

# 无需准确已知校正源方向的阵列 通道不一致的单源校正法\*

张 铭 朱 兆 达

(南京航空航天大学电子工程研究所 南京 210016)

**摘要** 本文提出一种校正阵列通道不一致的新方法,它只需已知一个校正源的方向的大致范围。此方法可用于任意阵几何的阵列,并且适用于较低 SNR 情况,对阵列通道不一致的误差有相当强的坚韧(robust)性。文中给出了计算机模拟结果。

**关键词** 信号处理,阵处理,通道校正,空间谱估计

## 1 引 言

基于矩阵特征结构的阵列测向技术是近年来研究的热门课题,在雷达、声纳、地震等领域中有着广泛的应用。近十多年来学者们提出了不少阵列测向方法,其中著名的有: MUSIC 法,<sup>[1]</sup>最小范数法<sup>[2]</sup>、信号增强法<sup>[3]</sup>等。理论研究与计算机模拟表明:在理想条件下,这些方法都具有非常好的性能。但是在实际阵列中,各阵元通道的增益和相位难以达到一致,总存在一定的误差。这些误差大大地限制了现有方法的性能<sup>[4]</sup>,因此为使这些方法很好地应用于实际阵列,校正各通道的不一致、减小通道增益与相位的误差是必需的。

目前已有一些学者提出了一些通道不一致的校正方法<sup>[5-10]</sup>。文献[5]的方法仅限于均匀线阵的非相干情况。文献[6]提出了一种迭代方法,它可同时校正阵列的通道不一致和估计信号源的到达方向,但是它的运算量大、收敛速度慢,而且它对线阵的解是唯一的<sup>[6]</sup>。文献[7]的技术是基于信号的协方差阵已知,而这在实际中难以做到。文献[8-10]的方法都假定较准确地已知至少一个校正源的方向,但在实际中校正源方向的测量越准确就越困难。

本文提出一种新的校正阵列通道不一致的方法,它仅需知道一个校正源的大致方向或者说知道校正源的方向位于某一空间范围内,而且它可用于任意几何的阵列。

## 2 研究问题的形成

设有一个由  $N$  个阵元组成的有任意几何形式的阵列,空间有  $D$  个窄带信号源从方向

1993-06-07 收到, 1994-01-31 定稿

\* 国家自然科学基金资助项目

张 铭 男, 1963 年 5 月生, 博士, 副研究员, 现从事阵列信号处理、神经网络、雷达信号处理的研究。

朱兆达 男, 1939 年 3 月生, 教授、博士生导师, 现从事雷达系统、微波成像、信号处理、神经网络的研究。

$\{\theta_1, \dots, \theta_D\}$  入射到阵列, 其中心频率的波长为  $\lambda$ , 则在  $t$  时刻的一次快摄为

$$\mathbf{z}_n(t) = \sum_{m=1}^D s_m(t) \exp(j\omega_n(\theta_m)) + v_n(t), \quad n = 1, \dots, N, \quad (1)$$

其中  $s_m(t)$  为第  $m$  个波前的复包络,  $v_n(t)$  为第  $n$  个阵元的加性白噪声且  $\omega_n(\theta_m) = 2\pi(x_n \sin \theta_m + y_n \cos \theta_m)/\lambda$ ,  $(x_n, y_n)$  是第  $n$  个阵元的坐标。

将(1)式写成矩阵形式得

$$\mathbf{z}(t) = A\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2)$$

其中  $A = [\mathbf{a}(\theta_1) | \dots | \mathbf{a}(\theta_D)]$ ,  $\mathbf{a}(\theta_m) = [\exp(j\omega_1(\theta_m)), \dots, \exp(j\omega_N(\theta_m))]^T$ ,  $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), \dots, z_N(t)]^T$ ,  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_D(t)]^T$ ,  $\mathbf{v}(t) = [v_1(t), \dots, v_N(t)]^T$ 。

