第 22 卷 第 2 期
2000 年 3 月

电子科学学刊
JOURNAL OF ELECTRONICS

Vol.22 No.2
Mar. 2000

# 基于熵准则的匀速直线运动目标的转动补偿 [1]

李 玺　　刘国岁　　单荣光 *　　倪晋麟 *　　顾 红

(南京理工大学电子工程系 南京 210094)
*(南京电子技术研究所 南京 210013)

**摘 要** 在 ISAR 成像中，当完成了运动目标的平动补偿后，还需进行转动补偿. 本文就目标作匀速直线运动时相对雷达的转角变化进行了分析，得出在小转角条件下，该类运动的转角变化规律主要取决于非线性度因子 $\gamma$, 本文提出采用最小熵准则对 $\gamma$ 进行最优估计和补偿. 仿真和实测数据的计算结果表明了理论分析的正确性和补偿方法的可行性.

**关键词** ISAR, 转动补偿，非线性度因子

**中图号** TN958, TN911.72

## 1 引　言

逆合成孔径雷达 (ISAR) 成像是指固定雷达对运动目标成像. 它采用大带宽的发射信号以获得纵向距离高分辨，通过相干处理雷达对目标不同观测角度的回波中的多普勒信号得到横向距离高分辨 [1,2] .

通常，目标的运动可分解为平动和转动两部分，而对雷达成像有贡献的仅为转动分量. 对于非合作运动目标的 ISAR 成像，其关键技术在于运动补偿. 运动补偿一般可分为两步，即平动补偿和转动补偿. 所谓平动运动补偿就是将目标相对于雷达的平动分量补偿掉，使目标等价于绕固定转轴旋转的转台目标. 而转动补偿则是要使目标相对雷达作匀速转动. 本文的工作是在运动目标进行了平动补偿后，对转动补偿技术的研究.

我们注意到，在非合作目标的 ISAR 成像中，目标作匀速直线运动的情况很多，如过航飞机，导弹的巡航飞行等，然而这种简单常见的运动方式所引起的相对转角变化却是非均匀的. 本文就此种运动方式的相对转角变化的特点进行了分析，得出了在满足小观测角度的条件下，这类运动的转角变化规律仅取决于非线性度因子 $\gamma$ . 因此，这类运动目标成像的转动补偿问题就可直接归结于对 $\gamma$ 的估计和补偿.

实际情况中的 $\gamma$ 通常是未知或近似知道的. 因此必须根据目标回波，对 $\gamma$ 先进行精确估计，再进行运动补偿，即采用自聚焦技术. 本文提出采用最小图像熵准则，对 $\gamma$ 进行最优估计，然后进行补偿以获得正确聚焦的 ISAR 图像.

## 2 匀速直线运动目标的转角变化

如图 1 所示. 雷达位于坐标原点. 目标从点 $A$ 匀速直线运动到点 $B$ ， $AB = L$ 为目标运动距离. 航迹与 $y$ 轴夹角为 $\alpha$ ， $AO = R_0$ 为初始观测距离， $\angle AOB = \Delta\theta$ 为总转动角度.

若在整个观测过程中，雷达等时间间隔发射了 $M$ 个脉冲，则每个脉冲对应的观测角为

$$\theta_m = \sin^{-1}\left\{\frac{D_0 m \sin\alpha}{[D_0^2 m^2 + R_0^2 + 2D_0 m R_0 \cos\alpha]^{1/2}}\right\},\ m = 0, 1, 2, \cdots, M-1, \tag{1}$$

[1] 1998-05-12 收到， 1999-04-19 定稿

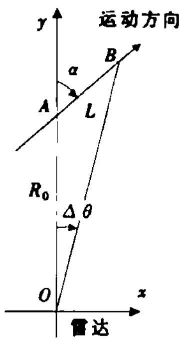



图 1 匀速直线运动目标-雷达几何关系

其中

$$D_0 = \frac{L}{M-1} = \frac{R_0 \sin(\Delta\theta)}{(M-1)\sin(\alpha - \Delta\theta)}. \tag{2}$$

