电容式混沌测量 [1]

黄文高　　童勤业

(浙江大学生命科学与生物医学工程系　非线性理论与应用研究中心　杭州　310027)

摘　要　该文提出一种用极不稳定的混沌系统进行测量的方法. 利用混沌系统的参数敏感性, 通过测量混沌轨道的改变来得到参数值, 是一种新的测量原理.

关键词　混沌, 测量, 非线性电路

中图号　TM934.2

1 引　言

非线性科学发展至今, 理论上的探讨已经非常深入, 但要把混沌理论真正应用于实际中, 还需要艰苦的探索. 混沌控制 [1] 、混沌通讯 [2] 等研究, 为混沌的应用开辟了道路, 本文所要阐述的是混沌应用的又一方面: 混沌测量.

从传统的工程观点来看, 测量系统必须是稳定的, 很难想象一个不稳定的混沌系统能进行精确的测量, 可是生物体感官就是在混沌态下实现高灵敏度信号检测的, 其检测灵敏度远远超过现有的测量仪器, 而且它们时刻经历着细胞的生死和新陈代谢, 可以说极不稳定, 这就提示我们: 工程测量应该发展新的方法, 从线性思维走向非线性思维.

混沌系统的主要特点是初值敏感性和参数敏感性, 能否将这种特点巧妙地用于测量? 虽然在混沌用于测量这方面有一些文章 [3,4] , 但真正利用初值敏感性来进行测量的还只有文献 [4] , 本文在文献 [4] 的基础上改进, 又提出了一种利用参数敏感性进行测量的新原理.

当混沌系统的参数有一微小变化时, 经过一定时间的演化, 其混沌轨道将发生显著的变化. 初值一定时, 不同的参数对应不同的轨道, 用轨道的变化来衡量相应参数间的差值, 进而求出参数. 这就是本文电容式混沌测量的基本思想.

可以将敏感元件作为混沌电路的一部分, 它将待测信号的变化转变为系统的参数变化, 进而引起混沌轨道发生变化, 我们测出混沌轨道的变化, 就可求出待测信号.

2 电路与分析

测量电路由文献 [4] 的电路改进而得, 如图 1 所示. 其中电容 C 为敏感元件, 它将待测信号转变为系统的参数 C . U_s 和 I_1, $-I_2$ 是电源. W 是逻辑电路, 它根据比较器 P 的输出电压 U_p 决定电子开关 K_1 或 K_2 的开或关.

测量开始时, K_1 , K_2 断开, 合上 K_3 使 $U_c = U_s$, 然后断开 K_3 , 当周期为 τ 的脉冲信号 Δ_t 到达时, 逻辑电路 W 把 K_2 合上, 以恒电流 $-I_2$ 对电容 C 放电 (图 2 中 X_0B) , 当 U_c 降到 0 , 比较器翻转, U_p 由低电平变高电平, 使 W 动作, 把 K_2 断开 K_1 合上以恒电流 I_1 对电容 C 充电 (图 2 中 BX_1) , 当下一个脉冲到达时, W 把 K_1 断开 K_2 合上又开始下一个周期的放电和充电过程. 这样, U_c 的运动轨迹如图 2 中的 $X_0BX_1CX_2\cdots$.

[1] 2001-01-02 收到, 2001-06-11 定稿
国家自然科学基金资助项目 (69675020)

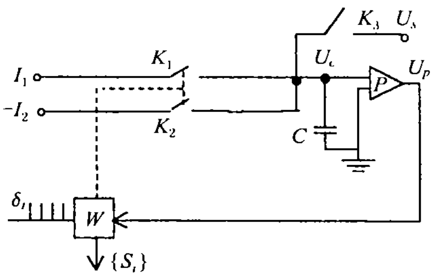

图 1 测量电路

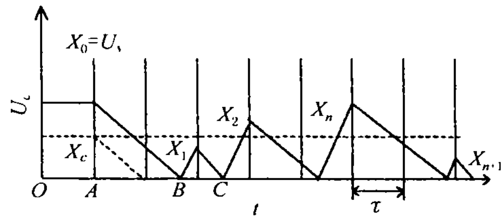

图 2 电容电压变化图

当 K_1 合上，电容的充电过程有 $C\mathrm{d}U_c/\mathrm{d}t = I_1$ ，解得

$$U_c = (I_1/C)t \tag{1}$$

当初始电压为 X_n ，电容放电过程有 $C\mathrm{d}U_c/\mathrm{d}t = -I_2$ ，解得

$$U_c = X_n - (I_2/C)t \tag{2}$$

临界值 X_c ： $X_c = (I_2/C)\tau$

由 (1) 、 (2) 式可得如下迭代式：

$$X_{n+1} = \begin{cases} I_1\tau/C - (I_1/I_2)X_n, & X_n < X_c \\ 2I_1\tau/C - (I_1/I_2)X_n, & X_n > X_c \end{cases} \tag{3}$$

其中 X_n 为峰值点的值. 以上迭代关系可用图 3 表示.