从(2)式可得  $\mathbf{z}(t)$  的协方差矩阵为

$$R = E[\mathbf{z}(t)\mathbf{z}^H(t)] = ASA^H + Q, \quad (3)$$

其中  $S = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$ ,  $Q = E[\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^H(t)]$ 。

若各阵元的通道完全一致, 则任何阵列测向技术都可用来估计信号源的方向。但实际应用中, 各阵元的通道往往存在不一致, 此时阵列的测量值  $\mathbf{z}(t)$  为

$$\mathbf{z}(t) = \Gamma A\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (4)$$

其中  $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_N\}$ 。故此时  $\mathbf{z}(t)$  的协方差矩阵为

$$R = E[\mathbf{z}(t)\mathbf{z}^H(t)] = \Gamma ASA^H \Gamma^H + Q. \quad (5)$$

### 3 校正方法

本节讨论一种校正阵列通道不一致的新方法, 设有一个校正源位于某一方向(记为 $\beta$ )上, 此校正源与  $D$  个待估计的信号源可以在时域或空域上分开<sup>[1]</sup>。校正源的方向  $\beta$  难以准确知道, 而仅知道  $\beta$  位于某一区间  $[\beta_1, \beta_2]$  内。

当仅有校正源时, 对协方差矩阵进行特征分解有  $\lambda_1 > \lambda_2 = \dots = \lambda_N$  为矩阵束  $(R, Q)$  的特征值,  $\mathbf{u}_i (i = 1, \dots, N)$  为对应的特征矢量, 即  $R\mathbf{u}_i = \lambda_i Q\mathbf{u}_i$ 。  $\mathbf{u}_1$  为对应于较大特征值  $\lambda_1$  的特征矢量, 它是一维的信号子空间的基矢量, 故有下列最小化问题

$$\min_{\Gamma} J = \min_{\Gamma} \|\Gamma \mathbf{a}(\beta) - \alpha \mathbf{u}_1\|^2. \quad (6)$$

由于式中常数  $\alpha$  并不影响估计结果, 故为了简单起见, 略去常数  $\alpha$ 。因为

$$\Gamma \mathbf{a}(\beta) = \Lambda(\beta) \boldsymbol{\gamma}, \quad (7)$$

其中  $\Lambda(\beta) = \text{diag}\{\mathbf{a}(\beta)\}$ ,  $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \dots, \gamma_N]^T$ 。故进一步可得

$$J = \|\Lambda(\beta) \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{u}_1\|^2. \quad (8)$$

当  $\beta$  准确已知时, 用(8)式可求得阵列通道的增益与相位参数, 即  $\boldsymbol{\gamma}$ 。当仅知  $\beta$  位于  $[\beta_1, \beta_2]$  内, 此时需对(8)式进行如下修改:

$$\tilde{J} = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \|\Lambda(\eta) \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{u}_1\|^2 d\eta, \quad (9)$$

其中  $\eta = \sin \beta$ ,  $\eta_1 = \sin \beta_1$ ,  $\eta_2 = \sin \beta_2$ 。若再已知  $\beta$  在  $[\beta_1, \beta_2]$  上的概率分布密度为  $p(\beta)$ , 则进一步有

$$\tilde{J} = \int_{\eta_1}^{\eta_2} q(\eta) \|\Lambda(\eta)\mathbf{y} - \mathbf{u}_i\|^2 d\eta \quad (10)$$

其中  $q(\eta)$  为  $p(\beta)$  变换后的概率分布密度函数,  $\tilde{J}$  是  $J$  在  $[\beta_1, \beta_2]$  上的加权平均值. (9)式右边对  $\mathbf{y}$  求导并令导数为零可得

$$\hat{\mathbf{y}} = \frac{1}{\eta_2 - \eta_1} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \Lambda^H(\eta) \mathbf{u}_i d\eta. \quad (11)$$

同理由(10)式可得

$$\hat{\mathbf{y}} = \frac{1}{F(\eta_1, \eta_2)} \int_{\eta_1}^{\eta_2} q(\eta) \Lambda^H(\eta) \mathbf{u}_i d\eta. \quad (12)$$

其中  $F(\eta_1, \eta_2) = \int_{\eta_1}^{\eta_2} q(\eta) d\eta$ ,  $\hat{\mathbf{y}}$  表示  $\mathbf{y}$  的估计值.

