2003年7月

长码 DS/CDMA 系统中的预优软判决多用户干扰消除 1

张吉林

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘 要 在长码 DS/CDMA 通信系统中,多级线性软判决并行多用户干扰消除 (LSD-PIC) 检测器的 收敛性能受限于用户数,该文提出用矩阵计算的预优方法改进 LSD-PIC 检测器的收敛性能,克服由于系 统高负载造成的 LSD-PIC 检测器的性能崩溃,并提出了低代价多项式预优子的概念,对零阶和一阶多项 式预优子分别给出了最优系数.

关键词 长码 DS/CDMA 通信系统、线性软判决、多用户干扰抵消、预优方法、多项式预优子

中图号 TN914.4, TN911.4

1引言

在直扩序列码分多址 (DS/CDMA) 通信系统中, 多用户检测可以有效抑制多址干扰, 提高 系统的性能和容量 [1,2] , 在众名的多用户检测器中, 并行干扰消除 (PIC) 多用户检测器的运算 量虽然只和用户数成线性关系,但却有较大的性能增益. 文献 [3] 提出的改进型 PIC 检测,在 几乎不增加运算量的条件下,使得性能增益又有极大的提高。此外、两种重要的线性多用户检 测,解相关检测和最小均方误差检测,也可以用线性软判决并行干扰消除(LSD-PIC)的结构实 现^[4-7] ,且避免了在长码系统环境下动态矩阵的直接求逆,另外,线性软判决部分干扰消除在 性能上收敛于解相关检测 [8] 、文献 [5, 10] 分别在最小均方误差和最小误码率意义上导出了软 判决部分干扰消除因子的确定:

本文在分析传统 LSD-PIC 高负载性能崩溃条件的基础上,提出一种预优 LSD-PIC 检测结 构, 它是文献 [3, 5, 9] 中所提及的部分干扰消除思想的一种推广, 可以有效改善 LSD-PIC 的高 **负载性能崩溃,加快干扰消除的收敛性能,特别是在高负载系统中收敛速度的改善更加显著。** 本文还提出了低代价的多项式预优子的概念、给出了零阶和一阶多项式预优子的最优系数、分 析仿真了它们的收敛性能。

2 DS/CDMA 通信系统的模型

由于符号同步系统的干扰消除结构可以没有困难地推广到符号异步系统 [3],为了表述上的 方便,我们采用用户符号同步 DS/CDMA 系统模型。设系统中有 K 个用户在同时传输其二进 制 BPSK 信号、则多用户基带接收信号为

$$r(t) = \sum_{k=1}^{K} \sqrt{P_k} a_k(t) p n_k(t) e^{j\phi_k} + n(t)$$
 (1)

其中下标 k 表示第 k 个用户, P_k 是信号功率, $a_k(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_k^{(m)} p(t-mT_b)$ 是数据信号, $b_{i}^{(m)}$ 是取值为 ± 1 的等概二进制符号序列,p(t) 是时间长度为 T_{b} 的矩形单位脉冲波形, $pn_{k}(t)$ 是复伪随机 (PN) 扩频序列 $pn_k(t) = pn_k^{(1)}(t) + jpn_k^{(Q)}(t)$, 其码片周期为 T_c , 则扩频增益为 $G = T_b/T_c$, i 是虚数单位, ϕ_k 是第 k 个用户信号的位相, 且是 $[0,2\pi)$ 上的均匀分布, n(t) 是

^{1 2001-12-17} 收到, 2002-08-09 改回 芬兰 Nokia 移动通信公司资助项目

双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的复加性白高斯噪声。这里同一用户的每个信息比特所用的扩频序列是不同的,是一个长伪随机序列的一部分,我们称这样的系统为长码系统。

在接收端、假设有精确的相位估计、通过匹配滤波解扩、得到第k个用户的第m个符号的判决统计量为

$$y_{k}^{(m)} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{\sqrt{T_{b}}} \int_{(m-1)T_{b}}^{mT_{b}} r(t)e^{-j\phi_{k}} p n_{k}^{*}(t) dt\right\}$$

$$= \sqrt{E_{bk}} b_{k}^{(m)} + \sum_{l=1, l \neq K}^{K} \sqrt{E_{bl}} b_{l}^{(m)} \cos(\phi_{l} - \phi_{k}) \rho_{lk}^{(m)} + n_{k}^{(m)}$$
(2)

