

TCP/IP 网络的整体稳定性和优化研究¹

晏蒲柳 侯杰昌 郭成城

(武汉大学电子信息学院 武汉 430072)

摘 要 TCP/IP 网络中有一些路由选择和流量控制方法只能保证系统局部最优。本文引入现代控制理论, 提出通过对 TCP/IP 数据通信网非线性状态控制模型进行线性近似, 并借助李亚普诺夫原理的途径判断数据通信网整体稳定性的方法; 在稳定性的基础上, 证明了数据网最优控制可以具有路由最短和路由不形成环路等性质。

关键词 TCP/IP 通信网络, 最优控制, 稳定性

中图分类号 TN913.2

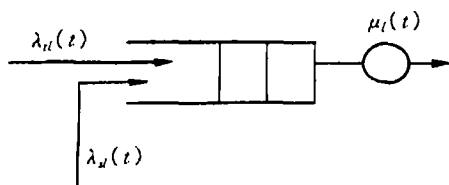
1 引 言

在 TCP/IP 通信网络中的控制和管理方法大都只能保证系统的局部优化^[1,2], 如路由选择优化只能考虑某一节点对之间的优化: 取最短路由, 或在一簇可行路由之间根据某种负荷均衡原则分配可行带宽等, OSPF、IGRP、IS-IS 等均如此。需注意的是, 网络中许多节点对都在同时工作, 所有节点对之间的优化选择对网系统产生的整体影响是什么? 对采用 TCP/IP 协议的校园网, 企业网运行记录进行考察发现, 这些网一般都有在没有任何特殊情况下突然停顿, 甚至死机需重新启动才能恢复正常的记录。通过研究我们发现, 即使所有节点对的通信都遵循优化协议, 若不考虑各通信链路上信息流的整体状态, 则可能在某一瞬间形成全网不稳定的局面。网络死机是这种不稳定局面的表现形式之一。所以研究网系统的整体稳定性和整体优化条件是网络系统正常运转的先决条件。

2 数据网动态模型和目标函数

网络系统有物理拓扑和逻辑拓扑, 前者由路由器(网络节点)和主干网络线路组成; 后者在物理拓扑基础上由路由协议形成层次网络或平面网络结构。在此我们建立网络的物理拓扑模型。设数据网由 N 个节点与 L 条边组成, 节点链路的集合分别用 N, L 表示。链路 $l_i \in L$, $i = 1, 2, \dots, L$ 的信息流模型如图 1 所示, 其中 $\lambda_{si}(t)$ 是经链路 l_i 的外部信息流输入速率, $\lambda_{ti}(t)$ 是网路内部其它链路经 l_i 转发的信息流速率, μ_i 为 l_i 的信息服务率。设 $X_i(t) \geq 0$ 为 l_i 在时刻 t 的信息包数目(包括排队等待的和接受服务的信包数), 则有 $\lambda_{si}(t) = \beta_i \lambda_i(t)$, $0 \leq \beta_i \leq 1$ 为 l_i 流控变量, $\lambda_i(t)$ 为 l_i 源信息输入率; $\lambda_{ti}(t) = \sum_{l \in I(i)} \mu_l G_l(X_l(t))$, $\mu_l G_l(X_l(t))$ 为链路 l 在时刻 t 动态信息输出, $0 \leq G_l(\cdot) \leq 1$, $l \in L$ 为链路 l 传输状态 $X_l(t)$ 、链路通信协议等多种因素的函数, $I(i), O(i)$ 分别为向链路 l_i 输入信息和 l_i 向外输出信息的链路的集合。若设 $x_i(t)$ 为 $l_i \in L$ 的状态变量, 其中 $x_i(t) \in X$, X 为 $x_i(t)$, $i \in N$ 集合, 则有 $x_i(t)$

¹ 1997-01-20 收到, 1998-03-04 定稿
国家自然科学基金资助课题 (69602004)

图 1 链路 L 信息流模型

的动态描述模型如下:

$$\dot{x}_i(t) = -\mu_i G_i(x(t)) + \sum_{I(i)} \mu_l G_l(x_l(t)) + \beta_i \lambda_i(t). \quad (1)$$

建立系统的动态模型是进行系统动态控制和优化的基础。接下来是目标函数的选择和表达问题。在采用分组交换方式的计算机网络中,减小用户平均等待时间,增大进入网络的信息流量是系统控制和优化的两个主要目标。若将减少平均等待时间等价为减少滞留在各条链路上的信息包数目,则有如下网络优化目标函数:

$$\min J_1(t) = \sum_{l \in L} \int_{t_0}^{t_f} x_l(t) dt, \quad (2)$$

$$\min J_2(t) = \sum_{l \in L} \int_{t_0}^{t_f} (\varphi_j \beta_j \lambda_j(t)) dt, \quad (3)$$