一旦求出包含所有的通道增益和相位参数的矢量  $\hat{\mathbf{y}}$  (即矩阵  $\hat{\mathbf{F}}$ ), 任何阵列测向方法都可用来估计信号源的方向, 此时仅需对阵列测量  $\mathbf{z}(t)$  的协方差矩阵  $R$  进行如下的修正:

$$R' = \phi R \phi^H, \quad (13)$$

其中  $\phi = \hat{\mathbf{F}}^{-1} = \text{diag}\{\gamma_1^{-1}, \dots, \gamma_N^{-1}\}$ .

在下节的模拟中, 我们选择 MUSIC 法进行计算.

## 4 计算机模拟

为了验证本文提出的方法, 本节进行了计算机模拟. 模拟中设定阵列为由 10 个阵元组成的均匀线阵, 阵元间距取为  $\lambda/2$ . 3 个远场信号源位于方向:  $-15^\circ, 0^\circ, 17^\circ$ . 一个远场校正源位于方向  $\beta$ , 取  $\beta$  为  $[\beta_1, \beta_2]$  上均匀分布的随机数. 快拍数取为 100. 阵列的各个通道增益取为<sup>[6]</sup>

$$|\gamma_n| = 1 + \varepsilon_n \cdot \sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{12}, \quad n = 1, \dots, N; \quad (14)$$

阵列的各个通道相位取为<sup>[6]</sup>

$$\arg[\gamma_n] = \xi_n \cdot \sigma_\xi \cdot \sqrt{12}, \quad n = 1, \dots, N, \quad (15)$$

其中  $\varepsilon_n$  和  $\xi_n$  均为  $[-0.5, 0.5]$  上均匀分布的随机数,  $\sigma_\varepsilon$  和  $\sigma_\xi$  分别为通道增益和相位

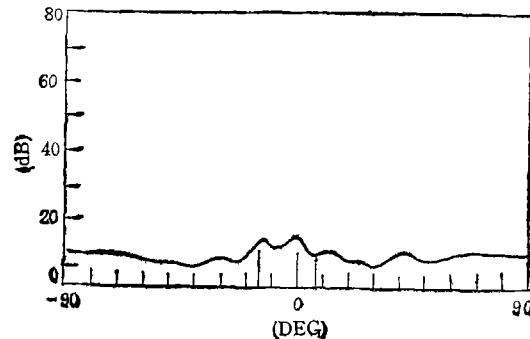


图 1 没校正的 MUSIC 法  
(SNR = 20dB,  $\beta_1 = 70^\circ, \beta_2 = 80^\circ, \sigma_\varepsilon = 1.0, \sigma_\xi = 100^\circ$ )

的均方差。

图 1 给出了没有校正时,用 MUSIC 法求出的空间谱,此时信噪比 (SNR) 为 20dB,从图 1 可以看出 3 个信号源不能被分辨。

图 2 给出了用本文方法校正后,再用 MUSIC 法求出的空间谱,此时  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ ,从图 2 可以看出 3 个源能被很好地分辨。

