# 整体退火遗传算法在不等间距线天线阵的综合中的应用1

#### 韩明华 袁乃昌

#### (国防科技大学电子技术系 长沙 410073)

摘 要 将一类非比例选择(整体退火选择)、保证收敛且易于判断收敛的新型遗传算法应用 于不等间距天线阵的综合,对天线阵的位置和加权系数进行了优化。实验实例表明:该算法收 敛速度快,有极强的避免过早收敛及避免局部极值的全局优化的能力。该方法为大型天线阵的 优化设计提供了工具。

关键词 遗传算法,天线阵,优化

中图号 TN823, O224

## 1 引 言

大型天线阵已经在通信、军事、射电天文学等领域得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>.由于天线阵阵 元的数目影响到了整个系统的费用和控制系统的复杂度。因此,在保证天线孔径的尺度、天 线方向图的约束下减少天线单元的数目就成为一个关键问题。为了减少天线阵元的数目和阻 止栅瓣的产生,一个方法就是增大阵元间的距离.这种操作将导致天线阵元的平均间距 *d*<sub>av</sub> 是奈奎斯特准则的几倍 (λ/2).不等间距天线阵副瓣电平的优化问题已经研究已久<sup>[2-6]</sup>. 传统的方法主要是基于梯度法<sup>[5]</sup>,动态规划<sup>[2]</sup>等方法.这些方法在一定成度上解决了天 线阵的优化问题,但在寻找全局最优解的能力上显得不足,近几年,又相继提出了模拟退火 算法 (SA)<sup>[3,7]</sup>、遗传算法 (GA)<sup>[8]</sup>等最新的优化技术并进行了实验计算,优化结果进一步提 高.但是由于标准的 SA、 GA 方法具有过早收敛的弱点,使其在大型天线阵的设计应用中 还受到限制.

SA 和 GA 方法已经在电磁学中得到了应用<sup>[7-14]</sup>.本文通过将模拟退火的方法引入遗 传算法的选择策略和生存策略——整体退火遗传算法<sup>[15,16]</sup>,从而使该算法比标准的算法有 快得多的收敛速度及更强的逃脱局部极值和避免过早收敛的全局优化能力.已经证明<sup>[16]</sup>; 该方法所产生的种群的每个个体均以概率1收敛到最优解(一般的 GA 方法只能保证群体中 的最优个体以概率1收敛到最优解),从而种群适应值的集中程度可作为判定当前解是否达 到最优的合理标度.文中对一 25 单元,孔径为 50λ 的不等间距天线阵进行了优化.不等间 距优化和权值优化结果分别比文献 [3] 中结果降低了 1.33dB 和 0.78dB,说明该方法在寻找 全局最优解的方面要优于单纯的 SA 和 GA 方法.

2 不等间距天线阵的波束公式

本文中研究的天线阵如图 1 所示,则天线的波束模图 p(x)<sup>[2]</sup> 可表示如下:

$$p(x) = \left| \sum_{i=0}^{M-1} W_i e^{j \frac{2\pi}{\lambda} X_i u} \right|,$$
(1)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> 1997-09-23 收到, 1998-04-31 定稿

国家重点实验室项目基金资助 (项目编号 97JS93.2.1)



图 1 不等间距天线阵的几何结构

其中 X<sub>i</sub> 表示天线阵中第 *i* 个阵元的位置, W<sub>i</sub> 表示天线阵中第 *i* 个阵元的加权系数.  $u = sin(\theta) - sin(\theta_0)(\theta \cap \theta_0 \cap \theta_0)$ ,分别是入射波方向和波束扫描角).由 *u* 的表达式可知  $u \in [-2, 2]$ , 将天线阵的模式图视为 *u* 的函数,则当 u = 0 时, p(x) 达到极大值.

为了符合一般的习惯,将天线的波束模式图以极大值为标准进行归一化.

$$F(u) = 20\log[p(u)/Q], \qquad (2)$$

(2) 式中的  $Q = \sum_{i=0}^{M-1} W_i$ .

