

色噪声背景下微弱周期脉冲信号的混沌检测方法¹

李 月 杨宝俊* 杜立志 袁 野

(吉林大学信息工程系 长春 130012)

*(吉林大学地球物理系 长春 130026)

摘 要 该文将微弱周期脉冲信号引入特定的混沌系统中,以系统相轨迹由混沌状态到大尺度周期状态的跃迁作为微弱周期脉冲信号的检测依据。用特定的混沌系统实现了对强噪声背景下周期脉冲信号的检测。仿真实验表明该混沌检测系统对被强噪声覆盖的周期脉冲信号非常敏感,对任何色噪声均具有极强的抑制能力。

关键词 混沌系统, 信号检测, 周期脉冲, 信噪比

中图分类号 TN911.7

1 引 言

湮没在色噪声中的微弱周期脉冲信号检测历来是信号处理领域的核心问题和前沿课题之一。对于这个问题,现在已有多种解决方法。在时域处理方法上,目前最优秀的还是 60 年代提出的 Boxcar 积分器和锁相放大器方法。但其检测下限很难突破 10nV 的水平^[1]。人们现在更多的是根据噪声所具有的特殊统计性质而采取针对性抑制措施。对于高斯色噪声,可采用高阶累积量方法,如目前性能较为优良的 MUSIC^[2] ESPRIT^[3,4] 等高阶累积量方法^[5,6],对高斯色噪声的信噪比下限已经达到了 -10dB 的水平,并且具有相当高的谱分辨率。针对各信道间相互独立的色噪声情况,可采用现代互谱估计方法,其信噪比工作下限甚至达到了 -30 dB 的水平,并且已实际应用到 1nV 微弱正弦信号测量^[7]。而兼取上述两种信号处理方法之长的互高阶谱估计方法^[8,9],则可同时抑制各信道间相互独立的任意色噪声和相关的高斯色噪声,其信噪比下限也达到了 -10dB 的水平。

毫无疑问,这种针对噪声所具备的特定的统计特征而采取特殊的抑制措施是完全正确的,所取得的效果也是显著的。但这同时也存在着噪声抑制的局限性。本文所提出的周期脉冲信号的混沌检测方法,则可以从根本上解决这一问题。对任何零均值色噪声均具有极强抑制能力,计算方法简单、便于工程应用是该方法最突出的特点。文中所作的理论分析和仿真实验结果均证明了这一点。

2 微弱周期脉冲信号混沌检测的物理机理和特定的混沌系统

混沌振子用于微弱周期脉冲信号检测的物理机理是利用与时间有关的微扰信号来实现对混沌状态的稳定抑制,变原来正的 Lyapunov 指数为负值,从而实现系统状态的从不稳定到稳定的转变。无论是人工还是计算机对系统两种状态的识别都基于对系统相位图模式的识别;因此系统在两个状态时的相位图差别越大,则对相位模式进行识别时出错的概率越小。通过实验和理论分析,发现混沌系统在混沌状态和大尺度周期状态相应的相位图截然不同。我们把待测信号加入混沌系统后,系统状态发生从不稳定到稳定的转变;因此选定系统由不稳定的混沌状态到稳定的大尺度周期状态的跃迁作为检测微弱周期脉冲信号的依据。

由上述可知,混沌抑制(或转变混沌状态)是用混沌振子检测微弱周期脉冲信号的必要步骤。已经利用 Holmes 型 Duffing 振子方程(见方程(1)式),实现了对微弱谐波和方波信号^[10]

¹ 2002-03-29 收到, 2002-06-28 定稿

的检测, 也可利用该类方程检测周期小摄动, 即在 (1) 式

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} - x + \beta x^3 = \gamma \sin(\omega t) \quad (1)$$

中取 x^3 项中的参数 $\beta = \beta_0(1 + \eta \cos(\omega t))$, 该参数的变化可决定系统的运动状态, 进而检测周期脉冲信号。综合考虑对待检微弱周期脉冲信号的敏感性和对混沌判据证明的可行性, 我们将 (1) 式中的恢复力项变为 $(-x^3 + ax^5)$, 其中 $a = 1 + k\delta_T(t)$, $k \geq 0$, $\delta_T(t)$ 为周期脉冲信号。得到修正的 Duffing-Holmes 方程