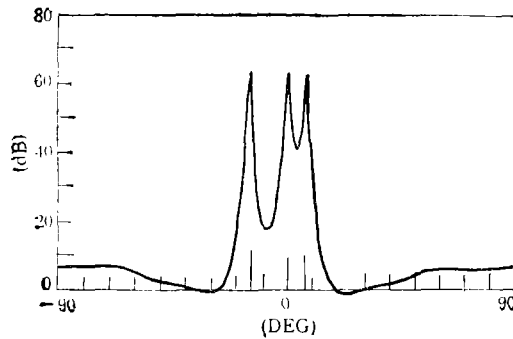


图 2 校正后的 MUSIC 法  
( $\text{SNR} = 10\text{dB}$ ,  $\beta_1 = 70^\circ$ ,  $\beta_2 = 80^\circ$ ,  $\sigma_s = 1.0$ ,  $\sigma_p = 100^\circ$ )

图 3 给出了校正后用 MUSIC 法求出的空间谱,此时  $\text{SNR} = 0\text{dB}$ ,从图 3 可以看出 3 个信号源仍能被分辨开。

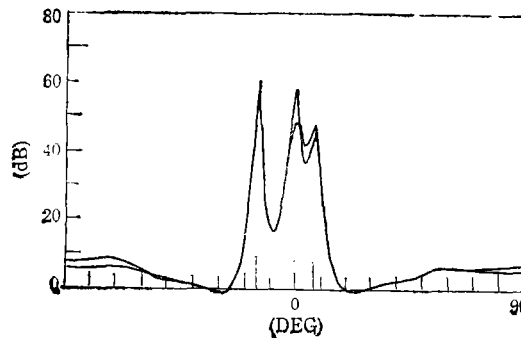


图 3 校正后的 MUSIC 法  
( $\text{SNR} = 0\text{dB}$ ,  $\beta_1 = 70^\circ$ ,  $\beta_2 = 80^\circ$ ,  $\sigma_s = 1.0$ ,  $\sigma_p = 100^\circ$ )

由图1—图 3 中的结果可知,校正后的分辨性能大大地改善了,而且本文方法可适用于较低 SNR 情况。

图 4 给出了校正后用 MUSIC 法求出的空间谱,此时  $\beta_1 = 75^\circ$ ,  $\beta_2 = 80^\circ$ 。从图 4 可以看出结果非常好。

图 5 给出了校正后用 MUSIC 法求出的空间谱,此时  $\beta_1 = 65^\circ$ ,  $\beta_2 = 80^\circ$ 。从图 5 可以看出 3 个信号源仍可分辨。

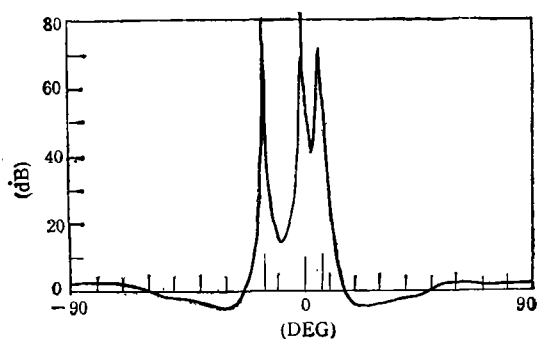


图 4 校正后的 MUSIC 法  
( $\text{SNR} = 10\text{dB}, \beta_1 = 75^\circ, \beta_2 = 80^\circ, \sigma_s = 1.0, \sigma_p = 100^\circ$ )

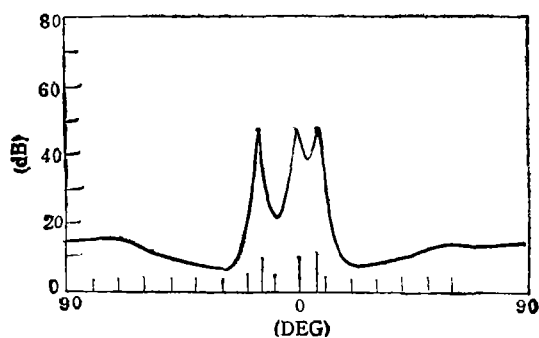


图 5 校正后的 MUSIC 法  
( $\text{SNR} = 10\text{dB}, \beta_1 = 65^\circ, \beta_2 = 80^\circ, \sigma_s = 1.0, \sigma_p = 100^\circ$ )