不等间距天线阵的综合问题可简述为确定每个阵元的加权系数和阵元的位置并使下列 的泛函达到最大值:

$$f(X,W) = \max_{\substack{u_{\text{start}} \le u \le u_{\text{end}}}} F(u) = \max_{\substack{u_{\text{start}} \le u \le u_{\text{end}}}} 20\log(p(u)/Q).$$
(3)

(3) 式中 X 和 W 分别为阵元位置及阵元加权系数矢量.  $u_{end}$  取值与所关心的扫描区域有 关. 为了与以前的文献结果进行比较,本文中取  $u_{end} = 1$ ;  $u_{start}$  的取值应该保证排除主瓣 极值,求出所关心区域内的栅瓣最大值.

3 算法描述

## 3.1 整体退火遗传算法

遗传算法通常描述为求解组合优化问题:

$$\max_{x \in B} f(x), \quad B = \{0, 1\}^{L}, \tag{4}$$

其中  $f: B \to R^+$  为一实值映射. B 为被优化参量的二进制编码的集合,其中的每一个元素 称为一个基因.遗传算法就是在状态空间 B 中的一种群体搜索策略. 依照生物学的术语,将 B 中的任意一有限集 { $b_1, \dots, b_n$ } 称为一个种群, n 为种群的规模. B 中的任意一个元素  $b_i = a_1, a_2, \dots, a_L$  称为一个染色体 (即为问题中的参量),而  $b_i$  中的  $a_i = 1$  或 0 称为基因, L 为每个参量的编码程度。如果存在映射  $J: R \to R$  为一严格单调递增且 J(f(x)) > 0,则 称 J(f(x)) 为问题 (4) 式的一个适应度函数。

标准的遗传算法 (SGA) 如下:

k := 0 随机的初始化种群  $P_0$ .

repeat

(1) 从种群 P<sub>k</sub> 中按适应度大小, 随机的选取父本种群 F<sub>k</sub>.

(2) 由  $F_k$  经交配产生子代  $C_{r_k}$ 。

(3) 变异  $C_{r_k}$  得到中间种群  $M_{u_k}$ .

(4) 由父代种群和中间种群共同组成新的种群  $P_{k+1}$ (父代参与竞争情况) (或以  $M_{u_k}$  作为新的种群  $P_{k+1}$ (父代不参与竞争情况)).

k := k + 1

until 停机准则满足。

传统的 GA 方法中,种群 F<sub>k</sub> 的规模 n<sub>0</sub>, C<sub>r<sub>k</sub></sub> 和 M<sub>u<sub>k</sub></sub> 的规模 n<sub>1</sub> 已定.亦即参与竞争的 是依照固定的比例进行的。一般情况下,仅具有竞争力的能够参与竞争,这样容易造成算法 的过早收敛,陷入局部极值。避免这种情况发生的一种途径是允许"坏"的个体参与竞争, 比如 GA 欺骗问题,函数表现为适应度高的峰值被一些低谷所包围,低适应度的群也可能包 含有用的模式。因此在搜索过程中应该接受差解,这种现象在生物进化中是屡见不鲜的.

基于上面的考虑,我们在 SGA 中的生存策略中引入 Boltzmann 生存机制,即在 SGA 算法的步骤 (1) 中引入一时变选择——整体退火选择. 该算法的生存策略为设新产生的适应度为 f,变动的阀值为  $\overline{f}$ ,当  $f > \overline{f}$  时,接受新个体;否则,以一定的概率接受新个体  $P = \exp((f - \overline{f})/T)$ ,其中 T 为热力学中的温度.

文献 [16] 中已经证明:引入 Boltzmann 生存机制的遗传算法与时齐 (比例选择)遗传算法是截然不同的,整体退火遗传算法总是整体收敛的,能够保证群体中的任意一个个体以概率为1的收敛到全局的最优解。这一性质为该算法提供了一个十分合理的停机判定准则: 即以种群适应度函数值的集中程度作为判据,该适应度的选取与解的精度相关。

3.2 二次优化

由上面的描述知,遗传算法的第一步是编码,由于本问题中的优化参量为实数,因此在 编码中必然存在量化误差,在收敛情况下得到的是最优解的近似。本文中采用模拟退火法对 经整体退火遗传算法得到的优化结果进行二次优化。因为模拟退火算法的步长能够精确地 进行划分,结果进一步精确。