令

$$t_m = m/(M-1), \quad m = 0, 1, 2, \cdots, M-1, \tag{3}$$

$$y_m = \theta_m/\Delta\theta, \quad m = 0, 1, 2, \cdots, M-1, \tag{4}$$

为归一化的等间隔时间采样和转角变化. 将 (2), (3), (4) 式代入 (1) 式有

$$y_m = \frac{1}{\Delta\theta}\sin^{-1}\left\{\frac{t_m \sin\alpha \sin\Delta\theta}{[t_m^2 \sin^2(\alpha-\Delta\theta) + \sin^2(\alpha-\Delta\theta) + 2t_m \sin\Delta\theta \sin(\alpha-\Delta\theta)\cos\alpha]^{1/2}}\right\}. \tag{5}$$

考虑到转动角度很小，则以下各式近似成立:

$$\sin\theta_m \approx \theta_m, \tag{6}$$

$$\sin\Delta\theta \approx \Delta\theta, \tag{7}$$

$$\sin(\alpha - \Delta\theta) \approx \sin\alpha - \Delta\theta\cos\alpha. \tag{8}$$

将 (6), (7), (8) 式代入 (5) 式，化简后，并令

$$\gamma = \Delta\theta/\mathrm{tg}\alpha, \tag{9}$$

则有

$$y_m \approx \frac{t_m}{[t_m\gamma - \gamma + 1)^2 + t_m^2\Delta\theta^2]^{1/2}}. \tag{10}$$

考虑到

$$\mathrm{tg}\alpha = \alpha + (1/3)\alpha^3 + (2/15)\alpha^5 + \cdots, \tag{11}$$

且由图 1 中几何关系得

$$\alpha > \Delta\theta, \tag{12}$$

所以有

$$-\infty < \gamma < 1. \tag{13}$$

同时注意到 $t_m \in [01]$, $\Delta\theta$ 为小角度，因而

$$(t_m\gamma - \gamma + 1)^2 >> t_m^2\Delta\theta^2, \tag{14}$$

所以

$$y_m \approx \frac{t_m}{t_m\gamma - \gamma + 1}. \tag{15}$$

(15) 式反映了目标作匀速直线运动时，在小转角条件下，转角的变化规律. 由 (15) 式可见，转角的变化规律仅由 $\gamma$ 决定. 定义 $\gamma$ 为非线性度因子，其为小于 1 的常数. 图 2 给出了

(15) 式当 $\gamma=-20,-6,-2,-0.6,0,0.4,0.7,0.9,0.97$ 的曲线 (实线所示)．如果此时 $\Delta\theta=5°$，则由 (9) 式计算出相应 $\alpha$ 再采用 (5) 式无近似的计算结果如图 2 中虚线所示．由图 2 可见，当 $\gamma<0$ 时，目标向雷达方向运动，转角变化由小到大，相当于目标加速转动．当 $\gamma=0$ 时，目标相对雷达切向运动，转角变化保持不变，相当于目标匀速转动．当 $\gamma>0$ 时，目标相对雷达反向运动，转角变化由大到小，相当于目标减速转动．由此，我们可得出以下结论：目标作匀速直线运动时，在满足小相对转角条件下，转角变化规律仅取决于非线性度因子 $\gamma$，$\gamma$ 小于 1．因此，在转动补偿时，我们无须分别估计 $\Delta\theta$ 和 $\alpha$，而只需直接估计 $\gamma$ 即可．图 2 中我们也看到，只有当 $|\gamma|$ 很小时，转角 $y_m$ 才与等间隔采样 $t_m$ 成近似线性关系．随着 $|\gamma|$ 的增大 (尤其当 $\gamma>0$ 时)，$y_m$ 线性度变差，此时，我们如果仍按处理线性情况的匀转速模型成像，势必会导致成像质量劣化．因此必须对 $\gamma$ 加以补偿．

