

脉冲波形对其轴线能量传播特性影响的研究¹

杨宏春 阮成礼 杨 春* 林维涛

(电子科技大学应用物理研究所 成都 610054)

* (电子科技大学应用数学学院 成都 610054)

摘要 在相同平面圆形辐射器条件下,对具有相同中心频率的几种典型脉冲,根据电磁场理论,给出了它们轴线能量传播特性的解析计算公式和数字模拟结果。研究表明:当脉冲的上升时间小于有效脉冲宽度的 1/20 时,在脉冲传播的慢衰减区,等腰梯形脉冲的传播特性优于目前普遍应用的正弦脉冲。

关键词 脉冲波形,传播特性,中心频率

中图分类号 TN015, O441.1

1 引言

近几年,通过光与半导体材料相互作用产生瞬态电磁脉冲已成为该领域的重要研究课题,不同电磁脉冲波形具有不同的能量传播特性与应用前景^[1-3]。本文讨论了等腰梯形脉冲、矩形脉冲、三角脉冲、高斯脉冲与正弦脉冲的轴线能量传播特性,得到了当脉冲的上升时间小于有效脉冲宽度的 1/20 时,在脉冲传播的慢衰减区,等腰梯形脉冲的传播特性优于目前普遍应用的正弦脉冲。这为研发具有理想波形的瞬态脉冲源提供了理论参考。

2 理论分析

2.1 平面圆形辐射器轴线坡印亭矢量时间积分的严格解 电动力学给出用矢量位表示的电磁场的波动方程为

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu\epsilon\partial^2 \mathbf{A}/\partial t^2 = -\mu\mathbf{J} \quad (1)$$

微分方程频域形式解为

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}',\omega) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}',\omega)}{R} r'ikr dV' \quad (2)$$

其中 $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, 即观察点 \mathbf{r} 与激励源 \mathbf{r}' 之间的距离。如果 \mathbf{A} 只有一个分量 A_x , 电磁场不为零的各分量可以表示为

$$E_x = \frac{i}{\omega\mu\epsilon} \left[\frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \right], \quad H_y = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_x}{\partial z} \quad (3)$$

如图 1 所示的平面圆形单元辐射器,半径为 a , 设辐射器中通有沿 x 方向的时变电流

$$\mathbf{J}(x',y',z',t) = \begin{cases} e_x \delta(z') f(t), & \text{辐射器有电流区域} \\ 0, & \text{辐射器无电流区域} \end{cases} \quad (4)$$

对时变电流作傅里叶变换

$$\mathbf{J}(x',y',z',\omega) = \begin{cases} e_x \delta(z') F(\omega), & \text{辐射器有电流区域} \\ 0, & \text{辐射器无电流区域} \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{J}(x',y',z',\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{J}(x',y',z',t) e^{i\omega t} dt, \quad F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (6)$$

¹ 2002-11-03 收到, 2003-02-24 改回

863 创新基金资助项目 (2002AA837030); 国防预研基金项目 (514250201DZ02)

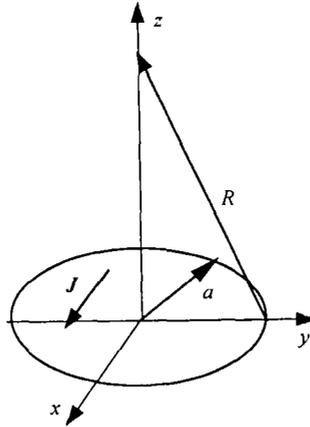


图 1 平面圆形单元辐射器

由 (3) - (6) 式, 轴线非零电磁场分量的频域表达式为

$$E_x = (\eta/2)F(\omega)[g_2(z)e^{-ikR} - e^{-ikz}] + i[(\eta a^2)/(4kR^3)]F(\omega)e^{-ikR} \quad (7)$$