## 4 计算实例

本文中对一由 25 个单元组成的孔径为 50λ 的不等距离天线阵进行了优化<sup>[3]</sup>.文中 ustart = 0.04.为了表明本文方法的可行性,分别就下面两种情况进行了优化.(1)加权系 数固定 (等于 1),仅对空间位置进行优化,(2)加权系数与空间位置均进行优化。

在计算中,对位置参数进行如下的编码:以两个阵元间的距离作为优化变量,而且对两个阵元间的距离进行了如下的约束  $\lambda/4 \le d \le 8\lambda$ ,在文献 [6] 中提出了电流锥削比 (Current Taper Ratio, CTR)的概念,即为阵元最大加权系数与最小加权系数的比值.该约束的出现 是基于实际馈电网络的难易程度考虑的,因为实际情况中,当在同一天线阵中不同阵元的加权系数差别过大,会增加馈电网络的难度,导致研制费用的提高.本文中对加权系数的限制如下:  $W \in [0.3, 1.5]$ ,这一约束条件保证了物理实现的可行性.

为了应用整体退火遗传算法,我们将位置间隔参量 d 的染色体编码取为 5bit 近似 (即用 5 位二进制串表示每一参数,  $B = \{0,1\}^5$ ),系数参量 w 的染色体编码取为 4bit 近似, W 的 量化单位为 0.1.适应度函数为 f(X,W),变异概率范围 0.001  $\leq P \leq 0.005$ ,杂交算子运用 标准的单点杂交 <sup>[12]</sup>.应用退火选择遗传算法和二次优化,退火温度 T 按  $T_k = \ln(k/T_0 + 1)$ ,  $T_0 = 200, k = 1, 2, \cdots$ ,表示演化代数。

### 4.1 位置优化

本文首先对加权系数为固定值 (假定 W,均为单位值 1)时的情况进行了验证,并与其它 方法得到的结果进行了比较.比较的指标为:最大副瓣电平、 3dB 波瓣宽度.文中得到的 天线阵波瓣图如图 2 所示.优化结果为:最大副瓣电平为-13.40dB,主瓣宽度为 0.0092.



图 2 单位系数的天线阵波瓣图优化结果,最大副瓣电平为-13.40dB

具作者所知,迄今为止最好的报道结果在文献 [3] 中:最大副瓣电平为 -12.07dB,主瓣 宽度为 0.0124。由此看出本文方法在两方面有所改进:副瓣电平降低 1.3dB 和主瓣宽度减 小.与其它方法得到的结果对比如表 1 所示.

	*	
综合方法	副瓣电平 (dB)	主瓣宽度 (3dB)
整体退火遗传算法	-13.40	0.0092
模拟退火 <sup>[3]</sup>	-12.07	0.0124
动态规划 [5]	-10.14	0.0143
梯度法 [5]	-10.50	0.0152

表 1 不同优化方法所得结果比较

#### 4.2 位置和系数优化

我们已经知到,当位置变量和加权系数变量均进行优化时,所得结果要优于单纯位置变量的优化结果.我们将加权系数的编码与位置参量的编码组合成一个整体的基因,共同参与进化过程.

优化结果为:最大副瓣电平为-14.27dB,主瓣宽度为0.0132,CTR=3.2。优化波瓣 图如图 3(a)所示,阵元加权系数在图 3(b)中给出。与其它方法所得结果的比较在表2中给出。



图 3	应用整体退火遗传组	算法对位置和系数的优化阵列
	(a) 波瓣图	(b) 加权系数

综合方法	副瓣电平	主瓣宽度	CTR	
整体退火遗传算法	-14.27	0.0132	3.2	
模拟退火 <sup>[3]</sup>	-13.51	0.0143	4.1	
	-12.20	0.0189	5.8	

表 2 不同方法优化阵列特性比较

# 5 结 论

本文将一个保证收敛的非比例选择遗传算法——整体退火遗传算法用于不等间距天线阵的优化设计.这一算法在 SGA 算法的父本选择中引入非时齐选择。实践证明:该算法具有整体收敛能力,具有较强的避免过早收敛和逃脱局部极值的全局优化能力,而且种群的集中程度可作为这一算法的合理中止准则.

