

双圆柱体结构天线阵列的电流计算方法¹

陈明晖 余京光

(清华大学微波与数字通信国家重点实验室 北京 100084)

摘要 在天线的设计过程中, 天线表面的电流分布将对天线的性能产生重要影响。本文介绍了一种双圆柱体结构全向天线阵列的表面电流及等效端口导纳矩阵的计算方法, 根据这个算法, 本文计算了在一定物理尺寸下该天线阵列的电流分布和端口导纳矩阵。数值计算显示这种算法是可行的, 结果是令人满意的。

关键词 圆柱天线, 矩量法, 电流分布

中图分类号 TN823

1 引言

众所周知, 天线电流对于新型天线的设计具有举足轻重的作用, 这是因为该电流不但决定了新型天线的辐射方向图和增益, 同时也确定了天线的输入阻抗和反射系数, 所以准确地计算天线电流具有十分重要的意义。

图1是一种待设计的S波段全向天线^[1]简化结构示意图, 天线辐射部分的结构如下: 金属导管的半径为 r , 其上以间距 s 割开 N 个环形缝, 焊接了 N 个半径为 a 、半长度为 h 的圆柱形偶极子, N 个偶极子单元共同构成了一个 N 元天线阵列, 两侧导管长度为 t 。 $V_1 \sim V_N$ 是 N 个独立的信号源, 用以分别激励 N 个偶极子。文中符号定义如下: 自由空间电磁波波数 k , 波长 λ , 波阻抗 η_0 , 导磁率 μ_0 , 光速 c , 电长度 $A = ka$, $R = kr$, $H = kh$, $S = ks$, $T = kt$, $Z = kz$ 。

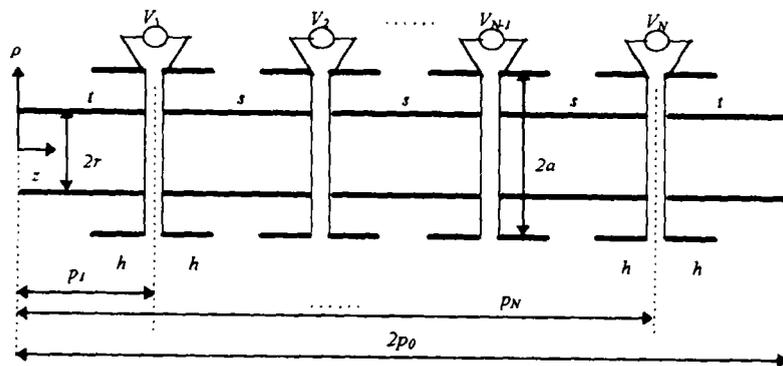


图1 天线简化结构示意图

2 电流积分方程组

采用柱坐标, 鉴于这种天线结构和馈电方式的轴对称性, 天线电流将只有 z 分量。根据文献[2]的推导, 磁矢量位 A 的 z 分量满足

¹ 1998-11-02 收到, 1999-06-11 定稿

$$A_z(\rho, z) = \int_S G \frac{\partial A_z(\rho', z')}{\partial n'} dS' \quad (1)$$

其中 G 为自由空间的格林函数, S 是一个包括了全部 A_z 法向偏导数不连续性的曲面. 将面电流合并为线电流, 并设偶极子阵列上的线电流分布为 $I_1(z)$, 导管上的线电流分布为 $I_2(z)$, 令 $\rho = a$ 展开 (1) 式并采用电长度得:

$$\begin{aligned} A_z(A, Z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L_1} I_1(Z') K(Z - Z'; A, A) dz' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L_2} I_2(Z') K(Z - Z'; A, R) dZ' \\ &+ \frac{\mu_0}{2} \sum_{i=1}^N \frac{jV_i}{\eta_0} \int_R^A \int_{-\pi}^{\pi} K(Z - P_i; A, r') r' dr' d\theta \\ &+ \frac{\mu_0}{2} \frac{j \sum_{i=1}^N V_i}{\eta_0} \int_R^A \int_{-\pi}^{\pi} K(Z - P_0; A, r') r' dr' d\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