从图2,图4和图5的结果可知,对校正源的方向知道的越准确,信号源的分辨性能就越好。

图6给出了校正后用 MUSIC 法求出的空间谱,此时  $\sigma_s = 1.8$ ,  $\sigma_p = 180^\circ$ 。从图6可以看出结果依然很好。

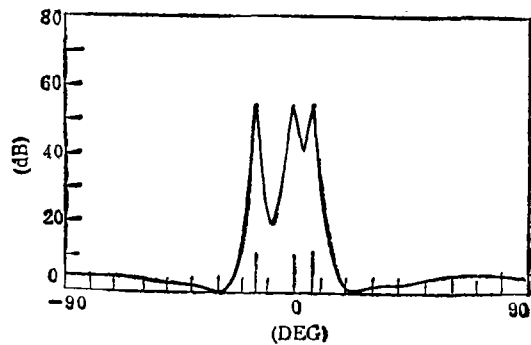


图 6 校正后的 MUSIC 法  
( $\text{SNR} = 10\text{dB}, \beta_1 = 70^\circ, \beta_2 = 80^\circ, \sigma_s = 1.5, \sigma_p = 180^\circ$ )

从图 2 和图 6 的结果可知, 本文方法对阵列通道的增益与相位误差有相当强的坚韧性。

## 5 结 论

本文提出了一种阵列通道不一致校正的新方法。此方法只需一个校正源, 并且不需要准确已知其方向, 而只需已知其方向的大致范围, 这大大放松了校正源的测量精度。此方法可用于任意几何的阵列与较低 SNR 情况, 而且对阵列通道增益与相位的误差有相当强的坚韧性, 这点对实际的阵列制做等带来很大的便利。

## 参 考 文 献

- [1] Schmidt R O. IEEE Trans. on AP, 1986, AP-34(3): 602—604.
- [2] Kumaresan R, Tufts D W. IEEE Trans. on AES, 1983, AES-19(1): 134—139.
- [3] Cañzow J A. IEEE Trans. on ASSP, 1988, ASSP-36(1): 49—62.
- [4] Quazi A H. J. Acoust. Soc. Am., 1982, 72(1): 243—258.
- [5] Paulraj A, Aailath T. Direction of Arrival Estimation by Eigenstructure Methods with Unknown Sensor Gain and Phase, in Proc. IEEE ICASSP, Tampa, FL: 1985, 640—643.
- [6] Friedlander B, Weiss A. J. Circuits, Systems and Signal Processing, 1990, 9(3): 271—280.
- [7] Fuhrmann D R. Estimation of Sensor Gain and Phase Using Known Field Covariance, in Proc. IEEE ICASSP, Toronto: 1991, 1369—1372.
- [8] Pierae J, Kaveh M, Experimental Performance of Calibration and Direction-Finding Algorithms, in Proc. IEEE ICASSP, Toronto: 1991, 1365—1368.
- [9] 李全力, 肖先赐. 电子学报, 1991, 19(2): 231—234.
- [10] 万明坚, 等. 通信学报, 1991, 12(6): 31—36.
- [11] Brown G C, McClellan J H, Holder E J. Eigenstructure approach for array processing and calibration with general phase and gain perturbations, in Proc. IEEE ICASSP, Toronto: 1991, 3037—3040.

## CALIBRATION FOR ARRAY CHANNEL MISMATCHING USING SINGLE CALIBRATION SOURCE IN ROUGHLY KNOWN DIRECTION

Zhang Ming Zhu Zhaoda

(Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract** A new calibration method for array channel mismatching is presented. A rough interval of a single calibration source direction is only known in the method. The method can be applied to arbitrary array geometries and suited to low SNR case. In addition, the method is rather robust for array channel mismatching errors. The computer simulations are given to support the proposed method.

**Key words** Signal processing, Array processing, Channel calibration, Spatial spectral estimation