

计算非线性平板光波导的 TE 波 截止值的精确公式

陈智浩 陈曦曜 赖 恒 戴宜欢

(福建师范大学物理系, 福州 350007)

摘要 本文推导了计算非线性薄膜对称平板光波导 TE 模截止值的精确公式。给出了两个例子, 计算结果与文献的结果吻合。本文的方法具有计算简单, 适用范围广的特点。

关键词 非线性光学; 集成光学; 光波导

1. 引言

目前, 由非线性材料构成的平面光波导正引起人们极大的兴趣。这种光波导在实际中有着十分重要的应用^[1,2]通过薄膜导引的非线性波导, 由于它们在技术上容易实现, 所以在非线性导波光学研究中受到特别的重视。

在波导设计中, 截止波数或频率是非常重要的参数。本文研究非线性平板光波导 TE 波截止值的计算, 其中薄膜是非线性的(克尔型), 基板和包层是线性的, 并假设波导结构是对称的。文献[3—5]提出的方法都可以计算这种波导的截止值。但是这些方法都需要复杂的数字运算, 即使解析解也不例外。最近, 本文作者^[6]对这种波导的色散方程作了重大的简化, 导出了计算非线性对称平板光波导 TE 波截止值的显式公式。尽管显式公式十分简单而且具有较高的精度, 但是, 其适用的范围有一定的限制。本文给出了计算这种波导 TE 波截止值的新公式。该公式的特点是适用范围广。在计算截止波数或频率时, 新公式与文献[6]一样, 也是很简单的, 采用普通计算器甚至手算(和查表)即能求出。

2. 截止公式

图1是对称平板光波导结构图。图中薄膜是非线性的; 包层是线性的; 薄膜的介电常数 $\epsilon_f = \epsilon_1 + \alpha|E|^2$, 其中 ϵ_1 是零功率时薄膜的介电常数, α 是非线性系数, E 是本地电场; ϵ_2 是包层介电常数; d 是波导芯层半宽度; A 是波导芯层电场最大值。

设 $\xi^2 = \beta^2 - k^2\epsilon_2$, 其中 k 为真空中波数, β 为传播常数。TE 波截止时, $\beta = k\sqrt{\epsilon_2}$ 即 $\xi = 0$ 。下面分两种情形讨论。

(1) 自聚焦情形 ($\alpha > 0$)

(a) 若光功率密度 $\alpha A^2 > 2(\epsilon_2 - \epsilon_1)$, 由文献[4]可得 TE_N (N 是模数) 波满足的截止方程:

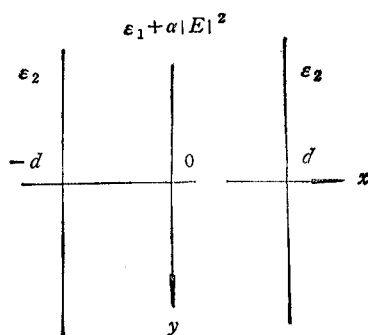


图 1 光波导结构

$$\operatorname{sn}(\nu_N d | m) = 0, \quad (\text{偶模 } N = 0, 2, 4, \dots) \quad (1)$$

$$\operatorname{cn}(\nu_N d | m) = 0, \quad (\text{奇模 } N = 1, 3, 5, \dots) \quad (2)$$

其中 ν_N 表示截止时薄膜中有效横向传播常数, m 表示 Jacobi 椭圆函数的模量, 它们分别为

$$\nu_N = k(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \alpha A^2)^{1/2}, \quad m = \alpha A^2 / [2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \alpha A^2)] \quad (3)$$

根据 Jacobi 椭圆函数的性质^[7], 由(1)和(2)式, 得

$$\nu_N d = NK(m), \quad (N = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

