

空间滤波预处理法及其在单次快摄阵处理中的应用

张 铭

(南京航空学院四系, 南京 210016)

杨万麟 李乐民

(电子科技大学, 成都 610054)

摘要 本文提出了一种基于空间滤波预处理的阵处理方法, 旨在提高现有谱估计方法的分辨力。此法大大地提高了有效的信噪比 (SNR) 和自相关矩阵的估计精度。文中将此法应用于单次快摄的阵处理。模拟结果表明, 用新方法可得到比用现有谱估计方法更好的结果。

关键词 信号处理; 空间谱估计; 高分辨阵处理; 天线阵

一、引言

被动传感器阵分辨信号源的研究是雷达、声纳、射电天文和地震探测等应用中的一个重要课题。很明显, 快摄数越多, 谱估计结果就越好, 但快摄数越多会带来越复杂的数据采集、存贮和计算。增加快摄数的目的是为了减小噪声的影响, 因此能应用于单次快摄谱估计的算法一定也能很好地应用于多次快摄的情况, 而且适用于更低的信噪比 (SNR)。然而处理单次快摄的情况是较困难的^[1], 因为首先它是一个相对相位固定的相干情况 (即使信号源是非相干的); 其次是可利用的数据较少。

最近提出了不少空间谱估计算法, 较著名的有 Schmidt 的 MUSIC 法^[2], Kumaresan 和 Tufts 的最小范数方法^[3], Shan 等人提出的空间平滑 MUSIC 法^[4], Williams 等人提出的修改空间平滑 MUSIC 法^[5], Tufts 和 Kumaresan 提出的修改的前后向线性预测法 (MFBLP)^[6] 以及 Cadzow 提出的信号增强法^[7]等等。这些方法都是以奇异值分解 (SVD) 作为对测量数据的预处理的。预处理的目的是减小噪声的影响和提高自相关矩阵估计的精度, 从而改进估计的结果。

一般地, 最好的估计总是由那些尽可能利用已有信息的方法得到的。本文提出了一种基于空间滤波预处理的方法, 并将其应用于单次快摄的阵处理。

二、问题的形成和带限复函数的内插

1. 问题的形成

考虑一个包含 $N(=2K+1)$ 个相同的全向阵元的均匀线阵。设有 $M(M < N)$ 个窄带平面波从方向 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$ 入射到阵, 其载波波长为 λ 。在第 k 个阵元的一次快摄为

$$y(k) = \sum_{m=1}^M a_m \exp(jk2\pi d \sin \theta_m / \lambda) + w(k), \quad k = -K, \dots, 0, \dots, K \quad (1)$$

其中, a_m 为第 m 个平面波的复振幅; $w(k)$ 是第 k 个阵元上的加性白噪声; d 为阵元间距。

许多现有的谱估计算法都按两步操作^[1-7], 第一步, 自相关矩阵的估计; 第二步, 求得空间谱。因此若自相关矩阵估计的越准确, 谱估计的分辨率就越高。而自相关矩阵与 SNR, 观察时间长短和采样率^[8]等等有关。

2. 带限复函数的内插

设 X 轴描述线性阵所在的位置, 且中间阵元的位置为 X 轴的零点。

在 X 轴上任意一点 x 处的一次快摄为

$$y(x) = s(x) + w(x) \quad (2)$$

其中, 信号

$$s(x) = \sum_{m=1}^M a_m \exp(j2\pi f_m x), \quad f_m = \sin \theta_m / \lambda$$

$w(x)$ 是 x 点处的加性白噪声。

如果信号 $s(x)$ 带限于 (f_1, f_1) , 则根据 Nyquist 定理, 具有有限能量的信号 $s(x)$ 能从其采样值 $\{s(kd)\}$ 重建, 具体公式如下:

$$s(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(kd) \frac{\sin[\pi(f_1' - f_1)(x - kd)]}{\pi(x - kd)} \exp[j\pi(f_1' + f_1)(x - kd)] \quad (3)$$

更一般的情况, $s(x)$ 带限于 $\bigcup_{p=1}^P (f_p, f_p')$, 且有

$$s(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ s(kd) \sum_{p=1}^P \frac{\sin[\pi(f_p' - f_p)(x - kd)]}{\pi(x - kd)} \exp[j\pi(f_p' + f_p)(x - kd)] \right\} \quad (4)$$

此公式有一个重要的特性, 即采样值的小误差只引起重建中对应的小误差, 也就是说, 重建公式是稳定的。在实际中, 内插可由有限冲激响应 (FIR) 滤波来实现^[9,10]。