其中积分路径 L_1 沿偶极子阵列轴线, L_2 沿导管轴线, $P_i (i = 1 \sim N)$ 是第 i 个偶极子激励缝隙的 Z 坐标, $V_i (i = 1 \sim N)$ 是第 i 个偶极子的激励电压. 核函数:

$$K(Z; A, B) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-jR_1(\theta)}}{R_1(\theta)} d\theta, \quad \text{而 } R_1(\theta) = \sqrt{Z^2 + A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}.$$

取 $V_1 \sim V_N$ 为 N 个 δ -函数激励源, 则偶极子阵列表面的磁矢量位 A 的 Z 分量还可表示为 (设场点在第 n 个偶极子上):

$$A_z(A, Z) = C_{n1} \cos Z + C_{n2} \sin Z - \frac{jV_n}{2c} \sin |Z - P_n|. \quad (3)$$

将 (3) 式带入 (2) 式即得关于偶极子阵列表面电流的积分方程式:

$$\begin{aligned} &\int_{L_1} I_1(Z') K(Z - Z'; A, A) dZ' + \int_{L_2} I_2(Z') K(Z - Z'; A, R) dZ' \\ &= E_1(Z) - \frac{j}{60} \sum_{i=1}^N V_i M_1(Z - P_i, A) - \frac{j}{60} \left(\sum_{i=1}^N V_i \right) M_2(Z - P_0, A), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $E_1(Z)$ 是一个分段函数, 当变量 Z 位于第 i 个偶极子上时, $E_1(Z) = C_{i1} \cos Z + C_{i2} \sin Z - \frac{jV_i}{60} \sin |Z - P_i|$, ($i = 1 \sim N$), C_{i1} 、 C_{i2} 为待定常数, 可由边界条件确定; $M_1(Z - P_i, X) = \int_R^A K(Z - P_i; X, r') r' dr'$, $M_2(Z - P_0, X) = \int_0^R K(Z - P_0; X, r') r' dr'$. 同理在 (1) 式中令 $\rho = r$ 并根据导管表面 A_z 与 E_z 的关系可得另一电流积分方程:

$$\begin{aligned} &\int_{L_1} I_1(Z') K(Z - Z'; R, A) dZ' + \int_{L_2} I_2(Z') K(Z - Z'; R, R) dZ' \\ &= E_2(Z) - \frac{j}{60} \sum_{i=1}^N V_i M_1(Z - P_i, R) - \frac{j}{60} \left(\sum_{i=1}^N V_i \right) M_2(Z - P_0, R), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $E_2(Z) = C_{01} \cos Z + C_{02} \sin Z - \frac{j}{60} \sum_{i=1}^N V_i \sin |Z - P_i|$, C_{01} 、 C_{02} 为由边界条件确定的待定常数。

3 积分方程组的求解

联立积分方程 (4)、(5) 式难以找到解析解, 本文拟利用点选配矩量法, 数值计算待求电流 $I_1(Z)$ 、 $I_2(Z)$ 。

如图 2, L_1 是 $I_1(Z)$ 的积分路径, 它沿着偶极子阵列轴线, 将它划分为 N 个 I 类区间。 L_2 是 $I_2(Z)$ 的积分路径, 它沿着导管轴线, 将它划分为 N 个 I 类区间, $N-1$ 个 II 类区间和 2 个 III 类区间。再将每个 I 类区间作 $2N_1$ 段等分, 每个 II 类区间作 N_2 段等分, 每个 III 类区间作 N_3 段等分, N_1 、 N_2 、 N_3 的具体数值由所要求的计算精度决定。