其中 $K(m)$ 为^[7]

$$K(m) = [a_0 + a_1 m_1 + a_2 m_1^2] + [b_0 + b_1 m_1 + b_2 m_1^2] \ln(1/m_1)$$

$$m_1 = 1 - m, \quad (0 \leq m < 1)$$

$$a_0 = 1.3862944 \quad b_0 = 0.5$$

$$a_1 = 0.1119723 \quad b_1 = 0.1213478$$

$$a_2 = 0.0725296 \quad b_2 = 0.0288729$$

对于线性情形 $\alpha = 0$, 即 $m = 0$, (4)式就退化为

$$kd(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^{1/2} = N\pi/2 \quad (5)$$

这与文献[8]的结果一样。

(b) 对于 $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, 在线性波导中, 导模不存在。但是, 在非线性波导中, 导模是存在的。其基模存在截止值。由(4)式求不出该截止值。这是因为此时光功率密度 $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \leq \alpha A^2 < 2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$, (4)式失效。由文献[4], 根据 Jacobi 椭圆函数的性质以及光功率密度值的范围, 可得基模截止值的计算公式为

$$\nu_0 d = K(m) \quad (6)$$

$$\nu_0 = k(\alpha A^2/2)^{1/2} \quad (7)$$

$$m = 2 + 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/\alpha A^2 \quad (8)$$

其中 $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 < \alpha A^2 < 2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$ 。对于给定的 kd 值, 若从(6)式求不出截止时光功率密度值 αA^2 , 则此时基模截止时光功率密度值 $\alpha A^2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ 。

(2) 自散焦情形 ($\alpha < 0$)

对于自散焦情形 ($\alpha < 0$), 光功率密度值 $|\alpha| A^2 \leq \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ 。由文献[4]可得各个模

截止方程:

$$(1-m)\operatorname{sn}(\nu_N d|m)=0, (\text{偶模}) \quad (9)$$

$$\operatorname{cn}(\nu_N d|m)=0, (\text{奇模}) \quad (10)$$

其中

$$\nu_N = k(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - |\alpha|A^2/2)^{1/2} \quad (11)$$

$$m = |\alpha|A^2/[2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - |\alpha|A^2/2)] \quad (12)$$

根据 Jacobi 椭圆函数的性质以及光功率密度值的范围,可得

$$\nu_N d = NK(m), (N=1,2,3,\dots) \quad (13)$$

$$m=1, (N=0) \quad (14)$$

至此,我们求出了非线性对称平板光波导 TE 波截止值精确的计算公式 ($K(m)$ 的计算精确度小于或等于 3×10^{-5}).

从(5)式可以看出,在线性情况时,截止波数 kd 与 N , ε_1 和 ε_2 有关.但是,在非线性情形中, kd 不仅与 N , ε_1 和 ε_2 有关,而且还与光功率密度 $|\alpha|A^2$ (α 任意)有关.同样,模式截止时光功率密度值与 kd , N , ε_1 和 ε_2 有关.

3. 数字计算结果和讨论

下面给出数字例子并与文献 [4,6] 的结果比较. 表 1 是不同光功率密度所对应的 TE_1 模截止波数. 从表 1 可以看出, αA^2 越大, kd 越小.

表 1 TE_1 模的截止波数 ($\alpha > 0$, $\varepsilon_1 = 2.3104$, $\varepsilon_2 = 2.25$)

αA^2		0.02	0.04	0.10	1.00	10.0
kd	文献[6]	5.7252	5.2365	4.2968	1.7782	0.5839
	文献[4]	5.7253	5.2365	4.2967	1.7777	0.5837
	本文	5.7253	5.2365	4.2967	1.7777	0.5837

表 2 是 $kd = 15$ 时, $\text{TE}_3 \sim \text{TE}_5$ 模截止光功率密度值. 此时 $\text{TE}_0 \sim \text{TE}_2$ 模没有截止.