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} - x^3 + [1 + k\delta_T(t)]x^5 = \gamma \sin(\omega t) \quad (2)$$

该方程可构成检测周期脉冲信号的 (特定) 混沌系统。当 $k = 0$ 时, 表示不存在待检测的周期脉冲信号; 当 $k \neq 0$ 时, 系统中存在待检测的周期脉冲信号。

3 系统稳定性判据和算法

为了定量地表示映像中相邻点相互分离的快慢或奇怪吸引子中轨道分离的快慢 (轨道对初始条件的敏感依赖), 人们引入了 Lyapunov 指数; 正的 Lyapunov 指数是刻画混沌系统的主要特征, 即任何 (平庸的和奇怪的) 吸引子至少有一个 Lyapunov 指数是正的, 对于混沌, 至少有一个 Lyapunov 指数是正的 (另外, 吸引子也至少有一个 Lyapunov 指数是负的)。

对 (2) 式用 $x + \Delta x$ 和 x 表示的初始位置不同的两点, Δx 为两点间的偏差, 由于 Δx 很小, 所以略去 Δx 的高阶无穷小, 并令 $c(t) = 3x^2 + 5(1 + k\delta_T(t))x^4$, $\mu = 0.5$, 得到偏差方程

$$\Delta\ddot{x} + 0.5\Delta\dot{x} - c(t)\Delta x = 0 \quad (3)$$

(3) 式写成矢量微分方程形式为

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) \quad (4)$$

$$\text{其中 } X(t) = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{bmatrix}, \quad A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c(t) & -0.5 \end{bmatrix}$$

在系统处于大尺度周期状态下, $A(t)$ 是连续的 2×2 阶实矩阵, 且为周期函数, 因而

$$A(t + T_0) = A(t), \quad -\infty < t < +\infty \quad (5)$$

$A(t)$ 为周期矩阵, (4) 式为一周期系数线性微分方程。如果 $U(t)$ 是 (4) 式的标准基本解矩阵, 则 $U(t + T_0)$ 也是基本解矩阵。因而存在常数矩阵 C , 使得 $U(t + T_0) = U(t)C$, 并且 $C = U(T_0)^{[11]}$ 。如果 (5) 式成立, 则 (4) 式的标准基本解矩阵可表示为

$$U(t) = P(t)e^{T_0^{-1}t \ln U(T_0)} \quad (6)$$

其中 $P(t)$ 是一个非退化的周期矩阵, 即 $P(t + T_0) = P(t)$ 。设 $P(t)$ 是由 (6) 式定义的矩阵, 作线性变换

$$X = P(t)z \quad (7)$$

将周期系统 (4), (5) 式变成自治系统

$$\dot{z} = T_0^{-1} \ln U(T_0)z \quad (8)$$

在 $A(t)$ 满足 (5) 式条件下, 定义自治系统 (8) 式的特征指数为系统 (4) 式的特征指数.

设矩阵 $U(T_0)$ 的两个特征根为 λ_1 和 λ_2 , 则 (4) 式的两个 Lyapunov 指数可表示为

$$LE_1 = (1/T_0) \ln \lambda_1, \quad LE_2 = (1/T_0) \ln \lambda_2 \quad (9)$$

因为 $U(t)$ 是 (4) 式的标准基本解矩阵, 所以 $U(t)$ 应满足下式:

$$dU(t)/dt = A(t)U(t) \quad (10)$$

将 (2) 式改写成状态方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= x^3 - 0.5y - [1 + k\delta_T(t)]x^5 + \gamma \sin \omega \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在一个周期内运用四阶龙格库塔法对上式进行求解, 得出 $x(t)$ 的在一个周期内的值. 然后以一个很小量 Δt 为步长对 $x(t)$ 进行抽样, 得出 $x(t)$ 在各抽样点 $t + (n \cdot \Delta t)$ 的抽样值 $x(t + n \cdot \Delta t)$, 并以该值确定在该抽样时刻 $A(t + n \cdot \Delta t)$ 的值. 由 (10) 式导出

$$U(T_0) = \prod_{n=0}^{T_0/\Delta t} e^{A(n\Delta t) \cdot \Delta t} \quad (12)$$

得到 $U(T_0)$ 后, 求其两个特征根, 然后带入 (9) 式就得到系统的 Lyapunov 指数.