#### 参考文献

- Ma M T Theory and Application of Antenna Arrays. Canada: John Wiley & Sons, Inc, 1974, 213-245.
- [2] Skolnik M I, Nemhauser G, Sherman J W. Dynamic programming applied to unequally spaced arrays. IEEE Trans. on AP, 1964, AP-12(1): 35-43.
- [3] Murino Vittorio, Trucco Andrea, Regazzoni C S. Synthesis of unequally spaced arrays by simulated annealing. IEEE Trans. on SP, 1996, SP-44(1): 119-123.
- [4] Elliott R S. Antenna Theory and Design. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1981, 196-274.
- [5] [苏] E.r. 泽尔金, B.r. 索科若夫著,陈祥禄,倪湘译。天线综合法。北京。宇航出版社, 1986, 252-287.
- [6] Jarske P, Sramaki T, Mitra S K, Neuvo Y. On the properties and design of nonuniformly spaced arrays. IEEE Trans. On ASSP, 1988, ASSP-36(3): 372-380.
- [7] Ruf Christopher S. Numerical annealing of low-redundancy linear arrays. IEEE Trans. on AP, 1993, AP-41(1): 85-89.
- [8] Haupt R L. Thinned arrays using genetic algorithms. IEEE Trans. on AP, 1994, AP-42(7): 993-999.
- [9] Itshuler E E, Linden D S. Design of a loaded monopole having hemispherical coverage using a genetic algorithm. IEEE Trans. on AP, 1997, AP-45(1): 1-4.
- [10] Linden D L, Altshuler E E. Automating wire antenna design using genetic algorithm. Microwave Journal, 1996, 40(3): 74-86.

- [11] Altshuler E E, Linden D L. Wire-Antenna designs using genetic algorithm. IEEE Antenna and Propagation Magazine, 1997, 37(2): 33-43.
- [12] Fogel D B. A introduction to simulated evolutionary optimization. IEEE Trans. on Neural Networks, 1994, NN-5(1): 3-13.
- [13] Haupt R L. An introduction to genetic algorithm for electromagnetics. IEEE Antena and Propagation Magazine, 1995, 37(2): 7-15.
- [14] Weile D S, Michielessen Eric. Genetic algorithm optimization applied to electromagnetics: A Review. IEEE Trans. on AP, 1997, AP-45(3): 343-353.
- [15] 王雪梅,王义和.模拟退火算法与遗传算法的结合.计算机学报, 1997, 20(4): 381-384.
- [16] 张讲社、徐宗本、梁怡、整体退火遗传算法及其收敛充要条件、中国科学 E 辑, 1997, 27(2): 154-164.

# THE SYNTHESIS OF UNEQUALLY SPACED ARRAYS BY GENETIC ALGORITHM COMBINED WITH SIMULATED ANNEALING

#### Han Minghua Yuan Naichang

(Depatment of Electronic Technology Section 403 of NUDT, Changsha 410073)

**Abstract** A new type of genetic algorithm combined the parallel simulated annealing with the advantages of guaranteeing convergence and deciding convergence easily was proposed to the synthesis of unequally spaced arrays. The position and the weighted coefficients can optimize at the same time. The cases showed that this method has strong ability to find the global optimization solution. This method provides a strong tool to the design of the large antenna arrays.

Key words Genetic algorithm, Antenna array, Optimization

- 韩明华; 男, 1975 年生,硕士生、现在研究领域为微波电路设计,电磁散射与逆散射、电磁场数值计 算、微波成像、数字信号处理技术应用、相控阵天线设计研究.已在学术期刊及会议上发表或 接受发表论文 15 篇.
- 袁乃昌: 男, 1965 年生, 博士, 副教授, 纽约科学院院士, 中国电子学会高级会员. 现研究领域为微 波电路设计、超宽带技术等. 已在美国 IEEE , 电子学报等国内外期刊上发表论文 50 余篇