其中 $E_{bk} = P_k T_b$, $\rho_{lk}^{(m)} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{T_b} \int_{(m-1)T_b}^{mT_b} p n_l(t) p n_k^*(t) dt\right\}$, $n_k^{(m)} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{\sqrt{T_b}} \int_{(m-1)T_b}^{mT_b} n(t) e^{-j\phi_k} \times p n_k^*(t) dt\right\}$. 记 $\mathbf{Y}^{(m)} = (y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, \cdots, y_K^{(m)})^T$, $\mathbf{b}^{(m)} = (b_1^{(m)}, b_2^{(m)}, \cdots, b_K^{(m)})^T$, $\mathbf{n}^{(m)} = (n_1^{(m)}, n_2^{(m)}, \cdots, n_K^{(m)})^T$, $\mathbf{R}^{(m)} = (\rho_{kl}^{(m)})_{1 \leq k,l \leq K}$, $\mathbf{\Phi} = (\cos(\phi_k - \phi_l))_{1 \leq k,l \leq K}$, $\mathbf{E} = \operatorname{diag}(\sqrt{E_{b1}}, \sqrt{E_{b2}}, \cdots, \sqrt{E_{bK}})$, 我们有

$$y^{(m)} = (\Phi \circ R^{(m)})Eb^{(m)} + n^{(m)}$$
(3)

其中 $\Phi \circ R^{(m)}$ 是两个矩阵 Φ 和 $R^{(m)}$ 的相同位置的元素相乘得到的新矩阵。

3 传统 LSD-PIC 的大负载性能崩溃性分析

所谓线性检测就是对充分统计量 $y^{(m)}$ 作一个线性变换,亦即乘上一个矩阵 $L^{(m)}$,部分地去掉不同用户间信号的干扰,然后作判决

$$\hat{\boldsymbol{b}}^{(m)} = \operatorname{sgn}(\boldsymbol{L}^{(m)} \boldsymbol{y}^{(m)}) \tag{4}$$

在解相关检测中 $\boldsymbol{L}^{(m)} = (\boldsymbol{\Phi} \circ \boldsymbol{R}^{(m)})^{-1}$; 对于 MMSE 检测, $\boldsymbol{L}^{(m)} = (\boldsymbol{\Phi} \circ \boldsymbol{R}^{(m)} + (N_0/2)\boldsymbol{E}^{-2})^{-1}$. 在长码系统中,矩阵 $\boldsymbol{\Phi} \circ \boldsymbol{R}^{(m)}$ 的值是随用户的符号动态变化的,因此每检测一个符号向量,就需要重新计算一个矩阵的逆阵,从而造成了线性检测应用上的困难。避免矩阵求逆的一个办法是用 迭代法求线性方程组。记 $\boldsymbol{H}^{(m)} = (\boldsymbol{L}^{(m)})^{-1}$,只要用迭代法得到线性方程组 $\boldsymbol{H}^{(m)} \boldsymbol{x}^{(m)} = \boldsymbol{y}^{(m)}$ 的解 $\boldsymbol{x}^{(m)}$,则有 $\hat{\boldsymbol{b}}^{(m)} = \operatorname{sgn}(\boldsymbol{x}^{(m)})$ 。从数学的角度看,文献 [4,7] 中的共轭梯度下降法和文献 [6] 中的多项式展开法,实际上都是线性方程组迭代算法的变形 [10]。

在许多提出的迭代算法中 $^{[4,6,7]}$, Jacobi 迭代是最简单和自然的一种,但并未见到文献对其实际物理意义和收敛性能进行分析。省略方程组 $H^{(m)}x^{(m)}=y^{(m)}$ 中的上标 " (m) ",简记为 Hx=y 。 Jacobi 迭代可表示为

$$x^{[s]} = (I - H)x^{[s-1]} + y, \quad s = 1, 2, \cdots$$
 (5)