$$H_y = (1/2)F(\omega)[g_1(z)e^{-ikR} - e^{-ikz}] \quad (8)$$

对应电磁场分量的时域表达式为

$$E_x = (\eta/2)[g_2(z)f(t - R/c) - f(t - z/c)] - a^2/(4\epsilon R^3) \int_{-\infty}^t f(\tau - R/c)d\tau \quad (9)$$

$$H_y = (1/2)[g_1(z)f(t - R/c) - f(t - z/c)] \quad (10)$$

由 (9)、(10) 式, 在圆盘轴线坡印亨矢量时间积分解析解中忽略最后一项小项^[4], 得到

$$\mathbf{G} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} \times \mathbf{H} dt = \frac{\eta}{4} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [1 + g_1(z)g_2(z)]f^2(t)dt - \int_{-\infty}^{+\infty} [g_1(z) + g_2(z)]f(t)f(t - \xi)dt \right\} \quad (11)$$

其中

$$g_1(z) = z/R, \quad g_2(z) = (1/2)(1 + z^2/R^2), \quad \xi = (R_2 - z)/c, \quad \eta = 1/(\epsilon c), \quad R = \sqrt{a^2 + z^2} \quad (12)$$

2.2 相同中心频率、不同波形电磁脉冲的轴线能量传播特性 如图 1, 考虑半径 $a=1\text{m}$ 的圆形单元辐射器以相同中心频率分别辐射正弦脉冲、等腰梯形脉冲、矩形脉冲、三角脉冲、高斯脉冲。考虑到正弦脉冲现实用途最广, 而三角脉冲、矩形脉冲、高斯脉冲轴线能量的传播特性可以由等腰梯形脉冲在特殊极限条件下加以讨论, 因此, 下面我们主要讨论正弦脉冲与等腰梯形脉冲的轴线能量衰减特性, 进而得到脉冲波形对其轴线能量传输特性的一般结论。

2.2.1 正弦脉冲的传播特性 实际应用中, 人们利用的常常不是单个的正弦脉冲, 而是如图 2 所示的正弦脉冲串, 为此, 设一次辐射的正弦脉冲串中包含 k 个完整正弦波, 单个正弦波的周期为 T_1 , 脉冲串重复辐射的间隔为 T_2 , 正弦波写为

$$f(t) = \begin{cases} A \sin \omega t, & 0 \leq t \leq kT_1 \\ 0, & kT_1 \leq t \leq T \end{cases} \quad (13)$$

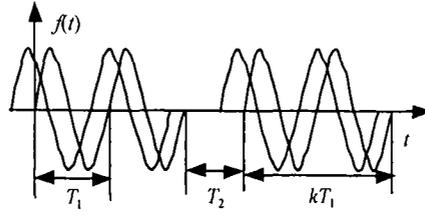


图 2 正弦脉冲示意图

脉冲重复周期

$$T = kT_1 + T_2 \quad (14)$$

当辐射达到稳定时, 设在轴线 z 点测定能量通量的时间为 kT , 且设通过测定点的脉冲次数为 k_1 , 那么, (11) 式第一项的值应为

$$\frac{\eta}{4}[1 + g_1(z)g_2(z)]k_1 \int_0^{kT_1} f^2(t)dt = \frac{\eta}{4}[1 + g_1(z)g_2(z)]\frac{k_1 k T_1}{2} A^2 \quad (15)$$

当 $z \gg a$ 时, 上式成为

$$\frac{\eta}{4}[1 + g_1(z)g_2(z)]k_1 \int_0^{kT_1} f^2(t)dt = \frac{k_1 k T_1}{4} \eta A^2 \equiv g_0 \quad (16)$$

(11) 式的第二项计算需要考虑 $T_2 \geq kT_1$, $T_2 < kT_1$ 两种情形. 但在实际应用中有: $T_2 \gg kT_1$, 为讨论简便起见, 以下只讨论 $T_2 > kT_1$ 的情形.