其中 $\varphi_j > 0$ 表示接受单位信息入网的收益, t_0, t_f 为控制间隔起始和终止时间。性能目标函数的选取直接决定系统的控制策略和整体性能。

对于一个可控系统,系统本身的稳定性是第一要求^[3]。在第3节中,首先讨论数据网络的稳定性;在第4节中,证明数据网络最优控制的性质和可操作性。

3 数据网络的稳定性

一般数据网络系统状态方程如下:

$$\dot{x}_l(t) = -\mu_l G_l(x_l(t)) + \sum_{I(l)} \mu_j G_j(x_j(t)) + \beta_l \lambda_l(t), \quad l \in L, \quad t \in [t_0, t_f]. \quad (4)$$

初始条件: $x_l(t) = x_l(0)$; 控制变量约束: $0 \leq \beta_l \leq 1$; 状态变量约束: $0 \leq x_l(t) \leq b_l$, 其中 b_l 为链路 $l \in L$ 缓冲区容量。

数据网的稳定性指其平衡点的稳定性。非线性系统(4)式将有一个或多个平衡状态,任一个平衡状态都可用坐标变换移到坐标原点处。链路 $l \in L$ 的平衡点 $x_l(0) = 0$ 称为稳定的,如果对每个 $\varepsilon > 0$ 和 $\forall t_0 \in T$, 均有 $\delta(\varepsilon, t_0) > 0$, 使对所有 $t \geq t_0$, 当 $\|x_l(0)\| < \delta(\varepsilon, t_0)$ 时, $\|x(t; x_0, t_0)\| < \varepsilon$ 成立。换句话说,若 $l \in L$ 是不稳定的,则链路 l 上滞留的信息包数可能为某一段时间 $t \in [t_0, t_f]$ 或某一状态点 $x_l \in X$ 会无限增多,引起网络阻塞甚至停顿。

为利用李亚普诺夫定理处理问题, 将系统方程 (4) 式在 $x_l(0) \in X$ 邻域展开成泰勒级数, 并取一次线性近似为

$$G_l(x_l) = K_l + C_l x_l, \quad (5)$$

其中 $K_l = G_l(x^0) - G_l(x^0)x^0$, $C_l = G_l(x^0)$; X^0 为迭代计算的某个起始点。用线性函数 $K + CX$ 来近似非线性数 $G(X)$, 于是非线性最优化问题在 X^0 出发的这一步变成线性系统的优化控制问题。所有经过线性化处理的链路组成了一个线性数据网络系统, 可用如下模型描述:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BU(t) + F, \quad (6)$$

其中 $x^T(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_L(t)]$; $U^T(t) = [\beta_1(t), \beta_2(t), \dots, \beta_L(t)]$;

$$A = \begin{bmatrix} -\mu_1 c_1 & & \cdots \\ & a_{ij} & \\ \cdots & & -\mu_L c_L \end{bmatrix}_{L \times L} \quad \text{为系统矩阵, } a_{ij} = \begin{cases} \mu_j c_j, & \text{若链路 } L_j \text{ 是 } L_i \text{ 的输入链路;} \\ 0, & \text{其他;} \end{cases}$$

$$B = \text{diag}[\lambda_i];$$

$$F = \begin{bmatrix} -\mu_1 K_l & & \cdots \\ & f_{ij} & \\ \cdots & & -\mu_L K_l \end{bmatrix} \quad \text{是常数阵, } f_{ij} = \begin{cases} \mu_j K_j, & l_j \text{ 是 } l_i \text{ 的输入链路;} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

根据李亚普诺夫定理, 若矩阵 A 的所有特征值均有负实部, 则系统 $\dot{x} = Ax + BU + F$ 在平衡点 (包括所有迭代的状态点) 是稳定的。从模型中可以看到, 链路 l_i 是链路 l_j 的输入链路还是输出链路, 即网络中路由规则的确定直接关系着网络系统的稳定性。从模型 (2) 式可以看到, 各条网链路上的信息流是全网系统所有经过了这条链路的源-宿节点对信息流的综合。根据路由优化规则, 在不同的时间段, 信息也可能走不同的路由, 造成网络链路上综合的信息流发生变化, 其中包括各个网节点和与其直接相连的链路的信息流的输入输出关系, 即系统特征矩阵发生变化。当一个以上的特征值具有正的实数部分, 网系统就会在某一个时刻或某一个状态点处于不稳定状态, 停顿, 死机或等待时间骤然加长。