其中 I 为单位矩阵,迭代初始值 $x^{[0]}=y$. 显然,上述迭代如果收敛,则一定收敛到方程组 Hx=y 的解,且一般只要有限步迭代(设 s_0 步),则 $x^{[s_0]}$ 将非常接近 x,于是可以直接对 $x^{[s_0]}$ 判决,得到 $\hat{b}=\mathrm{sgn}(x^{[s_0]})$. 当 $H=\Phi\circ R^{(m)}$ 时,Jacobi 迭代的物理意义就是线性软判 决于扰消除,这可以从下列关于方程(5)式的分量表达式可以看出:

$$x_{k}^{[s]} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{T_{b}}} \int_{(m-1)T_{b}}^{mT_{b}} \left[r(t) - \sum_{l \neq k} \sqrt{E_{bl}} \left(\frac{x_{l}^{[s-1]}}{\sqrt{E_{bl}}} \right) p n_{l}(t) e^{j\phi_{l}} \right] e^{-j\phi_{k}} p n_{k}^{*}(t) dt \right\}$$
(6)

因此可以得到一个推论:线性软判决干扰消除(6)式的性能极限是解相关检测。

由矩阵计算理论 $^{[10]}$ 知,上述 Jacobi 迭代收敛的充要条件是矩阵 D = I - H 的谱半径 (特征值的绝对值的最大值) 严格小于 1,且谱半径越小,收敛速度越快。因此,谱半径严格小于 1 实际上也是线性软判决于扰消除多用户检测器能否正常工作的充要条件。

4 预优 LSD-PIC

为了改进 LSD-PIC 的大负载性能崩溃性,提高其收敛速度,考虑下面的预优 (preconditioned) 迭代格式:

$$x^{[s]} = (I - PH)x^{[s-1]} + Py, \quad s = 1, 2, \cdots$$
 (7)

其中 P是一个 $K \times K$ 的非奇异矩阵, 称为预优矩阵, 或预优子. 它的作用是使得矩阵 D = I - PH 的谱半径尽量地小,如果原来 I - H 的谱不小于 1 ,则乘以这样一个预优子后 D 的谱就可能 小于 1 ,如果原来 I - H 的谱小于 1 ,则 D 的谱可以变得更小。我们称由(7)式得到的检测器为预优 LSD-PIC 检测。容易看出,当预优子越与 H 的逆矩阵接近,则矩阵 D 的谱半径就越小。因此预优子可以看作是逆矩阵的初步粗估计。预优子 P的选取,不仅要尽量接近 H 的逆,还要尽量付出较小的计算代价。在长码系统中, H 是随符号而变化的,将所有可能出现的 H记为集合 $H^* = \{H^{(m)}|_{m=-\infty,\cdots,\infty}\}$,因此若预优子固定,则该预优子又必须反映 H^* 的统计性质。

考虑下面的多项式预优子:

$$P = \alpha_0 I + \alpha_1 H + \dots + \alpha_s H^s \tag{8}$$

文献 [6] 用这样一个预优子直接构造矩阵 H 的近似逆,由于 H 的时变性, s 个参数 $\alpha_0, \dots, \alpha_s$ 通过 Monte Carlo 复杂仿真被事先估计好。但一般来说, s 要足够大,才能使最小均方意义上的逼近有一定的精度,因此需要大量的计算才能获得这 s 个参数,这是文献 [6] 中提出的多项式展开检测的一个严重缺陷。而多项式 (8) 式作为预优子时,其作用是减小矩阵 D 的谱半径,因而 s 可以取得非常小,如 s=0 或 1 . 对于预优子 (8) 式,我们有定理:

定理 1 设矩阵 H 的特征值的集合为 $\{\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_K\}$,若 P 为 (8) 式所定义的预优子,则矩阵 D=I-PH 的特征值的集合为 $\{1-\lambda_1p(\lambda_1),1-\lambda_2p(\lambda_2),\cdots,1-\lambda_Kp(\lambda_K)\}$,其中 $p(\lambda)=\sum_{i=0}^s\alpha_i\lambda^i$ 。因此只要取预优子的系数 $\alpha_0,\alpha_1,\cdots,\alpha_s$ 使得 $\rho=\max_{i=1,2,\cdots,s}|1-\lambda_ip(\lambda_i)|<1$,

则迭代 (7) 式必收敛, 且使得 (7) 式收敛最快的系数 $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_s$ 使得 ρ 达到最小。