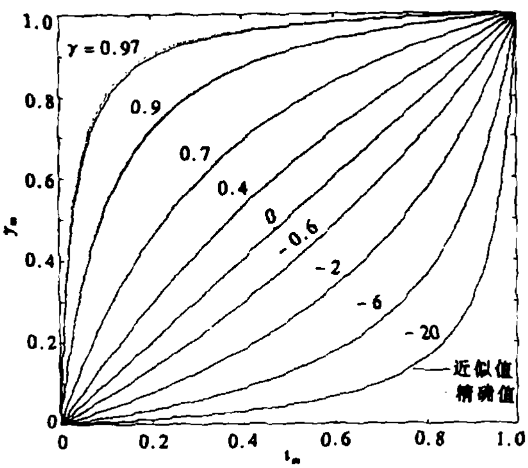



图 2　不同的 $\gamma$ 值对转角变化的影响

对于非均匀转动的补偿问题，Chen 等最早提出采用变 PRF(脉冲重复频率) 的方法 [3]，或在高 PRF 条件下对回波信号进行抽取，使抽取后的目标转角近可能等间隔 [4]．它们本质都是使 $t_m$ 为不均匀采样，而使对应的 $y_m$ 线性变化．如采用这类方法，一方面需增加系统复杂性，同时，还必须事先对 $\gamma$ 精确已知．Jain 等将整个孔径分为若干个小的子孔径，分别对每个子孔径成像．最后对所得的像进行相干叠加得到整个孔径的像 [5]．其本质可理解为对 $y_m$ 的分段线性逼近．虽然它无需对 $\gamma$ 事先精确已知，但这种方法显然不是对 $\gamma$ 的最优补偿． Werness 等提出跟踪多个孤立散射点，分别用于平动补偿，转动补偿和横向定标 [6]．但在实际成像中，找到满足孤立点条件的散射点非常困难．

我们认为匀速直线运动目标的转动补偿问题本质上是对 $\gamma$ 精确估计和补偿问题．虽然，从原理上，我们可根据窄带跟踪数据拟合出目标的运动轨迹，估计出 $\gamma$，但该方法往往因精度不够，难以取得较好的效果．因此有必要采用自聚焦方式，即从目标的宽带信号中精确估计出 $\gamma$，达到对目标的最优运动补偿．为表述方便，我们下面先建立有关数学模型．

## 3 数学模型和相关公式

令幅度归一化的发射的线性调频信号为

$$s(t)=e^{-j(2\pi f_0t+Kt^2)},\qquad |t|\le T_0/2, \tag{16}$$

其中 $f_0$ 为载频，$K$ 为调制率，$T_0$ 为脉冲宽度．

遇目标后的反射回波为

$$r(t)=\delta_{x,y}e^{-j[2\pi f_0(t-\tau)+K(t-\tau)^2]}, \tag{17}$$

其中 $\delta_{x,y}$ 为反射强度，$\tau$ 为回波延时。

将 $r(t)$ 与固定延时 $\tau_0$ 后的参考信号 $s^*(t-\tau_0)$ 混频，忽略平方相位项得到

$$d(t)=\delta_{x,y}e^{j2(\pi f_0-K\tau_0)(\tau-\tau_0)}e^{j2K(\tau-\tau_0)t}. \tag{18}$$

参见图 3，若满足远场条件，则

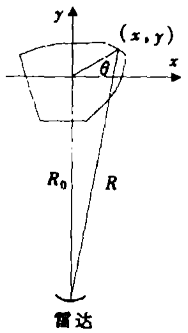



图 3 ISAR 成像示意图

$$R\approx R_0+x\sin\theta+y\cos\theta. \tag{19}$$

令 $\tau_0=2R_0/c$, $\tau=2R/c$, $c$ 为光速。并将 (19) 式代入 (18) 式有

$$d(t,\theta)\approx\delta_{x,y}e^{j(xt_x+yt_y)}, \tag{20}$$

其中 (考虑到 $\theta$ 为小转角)

$$t_x=4(\pi_0 f-K\tau_0+Kt)\sin\theta/c\approx4(\pi f_0-K\tau_0+Kt)\theta/c, \tag{21}$$

$$t_y=4(\pi_0 f-K\tau_0+Kt)\cos\theta/c\approx4(\pi f_0-K\tau_0+Kt)/c, \tag{22}$$