三、空间滤波预处理及其在单次快摄阵处理中的应用

如果存在一组常数 α_p 和 α'_p 且 $\sin \alpha_p < \sin \alpha'_p$, $(\sin \alpha_p, \sin \alpha'_p) \cap (\sin \alpha_q, \sin \alpha'_q) = \emptyset$ (当 $p \neq q$), 而且 $\forall \theta_m (m = 1, \dots, M)$, 我们有

$$\sin \theta_m \in \bigcup_{p=1}^P (\sin \alpha_p, \sin \alpha'_p) \quad (5)$$

于是 $s(x)$ 带限于

$$\bigcup_{p=1}^P (\sin \alpha_p / \lambda, \sin \alpha'_p / \lambda) \quad (6)$$

一般地,我们总有 $-90^\circ \leq \theta_m \leq 90^\circ$, 即有

$$-1 \leq \sin \theta_m \leq 1, m = 1, \dots, M \quad (7)$$

因此 $s(x)$ 总是带限信号,其限带为 $[-1/\lambda, 1/\lambda]$.

当 $s(x)$ 带限于 $[-1/\lambda, 1/\lambda]$ 时,如果 $d = \lambda/2$, 则采样值 $\{s(kd)\}$ 互相独立,因而没有冗余性可利用,内插并不能提高有效 SNR. 因此估计性能改善不明显,这可以从第四节中看出. 如果 $d < \lambda/2$, 则阵的孔径减小,从而影响估计的性能.

为了解决以上的矛盾,增强现有谱估计方法的分辨力,我们首先应用周期图法进行谱估计. 虽然周期图法的分辨力较差,但是计算简单且易于实现(可用 FFT 实现),因此我们选用此法作预处理. 当 α_p 和 $\alpha'_p (p = 1, \dots, P)$ 由周期图法估计出后,即使 $d = \lambda/2$, 信号的采样率仍然大于 Nyquist 采样率且采样值之间相关,因此过采样的冗余性以及 α_p 和 α'_p 的估计将有利于空间内插处理.

对测量数据进行空间滤波预处理将改善自相关矩阵的估计,主要原因有: 第一、空间滤波器利用 α_p 和 α'_p 的信息于估计中,从而去除了通带以外的噪声和干扰,增强了信号,提高了有效 SNR; 第二、内插处理增加了采样率,从而减小了自相关矩阵估计的方差^[8].

空间滤波预处理阵处理法的实现方案如图 1 所示.

经过空间滤波预处理后信号的自相关矩阵的估计得到了改善. 如果基于自相关矩阵

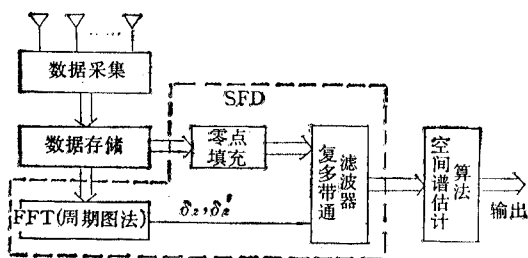


图 1 空间预处理阵处理法的实现方案

估计的谱估计算法用于后续处理,则分辨力必将得到提高. 本文中我们选用一种无需进行 SVD 处理、计算简单的投影 (PROJ) 算法^[11]作为空间滤波预处理的后续处理.

定义矢量 $\mathbf{h}_l = [h_{l0}, h_{l1}, \dots, h_{l(Q-1)}]^T, l = l_1, \dots, l_M$, 当 $m \neq n$ 时 $l_m \neq l_n, 0 \leq l \leq Q-1$

其中

$$h_{li} = \sum_{n=Q}^{2K'+1} [y(n-l)y^*(n-i) + y^*(n-Q+l+1)y(n-Q+i+1)] \quad (8)$$

Q 为一个给定的正整数且 $1 \leq Q \leq 2K' + 1$, $2K' + 1$ 为内插后的采样数,“*”表示复共轭.

对 M 个矢量 $\mathbf{h}_l (l = l_1, \dots, l_M)$ 进行 Gram-Schmit 正交化处理可以得到 M 个单位正交矢量 $\mathbf{u}_i (i = 1, \dots, M)$. 用这 M 个单位正交矢量可以构成投影矩阵 V , 即

$$V = I - UU^H \quad (9)$$

其中, $U = [\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_M]$, “ H ” 表示复共轭转置.

