

用 Gabor 展开进行地震数据的滤波¹

吴剑华

(西安交通大学电信学院信息工程研究所 西安 710049)

摘 要 Gabor 展开是用一组在时域及频域都局部化且具有能量集中性质的函数来展开信号, 这种特征使得 Gabor 展开适于处理那些时间无关或非平稳的信号。利用框架理论, 类似于 SVD 特征映像滤波方法, 本文用 Gabor 展开滤波方法来进行地震信号的去噪处理。仿真结果显示 Gabor 展开滤波方法的优越性。

关键词 Gabor 展开, 滤波, 地震数据

中图分类号 TN911.7

1 引言

地震道及记录通常是含有各种成分的信号, 它们在时间和空间上具有明显不同的谱, 因此, 需要有一种滤波技术能将随机噪声去除而保留非平稳信号, 本文提出了以 Gabor 展开来实现滤波。

Gabor^[1] 提出以一组在时域和频域上移动的高斯调制函数表示信号, 用这种在时域和频域集中的函数表示信号适用于处理那些在时频上局部分布的信号, 更进一步, Gabor 展开可以很容易地扩展到多维^[2], 并可将其用于多维地震数据滤波。

本文的构成如下: 第 2 节给出了 Gabor 展开的概述, 同时给出了框架的定义及离散信号的 Gabor 变换快速算法。第 3 节, 利用框架的 Gabor 展开应用于二维合成地震数据, 结果表明了离散 Gabor 展开的潜力, 实现了时空上的二维带通地震滤波的应用。

2 Gabor 展开

信号的 Gabor 展开可写成一组时移调频的基本函数 $g(t)$ 的和式, 如

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{mn} g(t - mT) e^{j\Omega n t}, \quad (1)$$

其中 C_{mn} 是一个复数尺度, Ω, T 是常数, 分别是时间、频率的采样间隔, 且 $\Omega T \leq 2\pi$ 。

许多年来, Gabor 展开由于系数 C_{mn} 计算的困难, 几乎没有实际应用。Balian-low^[3] 定理指出 Gabor 展开不存在一个正交基, 而 $g(t)$ 具有时间, 频域上的局部性。Bastiaans^[4] 导出了一个用基本高斯函数构成的双正交基, 这个基给出了采样率满足 Nyquist 准则且完备的 Gabor 展开。利用双正交辅助函数可以计算 Gabor 系数。然而, 对给定的函数 $g(t)$ 和采样模式 (Ω 和 T), 计算双正交辅助函数仍不易, 利用框架理论, 可得快速算法。

定义^[5] 一个框架是一属于可分 Hilbert 空间的向量序列 $\{f_0, f_1, f_2, \dots\}$, 其相应的内积 $\langle \bullet, \bullet \rangle$ 和范数 $\|x\| = \langle x, x \rangle$ 满足关系式:

$$A\|x\|^2 \leq \sum_{l=0}^{\infty} |\langle x, f_l \rangle|^2 \leq B\|x\|^2, \quad (2)$$

¹ 1997-12-10 收到, 1998-09-19 定稿

其中 A, B 是正的常量。常量 A, B 称为框架的界, 系数 $C_l = \langle x, f_l \rangle$ 可以用以重构信号:

$$x(t) = 2(A+B)^{-1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l f_l + Rx, \quad (3)$$

其中余项 Rx 有界

$$\|Rx\| \leq \frac{BA^{-1} - 1}{BA^{-1} + 1} \|x\|, \quad (4)$$

当 $A = B$ 时, 框架是紧的, 信号可完全重构。当 $A \approx B$ 框架是贴近 (snug) 的, 信号重构有些小误差。

对于 Gabor 展开, 记 $g_{mn}(t) = g(t - mT)e^{j\Omega nt}$ 。I.Daubechies^[4] 证明当 $T\Omega < 2\pi$ 时, g_{mn} 构成一个框架, 同时 $g(t)$ 在时域和频域上有较好的局部性。并且当 $T\Omega = \pi/2$ 时, 双正交辅助函数与原来的高斯窗函数非常近似, 离散时间 Gabor 展开可以写成

$$x(k) = \frac{2}{A+B} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{mn} g(k - mT) e^{j\Omega kn} + Rx, \quad (5)$$