令 $\check{t}=t-\tau_0$, 并将 (21),(22) 式代入 (20) 式，省略常数相位项，有

$$d(\check{t},\theta)=\delta_{x,y}\exp\left\{j\frac{4\pi}{c}\left[\frac{K}{\pi}y\check{t}+\left(f_0+\frac{K}{\pi}\check{t}\right)x\theta\right]\right\}. \tag{23}$$

若总转角为 $\Delta\theta$，观测脉冲共 $M$ 个，混频后每个脉冲共 $N$ 点采样，采样时间为脉冲宽度 $T_0$，则可将 (23) 式写为离散形式：

$$d(m,n)=\delta_{x,y}\exp\left\{j2\pi\left[f_yn+f_x\left(1+\frac{KT_0n}{\pi f_0(N-1)}\right)\tilde{m}\right]\right\}, \tag{24}$$

其中

$$f_x=2f_0x\Delta\theta/[c(M-1)],\ f_y=2yKT_0/[c\pi(N-1)].$$

一般而言，回波脉冲进行均匀时间采样，所以 (24) 式中 $n=0,1,2,\cdots,N-1$。对于非匀速转动情况下，$\tilde{m}$ 为非均匀采样。就匀速直线运动的转角变化规律而言，根据第 2 节的分析有

$$\tilde{m}=(M-1)y_m=\frac{(M-1)m}{\gamma m-(\gamma-1)(M-1)},\qquad m=0,1,2,\cdots,M-1. \tag{25}$$

若

$$KT_0<<\pi f_0, \tag{26}$$

(24) 式可去掉 $n$ 与 $\tilde{m}$ 的耦合，简化为

$$d(m,n)\approx\delta_{x,y}\exp\{j2\pi(f_yn+f_x\tilde{m})\}. \tag{27}$$

因而补偿可只在 $m$ 维方向，即横向维上进行. 为了有效地进行转动补偿，我们引入图像熵技术.

## 4 图像熵技术

如果变量 $x$ 的概率密度函数为 $p(x)$ ，其熵定义为

$$S=-\int p(x)\ln p(x)\mathrm{d}x. \tag{28}$$

当 $x$ 为一正态分布的随机变量时，则其熵为

$$S=\ln(\sigma\sqrt{2\pi e}). \tag{29}$$

我们注意到，随机变量 $x$ 的熵值正比于 $x$ 的方差 $\sigma$ . 若我们用 $x$ 代表一随机运动点的位置，$p(x)$ 表示其所处位置的概率密度函数，则随着 $\sigma$ 的增大，点的位置不确定性增大，该点的熵增大. 这一概念可用于 ISAR 的运动补偿中. 我们知道，经过正确运动补偿后的 ISAR 图形的理想点冲击响应函数形状最接近 delta 形，能量最集中. 反之，如果运动补偿不正确，或不完全，则图形的理想点冲击响应函数形状将展宽，能量分散. 由于每幅 ISAR 图像的总能量一定，因此，我们将归一化的图像能量分布视为二维随机变量的概率密度函数，则其熵值就能反映该图像能量的聚散程度. 当进行了完全正确的运动补偿后，对应图像熵达到最小. 在本文的工作中，我们基于这一思想，应用图像熵技术优化非线性度因子 $\gamma$ .