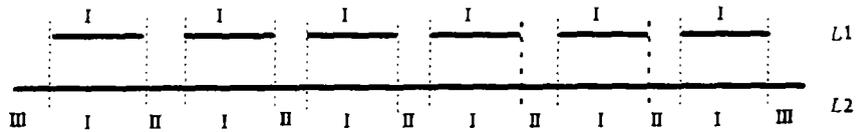


图 2 积分区间的分割

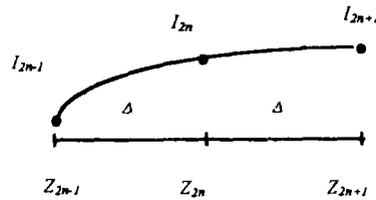


图 3 子区间的电流拟合

在等分后的每一小段上, 待求电流可用这一区间左、中、右三点的电流值拟合, 如图 3, 拟合结果为

$$P_n(Z) = \left[\frac{1}{2\Delta^2}(Z - Z_{2n})^2 + \frac{1}{2\Delta}(Z - Z_{2n}) \right] I_{2n+1} + \left[1 - \frac{1}{\Delta^2}(Z - Z_{2n})^2 \right] I_{2n} + \left[\frac{1}{2\Delta^2}(Z - Z_{2n})^2 - \frac{1}{2\Delta}(Z - Z_{2n}) \right] I_{2n-1}, \quad (6)$$

其中 Δ 是点间距, Z_{2n-1} 、 Z_{2n} 、 Z_{2n+1} 是上述三点的 Z 坐标, I_{2n-1} 、 I_{2n} 、 I_{2n+1} 是上述三点的待定电流值, P_n 就是矩量法中的分域基函数。从而 $I_1(Z)$ 、 $I_2(Z)$ 可以用一系列分域基函数 $P_i(Z)$ 之和表示。依据矩量法原理, 取以上分点作选配点, 积分方程 (4)、(5) 式可转化为以下线性方程组:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

或

$$[A][I] = [b]. \quad (7')$$

文献 [3] 中给出了基于 Fourier 变换的方程组 (7') 式中系数矩阵 $[A]$ 和 $[b]$ 的计算方法, 从而天线电流 I_1 、 I_2 都可由 (7') 式中解出.

4 端口电流与导纳矩阵

图 4 是图 1 中某一个偶极子单元的放大图, 上文得到的电流 I_1 、 I_2 分别是曲面 S_1 (偶极子表面)、 S_2 (导管表面) 上的总电流, 而决定端口阻抗的端口电流 I_p 则仅分布于 S_2 的内表面. 若不计 S_1 、 S_2 间连接圆盘的径向线效应, I_p 在数值上等于 S_1 外表面电流 I_{out} . 因为 $I_{out} + I_{in} = I_1$, 所以为了得到 I_{out} 仅需要计算差电流 $I_d = I_{out} - I_{in}$. 因为

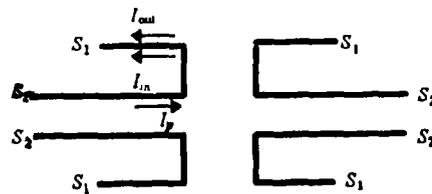


图 4 端口局部放大图

$$I_{out/in}(Z) = \pm 2\pi a H_\theta(Z, A^\pm) = \mp \frac{A}{2} \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial R} A_z, \quad (8)$$

从而

$$\begin{aligned} I_d(Z) = & -\frac{A}{2} \int_{L_1} I_1(Z') K_d(Z - Z'; A, A) dZ' - \frac{A}{2} \int_{L_2} I_2(Z') K_d(Z - Z'; A, R) dZ' \\ & - \sum_{i=1}^N \frac{jAV_i}{120} \int_R^A K_d(Z - P_i; A, r') r' dr' \\ & - \frac{jA \sum_{i=1}^N V_i}{120} \int_0^R K_d(Z - P_0; A, r') r' dr', \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} K_d(Z, A) = & -\frac{A}{2} \left[\frac{\partial}{\partial r} K(Z; r, A) \Big|_{r=A^+} + \frac{\partial}{\partial r} K(Z; r, A) \Big|_{r=A^-} \right], \\ K_d(Z, R) = & -\frac{A}{2} \left[\frac{\partial}{\partial r} K(Z; r, R) \Big|_{r=A^+} + \frac{\partial}{\partial r} K(Z; r, R) \Big|_{r=A^-} \right]. \end{aligned}$$

由 (9) 式可以数值积分算出天线阵列 N 个单元的差电流, 则 $I_p(Z) = (I_1(Z) + I_d(Z))/2$.