例如, 图 2 为一个三节点网络, 图 2(a)、图 2(b) 上的箭头分别代表不同的路由规定原则。图 2(a)、图 2(b) 对应的系数矩阵分别为

$$A(a) = \begin{bmatrix} -\mu_1 c_1 & 0 & \mu_3 c_3 \\ \mu_1 c_1 & \mu_2 c_2 & 0 \\ 0 & \mu_2 c_2 & -\mu_3 c_3 \end{bmatrix}, \quad A(b) = \begin{bmatrix} -\mu_1 c_1 & \mu_2 c_2 & \mu_3 c_3 \\ \mu_1 c_1 & -\mu_2 c_2 & \mu_3 c_3 \\ \mu_1 c_1 & \mu_2 c_2 & -\mu_3 c_3 \end{bmatrix}.$$

函数 $G(x)$ 一般是 x 的下降函数^[2], 即 $\mu_i c_i > 0, i = 1, 2, 3$. 容易算得, 图 2(a) 对应的特征值均有负实部, 而图 2(b) 的特征值对某些状态 $x \in X$ 不一定均有负实部, 这是由于图 2(b) 的链路上信息流的方向发生了变化。路由规则如果允许各节点对信息需求按图中箭头所示选择路由, 虽然所有节点对之间的通信实现了路由优化, 但可能在某一时刻使网系统进入不稳定状态。

上面我们提出了一种判断路由选择算法稳定性的方法, 当网络规模较大, 计算系数矩阵的特征值不容易时, 可通过求出网络的李氏函数和判断李氏函数及其对时间导数的符号特征的方法, 无需求出系统特征值也可判定网络稳定性。网络稳定性是网络优化控制的先决条件。

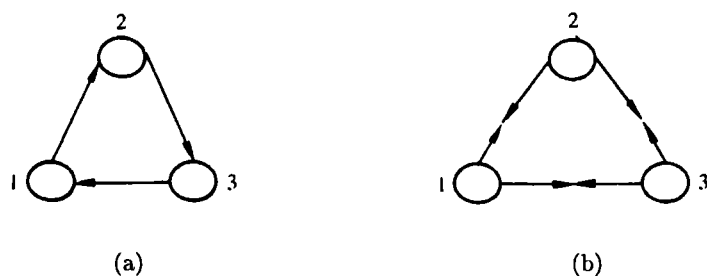


图 2 一个三节点网络系统

4 数据网最优控制性质

为方便表述问题, 数据网络状态方程还可表示为

$$\dot{x}_{jk} = -\mu_{jk}G(x_{jk}) + r_{jk}[\beta_j\lambda_j + \sum_{I(j)}\mu_{ij}G(x_{ij})], \quad (7)$$

其中 x_{jk} 表示节点 j 与节点 k 之间链路状态, $0 \leq r_{jk} \leq 1$ 为节点 j 向链路 $(j-k)$ 分流的分流系数 (路由变量). 若目标函数选为

$$\min J = \sum_{(j-k) \in L} x_{jk},$$

则网系统的哈密顿函数为

$$H = \sum_L x_{jk} + \sum_L P_{jk}[-\mu_{jk}G(x_{jk}) + r_{jk}(\beta_j\lambda_j + \sum_{I(j)}\mu_{ij}G(x_{ij}))],$$

其中 P_{jk} 为动态变量. 根据极大值原理^[5], 网络最优控制需满足 (8), (9) 两式:

$$\dot{P}_{jk}(t) = -\partial H / \partial x_{jk}, \quad (8)$$

$$\partial H / \partial r_{jk} = 0. \quad (9)$$

(9) 式等价于 $\min \sum_L P_{jk}r_{jk}(\cdot)$. 为保证其取最小, 令

$$\begin{cases} r_{jk} > 0, & \text{若 } P_{jk} = \hat{P}_j; \\ r_{jk} = 0, & \text{其他;} \end{cases} \quad (10)$$

$$\hat{P}_j \triangleq \min_{1 \leq k \leq L} \{P_{jk}\}.$$

由于流入到 $(j-k) \in L$ 上的信息总量可以用链路 $(j-k)$ 向所有下游链路分配的信息量总和代替, 因可协态方程 (8) 式可表为

$$\dot{P}_{jk} = -1 + \mu_{jk} \frac{dG_{jk}}{dx_{jk}} \left[P_{jk} - \sum_{O(k)} r_{kl} P_{kl} \right]. \quad (11)$$

由于稳态协态变量 $\bar{P}_{jk}$ 是最优控制的一个特殊解^[5], 所以可以通过它来研究网络最优控制的性质:

性质 1 若定义路由长度为路由各链路的信息平均延时的函数, 则节点 j 到节点 k 的最短路由长度为 $\sum_L(\bar{P}_{jk_1} + \cdots \bar{P}_{k_n k})$, $(j-k_1)$ 为本路由第一条链路。