设 $D(m,n)$, $n=0,1,2,\cdots,N-1$, $m=0,1,2,\cdots,M-1$ 为频域上采样的二维数据矩阵，由第 3 节分析可知， ISAR 像为 $D(m,n)$ 的二维傅氏变换. 因 $n$ 维方向为均匀采样，则 $n$ 维方向的傅氏变换可直接采用 FFT 完成. 得到回波的距离像数据矩阵 $A(m,n)$ ，即 $A(m,n)=\mathrm{FFT}_n[D(m,n)]$ ，其中 $\mathrm{FFT}_n(\cdot)$ 代表对变量 $n$ 作快速傅氏变换. 然后，我们再对 $m$ 维方向进行傅氏变换得到图像矩阵，记为

$$C_{k,n}=\left|\sum_{m=0}^{M-1}A(m,n)\exp\left[-j\frac{2\pi}{M}k\tilde{m}\right]\right|^2. \tag{30}$$

将 (25) 式代入 (30) 式得

$$C_{k,n}(\gamma)=\left|\sum_{m=0}^{M-1}A(m,n)\exp\left[-j\frac{2\pi}{M}k\frac{(M-1)m}{\gamma m-(\gamma-1)(M-1)}\right]\right|^2, \tag{31}$$

其中 $k=0,1,2,\cdots,M-1$, $n=0,1,2,\cdots,N-1$ .

由 (31) 式可见，图像矩阵 $C_{k,n}$ 为 $\gamma$ 的函数，我们的目的是，求得估计 $\hat{\gamma}$ ，满足

$$\hat{\gamma}=\arg\min_{\gamma}\{S[C_{k,n}(\gamma)]\}, \tag{32}$$

其中 $-\infty<\gamma<1$, $S$ 为二维图像熵函数，即

$$S=-\sum_{k=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}I_{k,n}\ln I_{k,n}, \tag{33}$$

其中

$$I_{k,n} = C_{k,n} \Big/ \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} C_{k,n}.$$

在优化过程中，为减小计算量，我们并没有对整幅图像进行计算，而是根据 $A(m,n)$ 在纵向维的投影 $P(n)$ ，即

$$P(n) = \sum_{m=0}^{M-1} |A(m,n)|, \qquad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1. \tag{34}$$

选取 $N'(N' < N)$ 个最大峰值点对应的距离单元路数，组成矩阵 $A'(m,n)$ ，其维数为 $M \times N'$ 进行优化估计，再将估计值 $\hat{\gamma}$ 对全体 $A(m,n)$ 进行补偿，从而得到最终的 ISAR 图像。

## 5 仿真和实测数据的成像结果

我们构造了一个由 15 个等散射强度的理想散射点组成的圆环，如图 4 所示． $x$ 轴指向为目标运动方向。雷达系统参数为：载频 $f_0 = 5.52\text{GHz}$, 带宽 $B = 400\text{MHz}$ ，脉冲宽度 $T_0 = 25.6\mu\text{s}$ ，设总观测转角为 $\Delta\theta = 4.15°$ ，初始观测距离 $R_0 = 20\text{km}$ 。设计两种运动方式：运动方式 (1) $\alpha_1 = 15°$, 运动方式 (2) $\alpha_2 = 160°$, 即迎头和追尾两种情况；则根据 (9) 式得 $\gamma_1 = 0.27$, $\gamma_2 = -0.20$ 。我们以圆环中心点为基准，进行平动补偿后的成像结果如图 5(a)， 5(b) 所示。可见，由于转角的不均匀变化，图像在横距的两侧有较大失真．然后我们根据 (33) 式，选择 10 路距离单元 ($N' = 10$)，按最小熵准则对 $\gamma$ 进行估计．计算结果如图 6 所示。各曲线最小熵对应的估计 $\gamma$ 分别为 $\hat{\gamma}_1 = 0.27$, $\hat{\gamma}_2 = -0.19$ ，按估计值对目标进行转动补偿，补偿后的成像结果如图 5(c), 5(d) 所示。