(3) 式是一个倒的锯齿迭代，由文献 [5] 可知是一个混沌系统.

3 电路的非线性动力学分析

在初值一定的条件下，对应于混沌系统的不同参数，就有不同的混沌轨道，把所有轨道支撑起来的空间称为轨道泛函空间，其中每一个点就是一条轨道. 如果我们能找到轨道空间中一个距离定义，则可确定其中两点之间的距离 d ， d 就反映了参数之间的差值.

给定一个参数值 C ，可以按 (3) 式得到一序列 $x_0x_1x_2x_3\cdots=\{x_i\}$ ，用符号动力学方法可以把序列 $\{x_i\}$ 变为符号序列 $s_0s_1s_2s_3\cdots=\{s_i\}$ ，其中 s_i 为 1 或 0 ，变换法则为

$$s_i = \begin{cases} 1, & x_i > X_c \\ 0, & x_i < X_c \end{cases}$$

$\{s_i\}$ 与 $\{x_i\}$ 一一对应，为以 x_0 为初值迭代所得符号序列，由符号动力学可知此序列按 x_0 排序 [5] ，这也就是文献 [4] 提出利用初值敏感性进行测量的前提.

要利用参数敏感性进行测量，首先符号序列要能够按参数排序，下面我们给出证明.

给定一个参数值 C_0 ，可以按 (3) 式得到一个倒锯齿迭代图，如图 4 中 ABCD ，按此可得一序列 $x_0x_1x_2x_3\cdots=\{x_i\}$ ，用符号动力学方法可把序列 $\{x_i\}$ 变为符号序列 $a_0a_1a_2a_3\cdots=\{a_i\}$ ；对另一个参数值 $C=kC_0$ ，按 (3) 式得到另一个锯齿迭代图，它是前一迭代图按比例 k 缩放得到，如图 4 中 $abcd$ ，按此迭代可得一序列 $y_0y_1y_2y_3\cdots=\{y_i\}$ ，相应符号序列为 $b_0b_1b_2b_3\cdots=\{b_i\}$ ，显然，从初值 kx_0 按 ABCD 迭代得到同一个符号序列 $\{b_i\}$ ，这说明：若参数为 C_0 时逻辑电路

W 给出符号序列 $\{a_i\}$ ，则参数变为 $C = kC_0$ 时， W 给出序列 $\{b_i\}$ 可用如下方法得到：即认为参数仍为 C_0 ，但初值变为 kx_0 进行迭代.

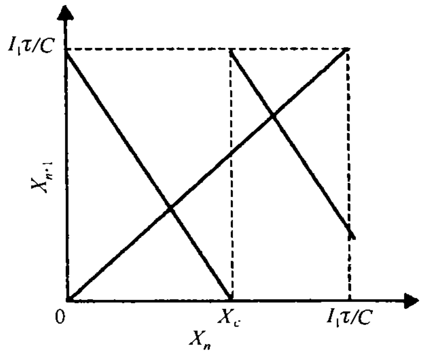

图 3　峰值迭代关系图

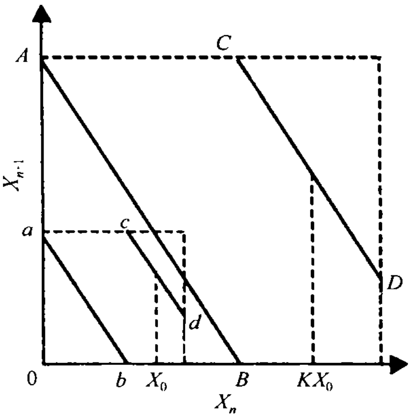

图 4　峰值迭代关系图

根据以上分析，则由符号序列按初值排序 [5] ，可得此序列也按参数 C 排序，且排序的规则相同，即：若二序列不同的首位为奇数位，则此位为 1 者大，若不同的首位为偶数位，则此位为 0 者大.

k 取值范围需满足： d 点横坐标 $(I_1\tau)/(kC_0) > U_s$ ，得

$$0 < k < (I_1\tau)/(C_0U_s) \tag{4}$$

符号序列的排序规律，是我们定义混沌轨道距离的根据. 下面我们就给出轨道的距离定义.

在初值一定条件下，两个不同的参数值 C ， C_0 对应两条不同轨道： $x_0x_1x_2x_3\cdots = \{x_i\}$ ， $y_0y_1y_2y_3\cdots = \{y_i\}$ ，并可得两个相应的符号序列 $a_0a_1a_2a_3\cdots = \{a_i\}$ ， $b_0b_1b_2b_3\cdots = \{b_i\}$.