其中 $k = \dots, -1, 0, 1, \dots$, T 是一整数且是 2 的幂, (5) 式中的系数可由下式计算:

$$C_{mn} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) g^*(k - mT) e^{-j\Omega kn}, \quad (6)$$

可用快速傅里叶变换进行计算^[1]。

序列 $g_{mn}(k) = g(k - mT)e^{j\Omega kn}$ 构成一个框架^[3], 同样的关系在二维中也成立^[5]; 因此, 我们选择标准高斯序列:

$$g(k) = \left(\frac{1}{2T^2} \right)^{1/4} e^{-\pi k^2 / (4T^2)}. \quad (7)$$

I.Daubechies^[4] 指出了当 $\Omega T = \pi/2$ 时, 序列 $g_{mn}(k)$ 构成的框架最“紧”。因此 (5)、(6) 式中经时频移的高斯序列构成一个贴近框架, 重构信号的误差最小且框架收敛性较好^[6]。

Shie Qian^[1] 给出 (5)、(6) 式的一种快速算法, 利用 FFT 进行 Gabor 变换的快速计算。

3 用 Gabor 展开进行地震数据滤波

奇异值分解 (SVD) 特征映像滤波技术被用于地震数据处理去除不相干噪声^[7]。一个由 M 道, 每道 N 点组成的记录 X 的 SVD 可写作

$$X = \sum_{i=1}^M \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T, \quad (8)$$

其中 T 表示转置, $\mathbf{u}_i$ 和 $\mathbf{v}_i$ 是正交列向量, σ 是第 i 个奇异值, 外积 $\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ 是 X 的第 i 个特征映像且有秩 1。SVD 的一个特征是奇异值按降序排列, 即 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_M$, 形成能量关系:

$$\|X\|_F^2 = \sum_{j=1}^M \sigma_j^2, \quad (9)$$

其中 $\|X\|_F$ 是 Frobenius 范数。

由于特征映像秩是 1, 在每个特征映像中, 一个道与其他道有一个尺度关系; 因此, 每个特征映像的道与道之间是相关的。从 (8) 式及 (9) 式可以看到每个特征映像的贡献及每个特征映像对应的原始记录相应的能量是由其特定的奇异值决定的。一般地, 在地震记录中, 有用信号的道间相关性较强, 能量较集中。因此, 假设大奇异值对应的特征映像代表信号, 去噪可以通过将小奇异值对应的特征映像置零, 重构非零奇异值的特征映像为一个记录, 这就形成了 SVD 特征映像滤波技术。

二维离散高斯序列 g_{mnop} 构成贴近框架, 由 (2) 和 (4) 式可知二维离散时间 Gabor 展开满足信号能量关系:

$$\|X\|_F^2 \approx \frac{2}{A+B} \sum_{m,n,o,p} |\langle x, g_{mnop} \rangle|^2. \quad (10)$$

(10) 式表明二维离散时间 Gabor 展开遵从的能量关系类似于 SVD。框架由在时频域上局部特性较好的二维高斯序列构成, 其系数 $\langle X, g_{mnop} \rangle$ 反映了道与道间的相关。其物理意义在于, 一般的, 在地震记录中, 有用信号在空间相关性较强, 能量集中在某些频段及波数段上。因此, 假设大的框架系数代表相关的信号, 而小系数代表不相关的噪声。由此, 类似于 SVD 特征映像技术, 可以建立系数零化滤波方法。