4 仿真实验结果分析

考虑如下混沌检测系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= [x^3 - [1 + k\delta_T(t)]x^5 - 0.5\dot{x} + \gamma \sin(\omega t)] + z_S \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中设内置信号的角频率 $\omega = 1 \text{ rad/s}$, 周期脉冲信号 $k\delta_T(t)$ 的周期为 0.1 s , 占空比为 0.1 , z_S 为噪声. 由此构造混沌系统的仿真模型.

实验 1 高斯白噪声

令周期脉冲信号的幅度 k 为零, 调整内置信号的幅度为临界值 $\gamma_d = 0.72534027 \text{ V}$, 系统进入混沌临界状态, 如图 1 所示, 将 z_S 作为高斯白噪声并入系统, 不断调大 z_S 的功率, 系统仍然处于混沌状态不变. 可见噪声虽然强烈, 但是奇怪吸引子仍能相点束缚在轨道内, 说明混沌系统对噪声有免疫力.

将信号 $k\delta_T(t) + z_S$ 并入系统, 发现系统运动轨迹立刻由混沌状态迁跃到大尺度周期状态, 如图 2 所示. 显然系统处于临界混沌状态时, 系统对外界周期脉冲信号非常敏感, 一但有周期脉冲信号出现, 系统运行轨迹立刻发生相变. 从而将周期脉冲信号检测出来.

实验 2 非高斯色噪声

我们用方差为 1 的白噪声通过一个四阶带通滤波器产生非高斯色噪声. 该滤波器的传递函数为 $H(z) = \frac{0.0201(1-2z^{-2}+z^{-4})}{1-1.637z^{-1}+2.237z^{-2}-1.307z^{-3}+0.641z^{-4}}$, 该滤波器的上限截止频率为 0.2 , 下限截止频率为 0.15 , (均为归一化频率).

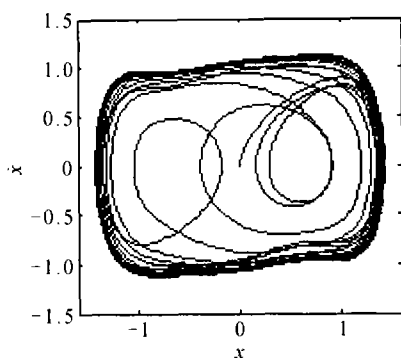


图 1 混沌临界状态相平面轨迹

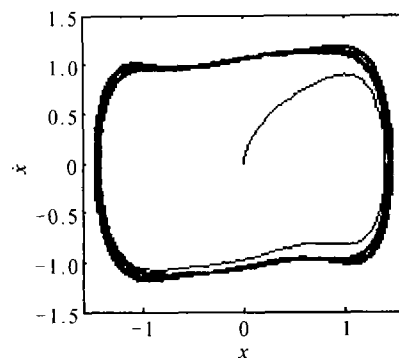


图 2 大尺度周期相平面轨迹

调整系统处于混沌临界状态时, 将 z_S 作为非高斯色噪声并入系统, 不断调大 z_S 的功率, 系统的混沌状态不变; 而将周期脉冲信号 $k\delta_T(t)$ 并入系统后, 系统立即发生相变, 迁跃到大尺度周期状态。

实验得此时非高斯色噪声的噪声功率为 10^{-6}W , 周期脉冲信号幅值为 10^{-7}V , 该仿真实验周期脉冲信号的检测下限为

$$20\lg(1 \times 10^{-7}) = -140\text{dB}$$

$$\text{信噪比下限 } \text{SNR} = 10\lg \frac{\text{周期信号功率}}{\text{噪声功率}} = 10\lg \left\{ \frac{0.5 \times (1 \times 10^{-7})^2}{1 \times 10^{-6}} \right\} \approx -83\text{dB}$$

而目前在微弱信号检测领域里, 用时域方法处理信号的最低信噪比工作门限只有 $-10\text{dB}^{[12]}$ 。

实验 3 系统稳定性与 Lyapunov 指数的关系

由于计算机程序的积分精度与仿真模型的精度不同, 积分的时间长度不同, 因此在运用程序对状态方程在一个周期内积分时, 系统的临界值需要重新界定。经试验得临界值为 0.72528414V 。