定理 2 记矩阵 H 的最大和最小特征值分别为 λ_{\max} 和 λ_{\min} ,对于 s=0 或 1,即零阶或一阶多项式,若 $\lambda_{\min} \leq 0$ 且 $\lambda_{\max} > 0$,则 D 的谱半径大于等于 1,因此迭代 (7) 式不收敛;若 $\lambda_{\max} > \lambda_{\min} > 0$,则

(1) 对于零阶多项式 $P=\alpha_0I$,只要 $\alpha_0\in(0,2/\lambda_{\max})$,则迭代 (7) 式必收敛,使得迭代收敛得最快的 α_0 值为

$$\alpha_0^* = 2/(\lambda_{\text{max}} + \lambda_{\text{min}}) \stackrel{\triangle}{=} 1/\lambda_{\text{med}}$$
 (9)

且此时 D = I - PH 的谱半径为 $(\lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}})/(\lambda_{\text{max}} + \lambda_{\text{min}})$;

(2) 对于一阶多项式预优子 $P = \alpha_0 I + \alpha_1 H$, 使得迭代 (7) 式收敛的系数 (α_0, α_1) 的集合非空,设 λ_m 是 H 的特征值中离 λ_{med} 最近的一个,则使得 (7) 式收敛最快的 (α_0, α_1) 为

$$\alpha_0^* = 2\lambda_{\text{med}}/[\lambda_m(2\lambda_{\text{med}} - \lambda_m)], \qquad \alpha_1^* = 1/[\lambda_m(\lambda_m - 2\lambda_{\text{med}})]$$
 (10)

且此时 D = I - PH 的谱半径为 $1 - \lambda_{\text{max}} \lambda_{\text{min}} / [\lambda_m (2\lambda_{\text{med}} - \lambda_m)]$;

(3) 一阶预优子使矩阵 D 达到的最小谱半径 $1 - \lambda_{\max} \lambda_{\min} / [(\lambda_m (2\lambda_{\text{med}} - \lambda_m)]$ 小于零阶预 优子使矩阵 D 达到的最小谱半径 $(\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) / (\lambda_{\max} + \lambda_{\min})$.

定理的证明见附录.

对于长码系统,由于每个符号周期所用的扩频码是不一样的,因而矩阵 H 是时变的。因此,对于整个系统来讲,使得每一个迭代都收敛的 α_0 的区间应该是 $(0,\alpha^*)$,这里

$$\alpha^* = \min_{\boldsymbol{H} \in \boldsymbol{H}^*} \{ |\lambda(\boldsymbol{H})|_{\max} \}$$
 (11)

其中 $\lambda(H)$ 表示矩阵 H 的特征值. 而使得迭代收敛的平均速度达到最快的 α_0 为

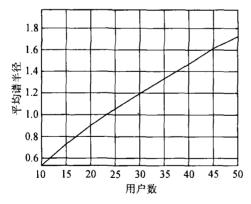
$$\overline{\alpha}_{\text{opt}} = E\{\alpha_{\text{opt}}(\boldsymbol{H})\} = \sum_{\boldsymbol{H} \in \boldsymbol{H}^*} \alpha_{\text{opt}}(\boldsymbol{H}) p_{\boldsymbol{H}}$$
(12)

其中 E 表示期望运算, $\alpha_{\rm opt}(H)$ 为由 (9) 式确定的对应于矩阵 H 的 α_0 值, p_H 是矩阵 H 在符号传输过程中出现的概率。对于使用一阶多项式预优的长码系统,其统计最优系数 (α_0,α_1) 仍可对 (10) 式采用上述对零阶预优子所用的集平均的办法 (12) 式得到。

5 数值仿真结果

仿真系统的参数: 选用 CDMA 蜂窝 IS-95 标准中的周期为 $2^{15}-1$ 的长码,扩频增益为 100,每个用户等功率发送同步符号,信噪比 SNR 定义为符号能量与噪声功率谱密度之比,亦即 E_b/N_0 . 为简单起见,我们对 $\boldsymbol{H}^{(m)}=\boldsymbol{R}^{(m)}$ 的情形进行仿真,此时实际上我们假设了所有的用户信号的相位为零。

图 1 给出了系统使用 $2^{15}-1$ 的长码、且扩频增益为 100 时,(5)式中的迭代矩阵 I-H 的平均谱半径随用户数变化的情况。仿真显示当用户数超过 23 时,该平均谱半径即超过 1 ,这就意味着当用户数超过 23 时,LSD-PIC 是不能收敛到解相关检测的性能的。图 2 给出的性能随用户数变化的曲线也表明,当用户数小于 23 时,LSD-PIC 的性能收敛到解相关检测的性能,而当用户数超过 23 时,性能出现崩溃发散的现象。图 2 的仿真中,信噪比是 8dB .