为了比较的目的, 合成信号如图 1, 加入了加性高斯白噪声后如图 2, 共有 32 道, 每道有 256 个采样点。Gabor 展开用 (6) 式的二维形式, 同时在道方向 $T=4$, 在时间方向上 $T=8$, 为了选择一个合适的门限, 系数的幅值依其相应幅值顺序 (经归一化的) 显示在图 3。图 4 显示了相应于门限 0.255, 用 Gabor 展开重构的情况, 门限的选取是依据图 3 所示的曲线的拐点相对应得归一化幅值 0.255。

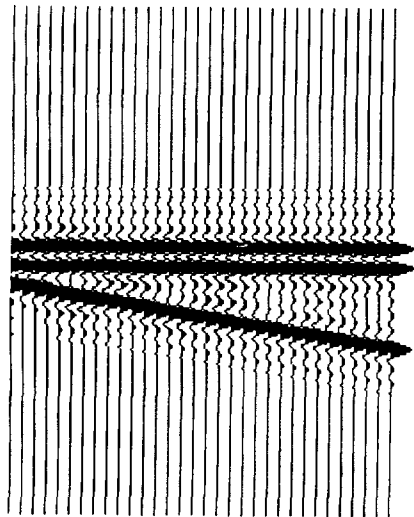


图 1 合成剖面

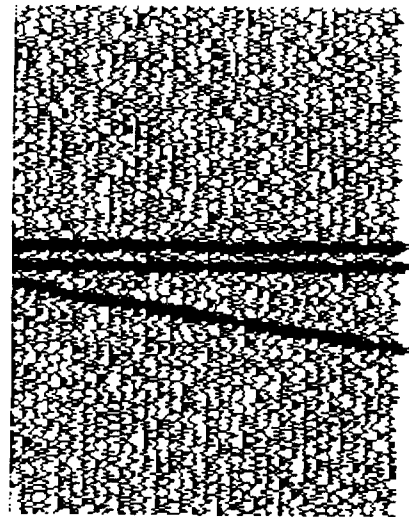


图 2 加噪剖面

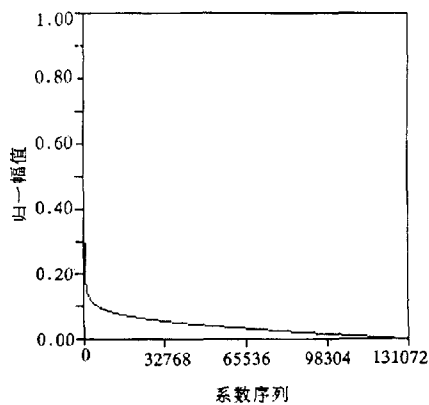


图 3 Gabor 系数分布

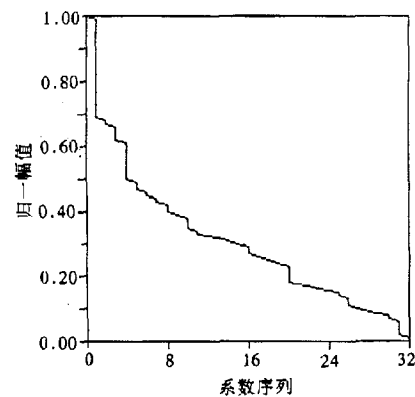


图 5

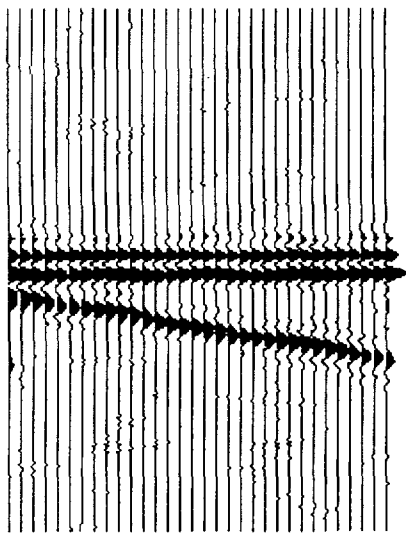


图 4 SVD 奇异值分布

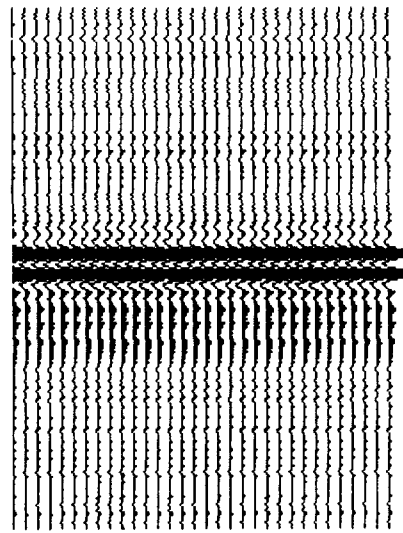


图 6

类似地, 图 2 所示的地震剖面的 32 个奇异值依大小顺序 (经归一化的) 显示于图 5。图 6 显示用 5 个最大奇异值重构记录, 图 6 表明 SVD 特征映像技术不能处理空间变化的信号。倾斜同相轴被破坏。倾角扫描叠加^[8]可以最大地去除记录空间的变化, 但是, 需要估计倾角值。

Gabor 展开技术优于 SVD 特征映像技术的可能在于: (1) 框架系数能反映在时 / 空及频率上能量偏移。(2) 使用高斯序列能够简洁表达时 / 空及频率上的能量集中情况, 这使得门限设置独立于时 / 空及频率并可以对噪声自动滤波, 而保留大部分的信号能量。

4 结 论

在合成数据的实验结果表明门限 Gabor 展开系数技术优于奇异值分解特征映像技术。这是由于 Gabor 展开能处理非平稳的信号, 而地震数据在时空上存在非平稳的特性, 并且高斯序列有较好的时频能量集中的特性且表示简洁。

参 考 文 献

- [1] Shie Qian, Dapang Chen. Discrete Gabor transform. IEEE Trans. on SP, 1993, SP-41(7): 2429-2438.
- [2] Porat M, Zeevi Y Y. The generalized Gabor scheme of image representation in biological and machine vision. IEEE Trans. on PAMI, 1988, PAMI-10(4): 452-467.
- [3] 刘贵忠, 邸双亮. 小波分析及其应用. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1992, 第八章, 103-158.