当内置信号的幅度为 0.72528414V 时系统处于临界状态, 计算得到此时的 Lyapunov 指数为 0.2765 和 -0.7765 。由 Lyapunov 指数的物理涵义可知二维系统的两个 Lyapunov 指数中有一个为正时, 系统处于混沌状态。试验中得到的相位图为随机的图形, 说明系统处于混沌状态, 试验结论与理论结果相符。此时, 外加幅度为 10^{-7}V 的微弱周期脉冲信号时, 计算得到 Lyapunov 指数为 -0.1885 和 -0.3115 。同样由 Lyapunov 指数的物理涵义知, 二维系统的两个 Lyapunov 指数均为负时, 系统不是混沌状态。仿真的相位图显示出系统处于周期状态。由此可知, 系统在加入待测微弱周期脉冲信号后, 状态发生转变, 由混沌状态变为了大尺度周期状态。

5 结 论

通过上述分析, 我们认为, 利用特定的混沌系统检测微弱周期脉冲信号具有下述特点: (1) 对任何色噪声具有极强的抑制能力以及极低的信噪比工作下限; (2) 对周期脉冲信号有较强的敏感性, 对噪声有一定的免疫力。因此, 该方法在微弱信号检测中具有良好的应用前景; 同时也丰富了微弱信号检测理论。

参 考 文 献

- [1] 戴逸松, 微弱信号检测方法及仪器, 北京, 国防工业出版社, 1994, 268-275.
- [2] B. D. Rao, K. V. S. Hari, Performance analysis of root-MUSIC, IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing, 1989, 37(8), 1789-1794.
- [3] R. Roy, A. Parlraj, T. Kailath, ESPRIT-a subspace rotation approach to estimation of parameters of sinusoid in noises. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing, 1986, 34(5), 1340-1342.
- [4] X. D. Zhang, Y. C. Liang, Prefilter-based ESPRIT for estimating parameters of sinusoids in non-Gaussian noise, IEEE Trans. on Signal Processing, 1995, 45(1), 349-353.
- [5] A. Swami, J. M. Mendel, Cumulant-based approach to the harmonic retrieval problem, Proc. ICASSP-88[C], New York, 1988, 2264-2267.
- [6] A. Ferri, G. Alengrin, Estimation of the frequencies of a complex sinusoidal noisy signal using fourth order statistics, Proc. ICASSP-91[C], Toronto, Canada, 1991, 3457-3460.
- [7] 石要武, 戴逸松, 丁宏, 有色噪声背景下正弦信号频率估计的互谱 Pisarenko 和 MUSIC 方法, 电子学报, 1996, 24(10), 46-51.
- [8] R. Roy, T. Kailath, ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing, 1989, 37(7), 984-995.
- [9] G. S. Xu, Y. H. Pao, Single vector approach to eigen-structure analysis for harmonic retrieval, Proc. ICASSP[C], New York, 1986, 521-524.
- [10] 李月, 杨宝俊, 石要武等, 用混沌振子检测淹没在强噪声中的方波信号, 吉林大学自然科学学报, 2001, 136, 65-68.
- [11] [意] G. 桑森, R. 康蒂著, 黄启昌等译, 非线性微分方程, 北京, 科学出版社, 1983, 470-480.
- [12] B. Roorda, C. Hejj, Global total least squares modeling of multivariable time series, IEEE Trans. on Automatic Control, 1995, 40(1), 50-63.

CHAOS-BASED WEAK PERIODIC PULSE SIGNAL DETECTION
APPROACH UNDER COLORED NOISE BACKGROUND

Li Yue Yang Baojun* Du Lizhi Yuan Ye

(Dept. of Information Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China)

*(Dept. of Geophysics, Jilin University, Changchun 130026, China)

Abstract This paper introduces weak periodic pulse signal into given chaotic system, and uses the change of system phase track which leaps from chaotic status to periodic status as the detection criterion. The given chaotic system is used to realize weak periodic pulse signal detection under strong noise background. Simulation experiments show that chaos detection system is very sensitive to periodic pulse signal contained by strong noise and has strong constraint to any colored noise.

Key words Chaos system, Signal detection, Periodic pulse, SNR

李 月: 女, 1958 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为信号检测与提取技术、信号与信息处理。
杨宝俊: 男, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理、算法及应用研究。