因为无噪声时,我们有 $V\mathbf{s}_i = \mathbf{O}$, 这里, $\mathbf{s}_i = [1, \exp(j\omega(\theta_i)), \dots, \exp(j\omega(\theta_i))(Q-1)]^T, \omega(\theta_i) = 2\pi d' \sin \theta_i / \lambda, d'$ 为内插间隔. 所以空间谱估计为

$$G(\theta) = 1/[(V\mathbf{s})^H(V\mathbf{s})] \quad (10)$$

其中, $\mathbf{s} = [1, \exp(j\omega(\theta)), \dots, \exp(j\omega(\theta))(Q-1)]^T$.

因为 PROJ 法是独立于信号源之间相干性的^[11], 所以本文提出的算法也是独立于源

间相干性的。

四、模拟结果

(1) 式用作模拟模型。 $K = 8$ (17 个阵元), $d = \lambda/2$, $M = 2$ (2 个信号源), 一次快摄, 信号的复幅度选为 $a_1 = 1$ 和 $a_2 = \exp(j\phi)$ 。

图 2(a) 和 (b) 显示出修改的前后向线性预测法^[4]与改进的空间平滑 MUSIC 法^[6]的结果。此处 $\text{SNR} = 10\text{dB}$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 32^\circ$ ($\Delta\theta \approx 0.28$ 波束宽度)和 $\phi = 45^\circ$ 。从图 2 可以看出,这两种方法不能分辨两个信号源。

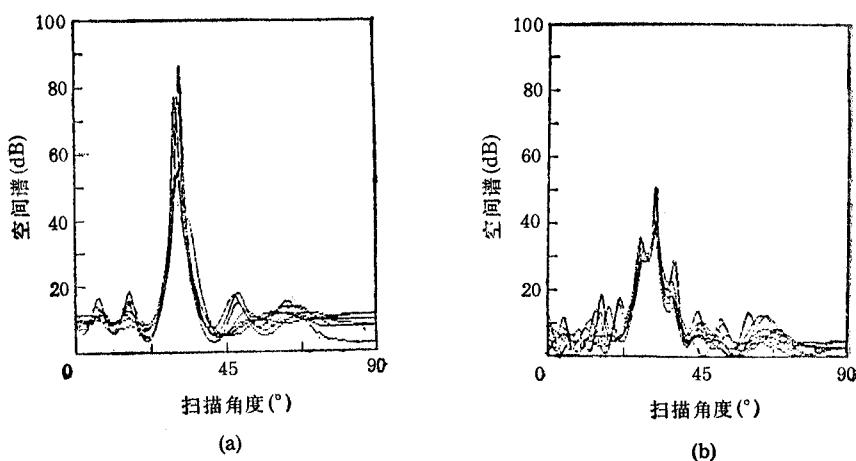


图 2

(a) 修改的前后向线性预测法 (b) 改进的空间平滑 MUSIC 法
($\text{SNR} = 10\text{dB}$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 32^\circ$, $\phi = 45^\circ$)

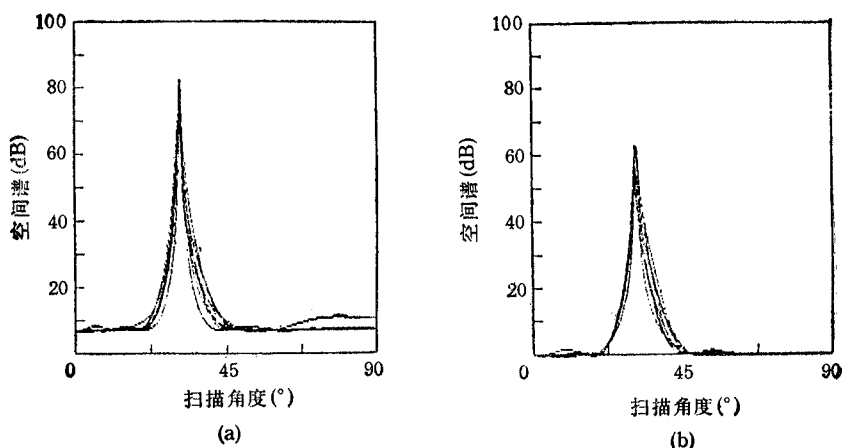


图 3

(a) PROJ 法 (b) 内插后的 PROJ 法
(条件同图 2)

