 博士, 研究方向为多传感器信息融合、多目标跟踪.

王宝树: 男, 1932 年生, 教授, 博士生导师, 主持和负责国防预研基金, 国防十五等多项课题, 多次获得国家及省部级科技进步奖. 目前的研究方向为信息融合、智能目标识别.

李 涛: 男, 1971 年生, 博士生, 研究方向为多传感器信息融合、多目标跟踪.

华冠文: 女, 1978 年生, 助教, 研究方向为目标跟踪、属性识别.