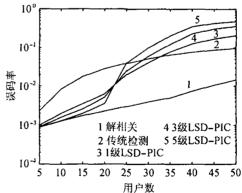


图 1 迭代矩阵的平均谱半径随用户数的变化情况

图 2 LSD-PIC 检测器性能随用户数的变化曲线

图 3 给出了 50 个用户情况下,零阶多项式预优 LSD-PIC 的收敛性能,其中零阶多项式的 参数是据 (12) 式所得的最优值,仿真得到该最优值为 0.7092 ;图 4 给出了 50 个用户情况下,一阶多项式预优 LSD-PIC 的收敛性能,其中一阶多项式的参数是根据 (10) 式采用集平均的方法给出的,其中 $\alpha_0 = 1.4184$, $\alpha_1 = -0.5030$ 。比较图 3 和图 4 可以发现,使用一阶多项式预优子的收敛速度要比使用零阶多项式预优子来得快,这和定理 2 的结论 (3) 是一致的。

此外, 从图 2 中知道, 对于 50 个用户来说, LSD-PIC 是不收敛的, 而采用了预优算法之后,则可以收敛,且收敛速度和预优子的选取有关.

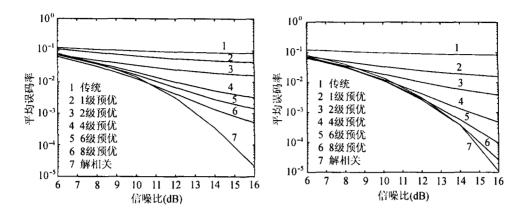


图 3 零阶多项式预优 LSD-PIC 的收敛性能

图 4 一阶多项式预优 LSD-PIC 的收敛性能

6 结 论

LSD-PIC 在本质上是线性解相关检测的迭代实现,当用户数超过一个门限时,迭代矩阵的 谱半径将超过 1,从而使得 LSD-PIC 不能收敛。本文提出使用多项式预优子来降低迭代矩阵的 谱半径,从而改进了 LSD-PIC 的收敛性能,使得本来不收敛的迭代收敛,收敛得慢的加快收敛 速度。本文还推导了零阶和一阶多项式预优子的最优系数。本文提出的预优方法,对大负载系统线性检测器的实现有一定的实用价值。

附 录

定理 1 的证明 显然存在可逆矩阵 W 使得 $H=W\Lambda W^{-1}$, 其中 Λ 是对角元依次为 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_K$ 的对角矩阵,因此 $D=I-PH=W(I-\Lambda\sum_{i=0}^s\alpha_i\Lambda^i)W^{-1}$,所以 D 的特征 值为 $\{1-\lambda_ip(\lambda_i)|i=1,\cdots,K\}$ 。

定理 2 的证明 由定理 1 的结论知道,对于零阶多项式,显然当 $\alpha_0 \in (0,2/\lambda_{\max})$ 时,矩阵 D 的特征值总是小于 1 的。由图 5 观察知道,当曲线 $g(\lambda) = |1-\alpha_0\lambda|$ 的位置使得 $1-\alpha_0\lambda_{\min} = \alpha_0\lambda_{\max}-1$ 时,亦即 $\alpha_0=2/(\lambda_{\max}+\lambda_{\min})$ 时, $\max\{|1-\alpha_0\lambda_i|i=1,\cdots,K\}$ 达到最小值 $(\lambda_{\max}-\lambda_{\min})/(\lambda_{\max}+\lambda_{\min})$;又由图 5 观察知道,对于一阶多项式,曲线 $f(\lambda)=|1-\alpha_0\lambda-\alpha_1\lambda^2|$ 的位置使得 $\alpha_1<0$ 且 α_0,α_1 满足下式时,

$$1 - \alpha_0 \lambda_{\min} - \alpha_1 \lambda_{\min}^2 = 1 - \alpha_0 \lambda_{\max} - \alpha_1 \lambda_{\max}^2 = -(1 - \alpha_0 \lambda_{\text{med}} - \alpha_1 \lambda_{\text{med}}^2)$$