对 (13) 式的正弦脉冲, 由 (11) 式, 在近辐射区因干涉现象必然出现 G 随 z 的振荡, 依干涉理论, G 出现极大值对应的 z 满足

$$z_N = [a^2 - (N + 1/2)^2 T_1^2 c^2] / [2(N + 1/2) T_1 c] \approx a^2 / [(2N + 1) T_1 c], \quad N = 0, 1, \dots, k - 1 \quad (17)$$

正弦脉冲轴线坡印亭矢量时间积分脱离振荡区域进入单调衰减区的条件为

$$z > z_0 = a^2 / (T_1 c) \quad \text{或} \quad \xi < \xi_0 = T_1 / 2 \quad (18)$$

考虑到 $T_2 > kT_1$ 及 (18) 式, 有

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)f(t - \xi)dt &= k_1 \int_0^{kT_1 - \xi} f(t)f(t + \xi)dt \\ &= A^2 k_1 \int_0^{kT_1 - \xi} \sin \omega t \cdot \sin \omega(t + \xi)dt = \frac{1}{2} A^2 k_1 \left[(kT_1 - \xi) \cos \omega \xi + \frac{\sin \omega \xi}{\omega} \right] \\ &\approx \frac{1}{2} A^2 k_1 (kT_1 - \xi) \cos \omega \xi \end{aligned} \quad (19)$$

对正弦脉冲, 设 $k \gg 1$, (11) 式成为

$$G = g_0 \{1 - [1/(kT_1)](kT_1 - \xi) \cos \omega \xi\} \approx g_0 (1 - \cos \omega \xi) \quad (20)$$

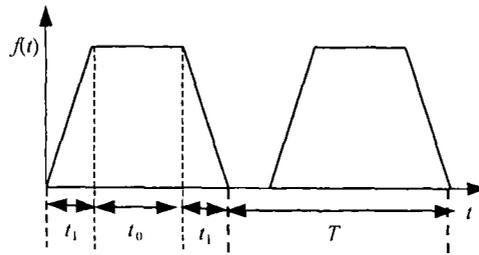


图 3 等腰梯形脉冲时变电流波形

2.2.2 等腰梯形脉冲的传播特性 如图 3 所示等腰梯形脉冲, 设等腰梯形脉冲一次辐射一个梯形波, 单个梯形波的中心频率为 $T_1 = t_1 + t_0$.

$$f(t) = \begin{cases} t/t_1, & 0 < t \leq t_1 \\ 1, & t_1 < t \leq t_1 + t_0 \\ (-t + 2t_1 + t_0)/t_1, & t_1 + t_0 < t \leq t_0 + 2t_1 \\ 0, & t < 0 \text{ 或 } t > t_0 + 2t_1 \end{cases} \quad (21)$$

由 (11), (21) 式, 当 $t_0 > t_1$ 时, 等腰梯形脉冲轴线坡印亭矢量时间积分随距离的衰减解析结果可以表示为^[5]

$$G = \begin{cases} g_{01}, & z \leq \frac{a^2 - (t_0 + 2t_1)^2 c^2}{2(t_0 + 2t_1)c} = z_1 \\ g_{01} - g_3(z) \frac{(t_0 + 2t_1 - \xi)^3}{6t_1^2}, & z_1 < z \leq \frac{a^2 - (t_0 + t_1)^2 c^2}{2(t_0 + t_1)c} = z_2 \\ g_{01} - g_3(z) \frac{(t_0 + 2t_1 - \xi)^3 - 2(T_1 - \xi)^3}{6t_1^2}, & z_2 < z \leq \frac{a^2 - t_0^2 c^2}{2t_0 c} = z_3 \\ g_{01} - g_3(z)(T_1 - \xi), & z_3 < z \leq \frac{a^2 - t_1^2 c^2}{2t_1 c} = z_4 \\ g_{01} - g_3(z) \left[\frac{\xi(2t_1 - \xi)}{t_1} + \frac{(t_1 - \xi)(2t_1 + \xi)}{3t_1^2} + t_0 - \xi \right], & z_4 = \frac{a^2 - t_1^2 c^2}{2t_1 c} < z \end{cases} \quad (22)$$