定义 1　轨道 $x_0x_1x_2x_3\cdots = \{x_i\}$ ， $y_0y_1y_2y_3\cdots = \{y_i\}$ 的距离：

$$d(C, C_0) = \left|\sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i - b_i}{2^{i+1}}(-1)^i\right| \tag{5}$$

由于参数 C 与轨道一一对应，符号序列按参数排序，因此 $C - C_0$ 与距离 d 成单调函数：

$$|C - C_0| = f(d(C, C_0)) \tag{6}$$

把 C_0 作为系统的零点， C_0 和 $\{b_i\}$ 已知. 只要得到参数 C 对应的序列 $\{a_i\}$ ，即可按 (5) 、(6) 式算出 C .

为了使 f 为线性函数，取 $I_1 = 2I_2$ ，取 $C_0 \to 0$ ，则 $\{b_i\} = 010101\cdots$ ，由 (5) 式得

$$d(C, 0) = \left|\frac{a_0 - 0}{2^1} - \frac{a_1 - 1}{2^2} + \frac{a_2 - 0}{2^3} - \frac{a_3 - 1}{2^4} + \cdots\right| \tag{7}$$

将 (3) 式写为

$$X_{n+1} = (1 + \varepsilon_n)\frac{I_1\tau}{C} - 2X_n \tag{8}$$

其中

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & x_n > X_c \\ 0, & x_n < X_c \end{cases} \tag{9}$$

由 (8) 式逆推可得

$$X_n = \frac{I_1\tau}{C}\frac{1+\varepsilon_n}{2} - \frac{X_{n+1}}{2} = \frac{I_1\tau}{C}\left[\frac{1+\varepsilon_n}{2} - \frac{1+\varepsilon_{n+1}}{2^2}\right] + \frac{X_{n+2}}{2^2} = \frac{I_1\tau}{C}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1+\varepsilon_{n+i}}{2^{i+1}}(-1)^i$$

由上式得

$$X_0 \frac{I_1\tau}{C}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1+\varepsilon_i}{2^{i+1}}(-1)^i \tag{10}$$

$\{\varepsilon_i\}$ 即为 $\{a_i\}$ ，上式 Σ 部分展开后与 (7) 式右边相等，故

$$X_0 = (I_1\tau/C)d(C,0)$$

即

$$C = (I_1\tau/U_s)d(C,0) \tag{11}$$

因此，只要得到参数值 C 对应的符号序列 $\{a_i\}$ ，即可按 (7) 、 (11) 式得到 C .

如果一定要把峰值点测量出来再确定符号序列，就失去本文的意义了，实际上 $\{a_i\}$ 直接从逻辑电路 W 输出：如果电容从初始电压 x_k 放电期间没有脉冲 δ_t ，说明 $x_k < x_c$ ， $a_k = 0$ ，否则 $x_k \geq x_c$ ， $a_k = 1$.

一般情况下，当电路参数不满足 $I_1 = 2I_2$ 时， f 不是线性函数，这时可用计算机数值计算直接得到 f . 举例如下：

取 I_1=10A ， I_2=5.2A ， τ=0.1s ， U_s=1V . 取零点 $C_0 \to 0$ ，则符号序列 $\{b_i\}$ = 010101 $\cdots\cdots$.

计算 C 变化时对应的符号序列 $\{a_i\}$ 以及 $\{a_i\}$ 与 $\{b_i\}$ 的距离 d 如表 1 . 作出 d 与 C 的关系曲线如图 5 . 可见符号序列是按参数排序的， I_1 与 I_2 的比值在 2 附近时测量系统的线性度是好的.

由于混沌系统本身的特性以及噪声对系统的影响，使得同一参数值对应的轨道发生漂移. 定义在不同测量环境下的重复实验中由同一参数值所得的多个序列之间的最大距离 $d_{\max}$ 为此参数值的轨道漂移量，记为 F . 系统允许的所有参数值所相应的 F 中最大者称为系统的最大漂移量，记为 $F_{\max}$. $F_{\max}$ 反映了系统的精度，只有当 $F_{\max}$ 在给定范围内，才可应用此系统于测量.

根据蝴蝶效应，在长的时间尺度上，微小的噪声干扰可能引起混沌轨道不可预测的巨大变化，但根据我们的距离定义 (5) 式，长的时间尺度相当于 $i >> 1$ ，此时 $(a_i - b_i)/2^{i+1} \to 0$ ，可见受干扰的轨道与原轨道的距离是小的. 混沌测量方法之所以可行，就是由于采用了符号空间和适当的距离定义.