表 2 $\text{TE}_3 \sim \text{TE}_5$ 模截止光功率密度 ($\alpha > 0$, $\varepsilon_1 = 2.3104$, $\varepsilon_2 = 2.25$, $kd = 15$)

		TE_3	TE_4	TE_5
αA^2	文献[6]	0.0519	0.1579	0.2949
	文献[4]	0.0519	0.1578	0.2948
	本文	0.0519	0.1578	0.2948

表 3 是 $kd = 15$, $\alpha < 0$ 时, $\text{TE}_0 \sim \text{TE}_2$ 模截止光功率密度 $|\alpha|A^2$. 从表 3 可以看出,在求基模光功率密度时,文献[6]的公式失效.

表 3 $\text{TE}_0 \sim \text{TE}_2$ 模截止光功率密度 $|\alpha|A^2$ ($\alpha < 0$, $\varepsilon_1 = 2.3104$, $\varepsilon_2 = 2.25$, $kd = 15$)

		TE_0	TE_1	TE_2
$ \alpha A^2$	文献[6]	*	0.0567	0.0217
	文献[4]	0.0604	0.0578	0.0217
	本文	0.0604	0.0578	0.0217

* 公式失效,下同.

下面考虑 $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ 和 $\alpha > 0$ 的例子. 表 4 是 $kd = 15$ 时, $\text{TE}_0 \sim \text{TE}_4$ 模截止光功率密度 αA^2 .

表 4 TE₀ ~ TE₄ 模截止光功率密度 ($\alpha > 0$, $\varepsilon_1 = 2.1904$, $\varepsilon_2 = 2.25$, $kd = 15$)

		TE ₀	TE ₁	TE ₂	TE ₃	TE ₄
αA^2	文献[6]	*	*	0.1551	0.2274	0.3332
	文献[4]	0.1179	0.1204	0.1535	0.2268	0.3327
	本文	0.1179	0.1204	0.1535	0.2268	0.3327

表 5 不同波数 kd 下 TE₁ 模截止光功率密度 ($\alpha > 0$, $\varepsilon_1 = 2.1904$, $\varepsilon_2 = 2.25$)

kd		5	7.5	10
αA^2	文献[6]	0.2274	0.1551	0.1357
	文献[4]	0.2268	0.1535	0.1309
	本文	0.2268	0.1535	0.1309

表 5 是不同波数 kd 所对应的 TE₁ 模截止光功率密度 αA^2 。

从表 1 至表 5 可以看出, 本文结果与文献[4]比较, 完全符合。但是, 本文公式所需的计算量已大大减少。甚至用计算器(如 SHARP EL-5812)也可计算截止光功率密度值(运算法用二分法)。文献[6]的公式尽管十分简单, 但是其适用范围受到限制。本文公式不受这些限制。

参 考 文 献

- [1] C. T. Seaton et al., *Opt. Eng.*, 24(1985)4, 593—599.
- [2] G. I. Stegeman et al., *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(1989)4, 652—662.
- [3] N. N. Akhmediev et al., *Opt. Spectr. (USSR)*, 53(1982)5, 540—542.
- [4] K. Ogusu, *Opt. and Quantum Electron.*, 19(1987)1, 65—72.
- [5] M. R. Ramadas et al., *J. Lightwave Tech.*, 7(1989)12, 1901—1905.
- [6] Zhihao Chen et al., *Electron. Lett.*, 27(1991)1, 21—22.
- [7] M. Abramowitz et al., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover, (1965).
- [8] M. J. Adams, *An Introduction to Optical Waveguides*, John Wiley and Sons, New York, (1981), Ch. 2.

AN ACCURATE FORMULA FOR CUTOFF VALUES OF TE WAVES ON NONLINEAR SLAB OPTICAL WAVEGUIDE

Chen Zhihao Chen Xiyao Lai Heng Dai Yihuan

(Department of Physics, Fujian Normal University, Fuzhou 350007)

Abstract

An accurate formula is derived for cutoff values of TE modes in the symmetric slab optical waveguide with a nonlinear thin film. Two examples are given. Computed results are in agreement with exact results in literatures.

Key words

Nonlinear optics; Integrated optics; Optical waveguide