其中

$$g_{01} = (\eta/4)[1 + g_1(z)g_2(z)](t_0 + 2t_1/3), \quad g_3(z) = (\eta/4)[g_1(z) + g_2(z)] \quad (23)$$

当等腰梯形脉冲能量传输在慢衰减区 (G 随 z 的衰减满足 $G \propto z^{-2\delta}, 0 < \delta < 1$)

$$[(a^2 - t_0^2 c^2)/(2t_0 c)] \leq z \leq [(a^2 - t_1^2 c^2)/(2t_1 c)] \quad (24)$$

此时, z 满足 $z \gg a$, g_{01} 成为

$$g_{01} = (\eta/4)[1 + g_1(z)g_2(z)](t_0 + 2t_1/3) \approx (\eta/2)(t_0 + 2t_1/3) \equiv g'_0 \quad (25)$$

由 (22) 式, 等腰梯形脉冲在慢衰减区对应的轴线坡印亭矢量时间积分为

$$G = g'_0 [1 - (T_1 - \xi)/(T_1 - t_1/3)] \approx g'_0 \xi/T_1 \quad \text{或} \quad G/g'_0 = \xi/T_1 \quad (26)$$

由 (20), (26) 式, 要使得等腰梯形脉冲的慢传播特性优于正弦脉冲, 必须有

$$(\xi/T_1) \geq 1 - \cos \omega \xi \quad (27)$$

将 (27) 式作级数展开并化简, 得到

$$z \geq \pi^2 a^2 / (T_1 c) \quad (28)$$

考虑到 (28) 式确定的 z 值还必须处于等腰梯形脉冲的慢衰减区间内, 由 (24) 式, 有

$$[(\pi^2 a^2) / (T_1 c)] \leq [(a^2 - t_1^2 c^2) / (2t_1 c)] \approx [a^2 / (2t_1 c)] \quad \text{或} \quad t_1 \leq [T_1 / (2\pi^2)] \approx (T_1 / 20) \quad (29)$$

因此, 如果正弦脉冲中正弦波的周期与等腰梯形脉冲的中心频率相等, 对具有相同脉冲周期的正弦脉冲和等腰梯形脉冲, 当 $t_1 \leq [T_1 / (2\pi^2)] \approx T_1 / 20$, 且 $z \geq [(\pi^2 a^2) / (T_1 c)]$ 时, 等腰梯形脉冲的传播特性优于对应的正弦脉冲的传播特性。

在相同中心频率条件下, 对于三角形脉冲, 脉冲的上升时间不可能满足 (29) 式, 因此, 三角形脉冲的慢衰减特性不可能优于正弦脉冲; 矩形脉冲的上升时间 $t_1 = 0$, 由 (11) 式容易证明, $G_c \propto z^{-1}$; 将高斯脉冲近似看作为顶宽 t_0 较短的等腰梯形脉冲, 其上升时间难以满足 (29) 式, 其慢衰减特性不优于正弦脉冲。

3 结果与讨论

图 4 是由 (11) 式分别计算不同脉冲波形轴线坡印亭矢量时间积分随距离衰减的数字结果, 图中曲线 1, 2 分别代表轴线能量按 z^{-1} , z^{-2} 的衰减规律, 曲线 3 ~ 7 分别表示三角脉冲 ($t_1=70\text{ps}$)、高斯脉冲 ($T_1=70\text{ps}$)、正弦脉冲 ($T_1=70\text{ps}$, $k=20$)、等腰梯形脉冲 ($t_1=1\text{ps}$, $t_0=69\text{ps}$)、矩形脉冲 ($t_0=70\text{ps}$) 的衰减特性。各脉冲的有效脉宽均为 $T_1=70\text{ps}$ 。