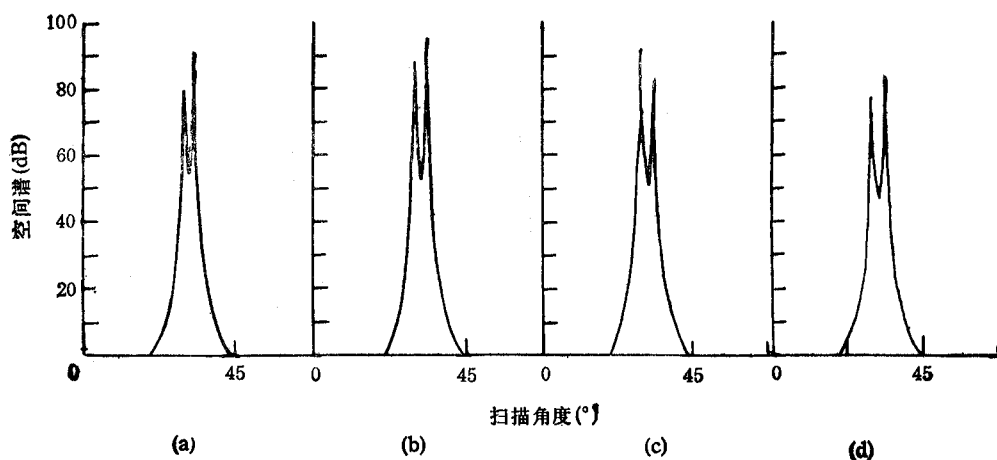


图 4

本文方法,除 ϕ 外,其他条件同图 2

(a) $\phi = 0^\circ$ (b) $\phi = 45^\circ$ (c) $\phi = 90^\circ$ (d) $\phi = 180^\circ$

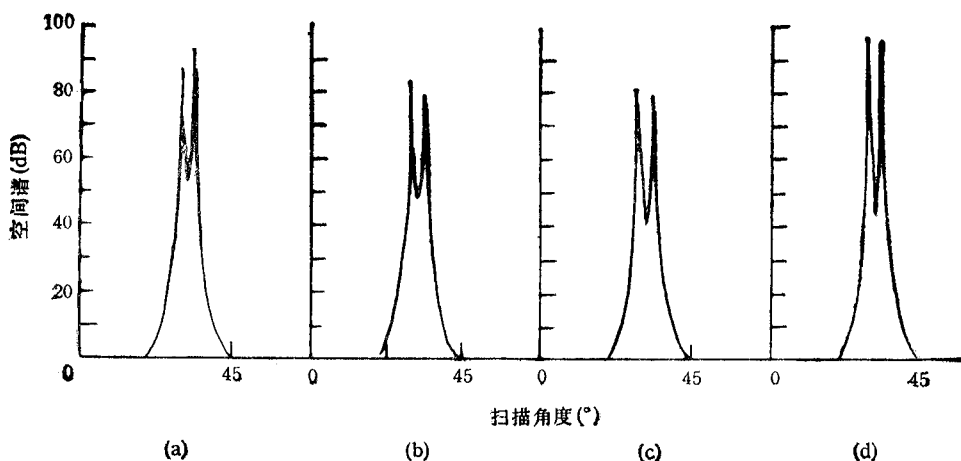


图 5

本文方法,除 SNR 外,其他条件同图 2

(a) SNR = 20dB (b) SNR = 5dB (c) SNR = 0dB (d) SNR = -5dB

图 3(a) 和 (b) 分别显示出 PROJ 法与进行内插后的 PROJ 法的结果。此处, $s(x)$ 带限于 $[-1/\lambda, 1/\lambda]$ (没用周期图法进行初估), 其他条件与图 2 中相同。此时采样值之间互相独立且没有冗余性可利用,从图 3 可以看出,此时内插前后估计结果没有改进。

图 4(a), (b), (c) 和 (d) 显示出本文的方法对不同源间相对相位 ($\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 180^\circ$) 的模拟结果,此处其它条件与图 2 相同。从图中可以看到,本文方法的估计结果有很明显的改进。