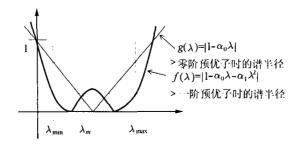


图 5 零阶和一阶预优子使得迭代矩阵达到最小谱半径时参数所满足的条件

即 α_0, α_1 满足 (10) 式, $\max\{|1-\alpha_0\lambda_i-\alpha_1\lambda_i^2|i=1,\cdots,K\}$ 达到最小值 $1-\lambda_{\max}\lambda_{\min}/[\lambda_m(2\lambda_{\mathrm{med}}-\lambda_m)]$. 此外,容易验证 $\{1-\lambda_{\max}\lambda_{\min}/[\lambda_m(2\lambda_{\mathrm{med}}-\lambda_m)]\} < [(\lambda_{\max}-\lambda_{\min})/(\lambda_{\max}+\lambda_{\min})]$.

参 考 文 献

- [1] A. Duel-Hallen, J. Holtzman, Z. Zvonar, Multiuser detection for CDMA systems, IEEE Personal Communications, 1995, 2(2), 46-58.
- [2] S. Moshavi, Multi-user detection for DS-CDMA communications, IEEE Comm. Magazine, 1996, 34(10), 124-136.
- [3] D. Divsalar, M.K. Simon, D. Raphaeli, Improved parallel interference cancellation for CDMA, IEEE Trans. on Comm., 1998, COM-46(2), 258-268.
- [4] H. Elders-Boll, H. D. Schotten, Busboom, Efficient implementation of linear multiuser detectors for asynchronous CDMA systems by linear interference cancellation, European Transactions on Telecommunications, 1998, 9(5), 427-437.
- [5] D. Guo, L. K. Rasmussen, T. J. Lim, Linear parallel interference cancellation in long-code CDMA multiuser detection, IEEE J. on Selected Areas in Comm., 1999, 17(12), 2074-2081.
- [6] S. Moshavi, E. G. Kanterakis, D. L. Schilling, Multistage linear receivers for DS-CDMA systems, International Journal of Wireless Information Networks, 1996, 3(1), 1-17.
- [7] M. J. Juntti, B. Aazhang, J. O. Lilleberg, Iterative implementation of linear multiuser detectors for dynamic CDMA systems, IEEE Trans. on Comm., 1998, COM-46(4), 503-508.
- [8] Y. Li, M. Chen, S. Cheng, Determination of cancellation factors for soft-decision partial PIC detector in DS/CDMA systems, Electronics Letters, 2000, 36(3), 239-241.
- [9] P. G. Renucci, B. G. Woerner, Optimisation of soft interference cancellation for DS-CDMA, Electronics Letters, 1998, 34(8), 731-733.
- [10] Yousef Saad, Iterative Methods for Sparse Linear Systems, Boston, PWS Publishing Company, 1996, Chapter 9.

THE PRECONDITIONED SOFT DECISION MULTIUSER INTERFERENCE CANCELLATION IN LONG-CODE USED DS/CDMA SYSTEMS

Chen Ming Zhang Jilin

(Nat. Mobile Communication Research Laboratory, Southeast Univ., Nanjing 210096, China)

Abstract In long-code used DS/CDMA communication systems, the convergence of performance is limited by the number of users in multi-stage Linear Soft Decision Parallel Interference Cancellation (LSD-PIC) multiuser detectors. In this paper, the precondition method in matrix computation is proposed to be applied to improve the convergence of iteration and overcome the convergence breakdown in the case of high load for the LSD-PIC multiuser detectors. Furthermore, the polynomial preconditioner which could be obtained by low computational complexity is proposed, and the optimal coefficients for zero-order and first order polynomial preconditioner are deduced.

Key words Long-code used DS/CDMA system, Linear soft decision, Multiuser interference cancellation, Precondition method, Polynomial preconditioner

陈 明: 男, 1968年生,博士,教授,主要研究方向为现代通信系统中的检测与编码理论.

张吉林。 男, 1965 年生,硕士生,研究方向为 DS/CDMA 系统中的多用户检测算法的改进和提高.