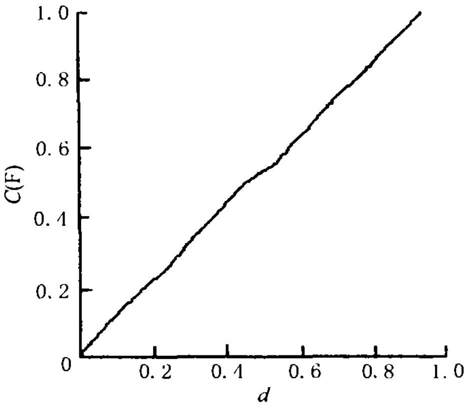

图 5　C-d 关系曲线

表 1　仿真实验数据

$C(F)$	符号序列 $\{a_i\}$						d
0.05	01000	10110	10010	11001	10110	00000	0.0443147
0.1	01001	11000	01111	00011	11110	00100	0.0847598
0.15	01110	01000	11111	01111	01101	11001	0.132127
0.2	01100	11110	01111	11111	11001	11101	0.176545
0.25	00010	10000	10001	10010	01000	11010	0.233854
0.3	00011	11010	01110	00111	01110	01110	0.274178
0.35	00000	01110	00100	11101	001010	00111	0.317443
0.4	00110	11000	00010	00001	11001	11111	0.366099
0.45	00111	00010	01000	00100	10110	10010	0.406929
0.5	00101	10001	11111	10001	00010	11011	0.451441
0.55	11011	00101	00100	11100	00111	00101	0.525452
0.6	11000	01110	11100	01000	10001	00110	0.567707
0.65	11110	11000	11011	11110	00110	00000	0.616365
0.7	11111	00010	00000	00011	11110	00001	0.657178
0.75	11101	10001	10111	11100	01100	00000	0.70169
0.8	10010	01000	10000	11100	00011	01111	0.757263
0.85	10000	11110	00011	00011	01001	11010	0.801678
0.9	10001	00000	00010	11111	01110	11101	0.842652
0.95	10111	10011	10001	01110	10010	01110	0.8911
1	10100	00110	01101	11001	10111	10010	0.934421

4 讨　论

本方法可用于直接测量电容值，也可作为电容式传感器测量其他信号，通过改变读取符号序列的长度，可以很容易地改变测量精度．

文献 [4] 提出的按初值测量的方法，由于采用恒定电压源对电容充电和放电，充电和放电过程是曲线，只有当脉冲间隔 τ 与此时间常数相比小到可忽略不计时，迭代关系才近似为直线，但由此会产生一定的误差，而本文电路不存在这个问题．

混沌测量是一个全新的测量概念．传统的测量方法大多属于线性方法，强调稳定、平衡和均匀性．但是不稳定、不平衡、非均匀性却是混沌系统的共性，非线性系统就是在不稳定、非平衡的状态中提取信息、处理信息，从而显示它特有的优点的．大自然经过漫长进化形成的生物

体感官，其灵敏程度远非目前的科技水平可比，而它们都是在混沌态下工作的，根据 Freeman 的电生理实验 [6]，感觉器官是混沌态的，而且在以后的神经脉冲传递输出中也是以“兴奋”和“抑制”两个符号进行工作的，这与我们的混沌测量系统很相似．深入研究混沌测量，或许可以突破传统测量方法的局限，打开一个新局面，并有助于我们更深刻地理解生命的奥秘．

参 考 文 献

[1] E. Ott. *et al.*, Controlling chaos, Physical Rev. Lett., 1990, 64(11), 1196–1199.

[2] L. M. Pecora, *et al.*, Synchronization in chaotic systems, Physical Rev. Lett., 1990, 64(8), 821–824.

[3] 何建华，基于混沌和神经网络的弱信号检测，电子学报， 1998, 26(10), 33–37.

[4] 童勤业等，混沌理论在测量中的应用，电子科学学刊， 1999, 21(1), 42–48.

[5] 郑伟谋，郝柏林，实用符号动力学，上海，上海科技出版社， 1994, 11–60.

[6] W. J. Freeman, Tutorial on neurobiology, from single nourons to brain chaos. Int. J of Bifurcation and Chaos, 1992, 2(3), 451–482.

CHAOTIC MEASURMENT USING CAPACITANCE AS SENSITIVE PARAMETER

Huang Wengao Tong Qinye

(Research Center of Non-linear Theory and Application,

Dept. of Life Science and Biomedical Eng., Zhejiang University, Hangzhou 310027, *China)*

Abstract This paper describes the method of measuring signal in extremely unstable chaotic system. Due to sensitive dependence on parameter, the tiny change in parameter can be obtained by measuring distance of the corresponding chaotic orbits.

Key words Chaos, Measurement, Nonlinear circuit

黄文高： 男， 1962 年生，博士生，研究方向为非线性动力学、人工生命．

童勤业： 男， 1939 年生，教授，博士生导师，研究方向为非线性动力学．