图 5(a), (b), (c) 和 (d) 显示出本文方法对不同 SNR 的模拟结果, SNR = 20

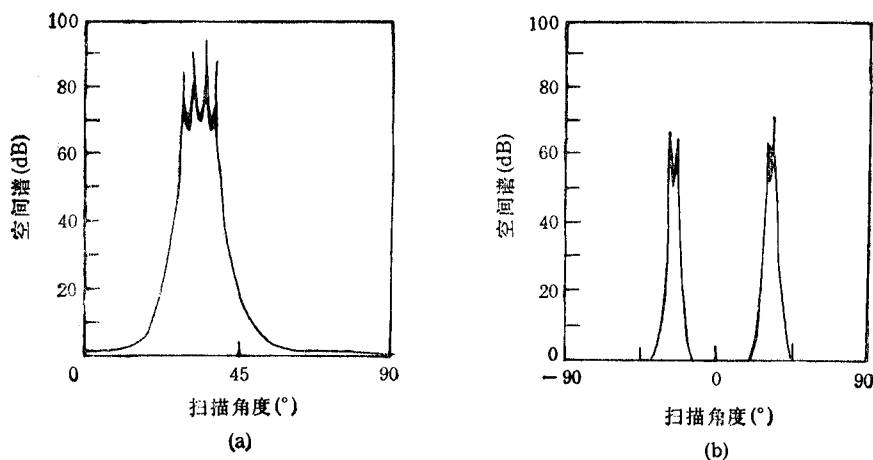


图 6

(a) 本文方法, $\text{SNR} = 10\text{dB}$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 32^\circ$, $\theta_3 = 34^\circ$, $\theta_4 = 36^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$, $\phi_3 = 180^\circ$ (b) 本文方法, $\theta_1 = -27^\circ$, $\theta_2 = -25^\circ$, $\theta_3 = 30^\circ$, $\theta_4 = 32^\circ$, 其他条件同图 6(a)

dB, 5dB, 0dB 和 -5dB , 其它条件与图 2 相同。在以上所有 SNR 的情况下, 本文方法均可以明显地区分两个源, 只是在 $\text{SNR} = -5\text{dB}$ 时, 谱峰发生了移动。可以看出本文方法适用较低的 SNR 的情况。

图 6(a) 和 (b) 分别显示出本文方法对 4 个源位于一个和两个波束宽度内的结果。此处 $\phi = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$, $\phi_3 = 180^\circ$; 图 6(a) 中 $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 32^\circ$, $\theta_3 = 34^\circ$ 和 $\theta_4 = 36^\circ$ ($\Delta\theta = \theta_4 - \theta_1 \approx 0.84$ 个波束宽度); 图 6(b) 中 $\theta_1 = -27^\circ$, $\theta_2 = -25^\circ$, $\theta_3 = 30^\circ$ 和 $\theta_4 = 32^\circ$ 。从图可以看出, 分辨效果很好。

五、结 论

本文提出了一种空间滤波预处理法, 目的是增强现有谱估计算法的分辨力。应用此法能提高有效的 SNR 和自相关矩阵的估计精度。本文方法适用于较低 SNR 情况的阵处理。

参 考 文 献

- [1] W. F. Gabriel, *Proc. IEEE*, **68** (1980) 6, 645—666.
- [2] R. O. Schmidt, *IEEE Trans. on AP*, **AP-34** (1986) 3, 276—280.
- [3] R. Kumaresan, D. W. Tufts, *IEEE Trans. on AES*, **AES-19** (1983) 1, 134—139.
- [4] T. —J. Shan et al., *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-33** (1985) 8, 806—811.
- [5] R. T. Williams et al., *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-36** (1988) 4, 425—432.
- [6] D. W. Tufts, R. Kumaresan, *Proc. IEEE*, **70** (1982) 9, 975—989.
- [7] J. A. Cadzow, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-36** (1988) 1, 49—62.
- [8] S. M. Kay, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-29** (1981) 8, 859—867.
- [9] R. W. Schafer, L. R. Rabiner, *Proc. IEEE*, **61** (1973) 5, 692—702.
- [10] R. E. Crochiere, L. R. Rabiner, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-23** (1975) 3, 444—454.
- [11] M. Zhang et al., *IEE Proc-F*, **138** (1991) 5, 407—410.

METHOD OF SPATIAL FILTER PREPROCESSING AND ITS APPLICATION TO ARRAY PROCESSING OF SINGLE SNAPSHOT

Zhang Ming

(*Nanjing Aeronautical Institute, Nanjing 210016*)

Yang Wanlin Li Lemin

(*University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu 610054*)

Abstract A method based on spatial filter preprocessing is presented to enhance the resolution of the existing spectrum estimation algorithms. The effective signal-to-noise ratio (SNR) and the accuracy of autocorrelation estimation are significantly improved through use of this method. The method is applied to array processing in the signal snapshot case. Simulation results are presented to illustrate the improved performance achieved by the new method as compared with that obtained by the other existing algorithms.

Key words Signal processing; Spatial spectrum estimation; High resolution array processing; Antenna array