- [4] Daubechies I. The Wavelet Transform: A Method for Time-Frequency Localization, in Advances in Spectrum Analysis and Array Processing, S. Haykin Ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990, Ch. 8, 366-417.
- [5] Daugman J G. Uncertainty relation for resolution in space, spatial frequency and orientation optimized by 2D visual cortical filters. J. Opt. Soc. Amer.(A), 1985, 2: 1160-1169.
- [6] Daubechies I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. IEEE Trans. on IT, 1990, IT-36(5): 961-1005.
- [7] Freire S L, Ulrych T J. Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling. Geophysics, 1988, 53(6): 778-785.
- [8] 陈遵德, 段天友, 朱广生. SVD 滤波方法的改进及应用. 石油地球物理勘探, 1994, 29(12): 783-792.

SEISMIC DATA DENOISING WITH
FAST GABOR REPRESENTATIONS

Wu Jianhua

(Institute for Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract Gabor representations are signal expansion using sets of functions that are localized and concentrated in time and frequency domain. This characteristic makes them be suitable for processing time-dependent or nonstationary signal. It is shown that Gabor representations formulated with frame theory can be used to remove noise from seismic data. The simulation shows that Gabor representations filtering techniques can outperform SVD eigenimage filtering techniques in the removal of noise.

Key words Gabor representation, Denoise, Seismic data

吴剑华: 女, 1966 年生, 原是西安交通大学信息工程研究所博士生, 现为新加坡电信公司工程师, 主要研究兴趣是小波分析, 时频分析及应用, 计算机及通讯网络软件开发.