若将天线阵列等效成一个 N 端口网络, 网络的导纳矩阵 Y 可这样计算 (以 $N = 6$ 为例): 令端口激励电压分别为 $V_1 = (1, 0, 0, 0, 0, 0)^T$, $V_2 = (0, 1, 0, 0, 0, 0)^T$, $V_3 = (0, 0, 1, 0, 0, 0)^T$,

$V_4 = (0, 0, 0, 1, 0, 0)^T$, $V_5 = (0, 0, 0, 0, 1, 0)^T$, $V_6 = (0, 0, 0, 0, 0, 1)^T$, 利用上文介绍的方法计算出对应 6 种激励方式下的 6 种端口 (激励缝隙处) 电流 $I_{P1} = (I_{11}, I_{21}, I_{31}, I_{41}, I_{51}, I_{61})^T$, $I_{P2} = (I_{12}, I_{22}, I_{32}, I_{42}, I_{52}, I_{62})^T$, $I_{P3} = (I_{13}, I_{23}, I_{33}, I_{43}, I_{53}, I_{63})^T$, $I_{P4} = (I_{14}, I_{24}, I_{34}, I_{44}, I_{54}, I_{64})^T$, $I_{P5} = (I_{15}, I_{25}, I_{35}, I_{45}, I_{55}, I_{65})^T$, $I_{P6} = (I_{16}, I_{26}, I_{36}, I_{46}, I_{56}, I_{66})^T$, 则

$$Y = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} & I_{15} & I_{16} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & I_{24} & I_{25} & I_{26} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & I_{34} & I_{35} & I_{36} \\ I_{41} & I_{42} & I_{43} & I_{44} & I_{45} & I_{46} \\ I_{51} & I_{52} & I_{53} & I_{54} & I_{55} & I_{56} \\ I_{61} & I_{62} & I_{63} & I_{64} & I_{65} & I_{66} \end{bmatrix} \quad (10)$$

5 结 论

图 5 和图 6 是利用上文介绍的矩量法数值求解联立方程 (4) 和 (5) 式的结果, 其中 $a = 0.1\lambda$, $r = 0.0416\lambda$, $h = 0.2\lambda$, $s = 0.707\lambda$, $t = 0.8\lambda$, $N=6$, $V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_5 = V_6 = 1(V)$ 。实线代表电流的实部, 虚线代表电流的虚部, 横轴采用归一化坐标。

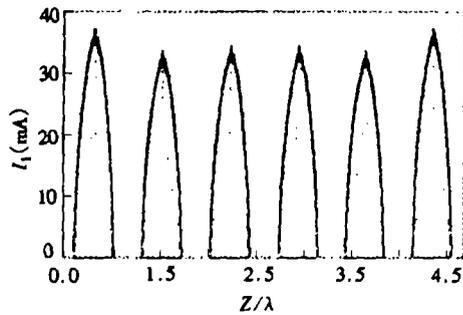


图 5 阵列电流 I_1 的计算结果

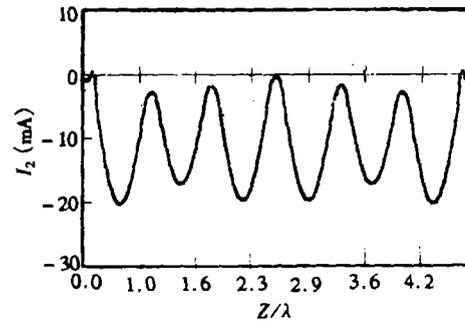


图 6 导管电流 I_2 的计算结果

这个天线阵列的等效 6 端口网络的 Y 矩阵数值计算结果为 (mS):