图 4 中正弦脉冲在近辐射区表现出的振荡现象满足 (17) 式的分析结果, 计算表明, 当 k 远大于 1 时, 正弦脉冲串在慢衰减区的传播特性几乎相同; 图 4 表明, 三角脉冲、高斯脉冲的衰减特性不优于正弦脉冲、等腰梯形脉冲的衰减特性; 当等腰梯形脉冲波形满足条件 (29) 式时, 则其传播特性在 z 大于某一值后优于对应的正弦脉冲; 矩形脉冲的慢衰减特性最好, 其慢衰减规律为: $G_c \propto z^{-1}$ 。

对瞬态脉冲源而言, 如果其产生的瞬态脉冲具有极快的上升沿, 且上升时间小于有效脉宽的 $1/20$, 则其慢衰减特性比目前广泛使用的正弦脉冲更为优越, 如何缩短脉冲的上升时间, 是瞬态脉冲源研究的重要方向之一。

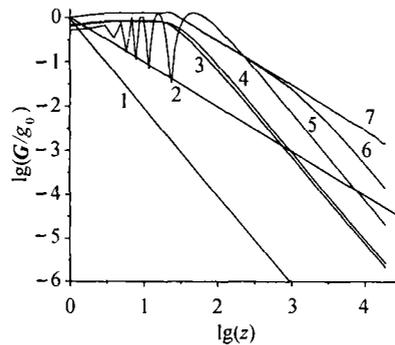


图 4 不同脉冲波形的传播特性

参 考 文 献

- [1] 阮成礼, 万长华, 电磁导弹的波形条件, 科学通报, 1990, 36(10), 738-741.
- [2] R. W. Ziolkowski, D. K. Lewis, B. D. Cook, An experimental research for the localized wave packet, J. Acoust. Soc. Am. Suppl. 1, 1988, 84(1), 209-211.
- [3] 阮成礼, 万长华, 袁乃昌, 电磁导弹的初步实验, 电子科技大学学报, 1992, 21(1), 92-97.
- [4] Wen Keyi, Ruan Chengli, Lin Weigan, An unified theory of electromagnetic missiles generated by an arbitrary plane current source, Microwave and Optical Technology Letters, 1992, 5(7), 337-340.
- [5] H. M. Shen, T. T. Wu, The transverse energy pattern of an electromagnetic missile from a circular disk, Proc. SPIE, 1989, 1061, 321-324.

THE STUDY OF AXIAL ENERGY DECAYING PROPERTY
INFLUENCED BY PULSE WAVEFORM

Yang Hongchun Ruan Chengli Yang Chun* Lin Weitao

(*Institute of Applied Physics, University of Electron. Tech. of China, Chengdu 610054, China*)

(**College of Applied Mathematics, Univ. of Electron. Tech. of China, Chengdu 610054, China*)

Abstract With same circular radiating antenna, same center frequency pulse, the analytical and numerical results of axial energy of several typical waveform pulse are offered by electromagnetic theory. The results indicate: in the slow decaying area, the axial energy decaying property of isosceles trapezium electromagnetic wave pulse is better than that of sinusoidal electromagnetic waveform while its increasing time is shorter than one twentieth of the waveform width.

Key words Pulse waveform, Decaying property, Center frequency

杨宏春: 男, 1969年生, 讲师, 博士生, 主要从事电磁场与微波技术、超宽带电磁学等领域的研究, 发表论文10余篇.

阮成礼: 男, 1944年生, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事电磁场与微波技术, 毫米波理论与技术, 超宽带电磁学等领域的科学研究与教学, 发表论文180余篇, 获国家和部级奖10余项.

杨 春: 男, 1965年生, 讲师, 博士生, 主要从事计算数学与计算机科学等领域的研究, 发表论文多篇.

林维涛: 男, 1978年生, 硕士生, 主要从事电磁场与微波技术、超宽带电磁学等领域的研究.