证明 首先可以很容易地证明, 稳态协态变量 $\bar{P}_{jk}$ 为函数 $P_{jk}(t)$ 的极小值点。 $\bar{P}_{jk} = \min\{P_{jk}\}$ 。又由 (10) 式得到的路由最优控制规律有

$$\sum_{O(j)} r_{jk} P_{jk} = \dot{P}_j = \bar{P}_j. \quad (12)$$

将 (12) 式代入 (11) 式, 并令 $\dot{P}_{jk}(t) = 0$ 有 $\bar{P}_{jk_1} = (\mu_{jk_1} dG_{jk_1}/dx_{jk_1})^{-1} + \bar{P}_{k_1}$, $(j-k_1) \in L$ 为本路由第一条链路。重复上述过程, 即若在节点 k_1 , 路由变量 $r_{k_1 k_2} > 0$, 则有 $\bar{P}_{k_1 k_2} = (\mu_{k_1 k_2} dG_{k_1 k_2}/dx_{k_1 k_2})^{-1} + \bar{P}_{k_2}$ 。类推下去, 最后有

$$\delta_{jk} = \left(\mu_{jk_1} \frac{dG_{jk_1}}{dx_{jk_1}} \right)^{-1} + \left(\mu_{k_1 k_2} \frac{dG_{k_1 k_2}}{dx_{k_1 k_2}} \right)^{-1} + \cdots + \left(\mu_{k_n k} \frac{dG_{k_n k}}{dx_{k_n k}} \right)^{-1} = \sum_{(w-z) \in L} L_{wz},$$

即节点之间的最短路由为各链路稳态协态变量和。

证毕

性质 2 稳态协态变量决定的路由变量集不构成环路。

定义 节点 j 到 k 之间路由长度: $\delta_{kj} = \sum_{(w-z) \in L} L_{wz}$, $L_{wz} = (\mu_{wz} dG_{wz}/dx_{wz})^{-1}$ 。

证明 因 $P_{lm} = L_{lm} + \sum_{O(m)} r_{mn} P_{mn}$, 又由性质 1 有

$$\delta_l = L_{lm} + \delta_m. \quad (13)$$

假设存在着某一环路 R_j^j , 即 $R_j^j = \{(j-k_1), (k_1-k_2), \cdots, (k_{n-1}-k_n), (k_n-k_k) = j\}$, 对于此路由第一节点有 $\delta_{jk_l} = L_{jk_l} + \delta_l$ 。

由 (13) 式, 对子序列节点若有 $\delta_j = \sum_{(m,n) \in R_j^j} L_{mn} + \delta_j$ 环路存在, 则意味着下式成立, 即 $\sum_{(m,n) \in R_j^j} L_{mn} = 0$ 。这与网定义 $L_{mn} > 0$ 矛盾。因而假设不成立, 即稳态协态变量决定的路由集合不产生环路。

证毕

5 结 论

引入现代控制理论, 建立一般数据网络状态控制模型和性能目标模型, 提出通过对数据网非线性状态控制模型进行线性近似, 并借助李亚普诺夫原理的途径判断数据网稳定性的方法; 在稳定性的基础上, 证明了数据网最优控制可以具有路由最短和路由不形成环路等性质。

本文只讨论了数据网络优化问题。若进一步在系统模型中同时考虑图形、图象、话音等多媒体信息特点, 本文的方法还可推广到 B-ISDN 的动态控制和优化研究中。

参 考 文 献

- [1] Hang R H, Kurose J F, Towsley T. MDP routing in ATM networks using virtual path concept. Proc. IEEE INFOCOM'94 Toronto, Canada: 1994, 1509-1517.

- [2] Kelly F P. Routing in circuit-switched networks optimization, shadow prices and decentralization. *Adv. Appl. Probab.*, 1988, 17: 112-114.
- [3] 徐光辉. 随机服务系统. 北京: 科学出版社, 1980(全文).
- [4] Key P B, Cope G A. Distributed dynamic routing schemes. *IEEE Communications Magazine*, 1990, 28(5): 54-64.
- [5] 黄琳. 稳定性原理. 北京: 北京大学出版社, 1989, 235-283.

RESEARCHES ON ENTIRE STABILITY AND OPTIMAZATION OF TCP/IP NETWORKS

Yan Puliu Hou Jiechang Guo Chengcheng

(College of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430072)

Abstract In TCP/IP networks, some routing decision and flow control algorithms can guarantee only partitioned optimization of networks. In this paper, we use modern control theory to develop a new method to judge the entire stability of date communication networks, based on the Lyapunov principle and approximation of linearized network state control model, which is a nonlinear one in the nature. Forthmore, the conclusions of TCP/IP network optimization are comformed, such as: the shortest path is available as well as the optimal routing will never form routing link loop and so on.

Key words TCP/IP communication network, Optimization control, Stability

晏蒲柳: 女, 1962 年生, 教授, 博士, 主要从事通信网络, 计算机网络性能评价, 网络管理和控制研究工作.

侯杰昌: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 从事电波传播和通信系统等有关领域研究工作.

郭成城: 男, 1961 年生, 硕士, 主要从事计算机网络、分布式数据库系统的研究.