$$\begin{bmatrix} 20.2 + 11.0j & -2.0 + 0.1j & 0.1 - 2.5j & 0.7 - 7.2j & 1.8 - 2.4j & -1.9 - 2.6j \\ -1.9 + 0.1j & 20.5 + 14.8j & -2.3 - 1.9j & 0.2 - 4.3j & 0.9 - 4.2j & 1.8 - 2.3j \\ 0.01 - 2.51j & -2.3 - 2.0j & 20.7 + 13.1j & -2.3 + 1.2j & 0.2 - 4.3j & 0.9 - 7.3j \\ 0.9 + 7.3j & 0.2 - 4.3j & -2.3 + 1.2j & 20.7 - 13.1j & 2.3 - 2.0j & 0.01 - 2.5j \\ 1.8 - 2.3j & 0.9 - 4.2j & 0.2 - 4.3j & 2.3 + 1.9j & 20.5 + 14.8j & -1.9 + 0.1j \\ -1.9 - 2.6j & 1.8 - 2.4j & 0.7 - 7.2j & 0.1 - 2.5j & -2.0 + 0.1j & 20.2 + 11.9j \end{bmatrix}$$

从计算结果可见, Y 矩阵中自导纳居主要地位, 互导纳居次要地位, 非对角线元素比对角线元素数值上小许多; 计算结果大体是个对称矩阵, 说明网络具有互易性, 但对应元素并不完全相等, 这主要是矩量法分段数目不够和数值积分精度不足等因素造成的, 不过这样的计算精度对于设计天线已经足够了。本文介绍的天线电流计算方法已在设计出的点对多点扩频通讯基站全向天线中得到了检验, 图 7 和图 8 分别是这一 2.4GHz 扩频通讯全向天线的理论计算和实际测量的 E 面方向图, 计算还表明天线的半功率角是 13° , 增益是 7.5dB, 这与实测的 13° 半功率角, 增益 7.35dB 基本相符, 从而验证了上文方法的正确性。

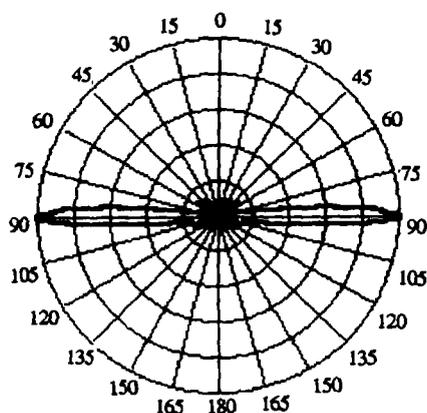


图 7 理论计算的 E 面方向图

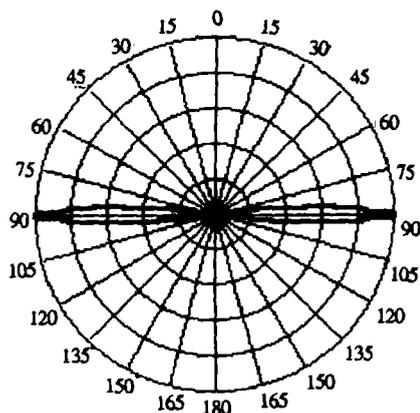


图 8 实际测量的 E 面方向图

参 考 文 献

- [1] 陈明晖. S 波段全向天线的研制: [硕士论文]. 北京: 清华大学, 1999 年.
- [2] King R W P, Wu T T. The thick tubular transmitting antenna. *Radio Sci.*, 1967, 2(9): 1061-1065.
- [3] Chang D C. On the electrically thick cylindrical antenna. *Radio Sci.*, 1967, 2(9): 1043-1060.

CALCULATION FOR CURRENT DISTRIBUTION OF
A DUAL-CYLINDRICAL ANTENNA ARRAY

Chen Minghui She Jingzhao

(State Key Lab. on Microwave & Digital Communications, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract It is well known that the current distribution along the linear antenna is a key factor in the design of new type antennas. In this paper, a technique for numerical calculation of a dual-cylindrical antenna array is investigated. The admittance matrix of the equivalent network is also presented. A demonstrative calculation using this method is given and the numerical results obtained are good.

Key words Cylindrical antenna, Moment method, Current distribution

陈明晖: 男, 1972 年生, 硕士生. 专业为电磁场与微波技术.

佘京兆: 男, 1946 年生, 副教授. 主要从事微波技术的科研和教学工作.