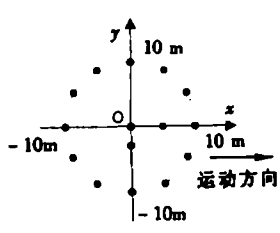



图 4 理想散射点模型

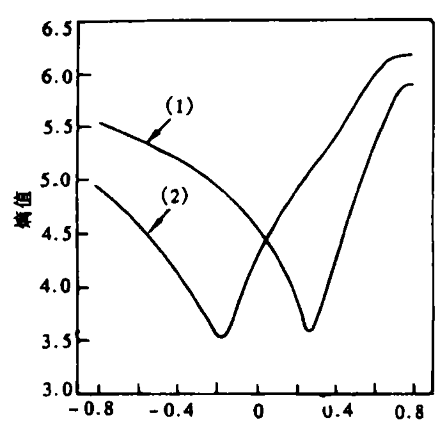



图 6 运动方式 (1) 和运动方式 (2) 的 $\gamma$ 优化曲线

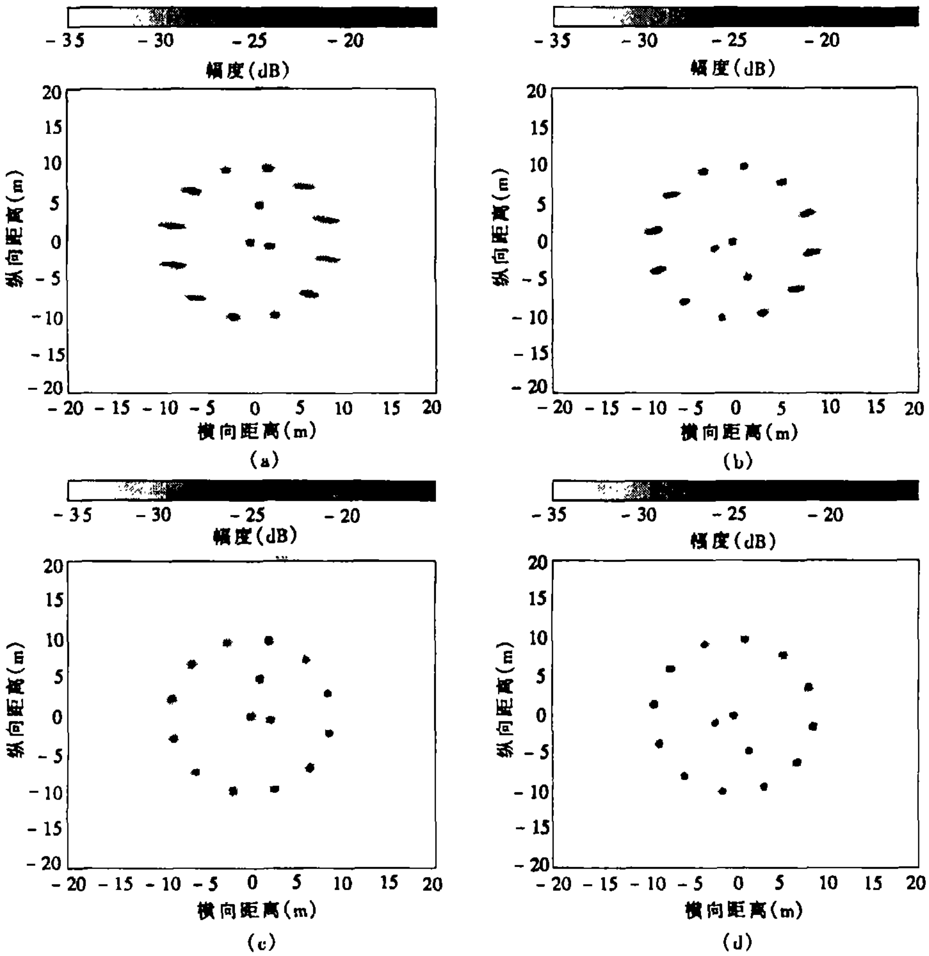



图 5　仿真成像结果

(a) 运动方向 (1) 平动补偿后的成像结果，(b) 运动方式 (2) 平动补偿后的成像结果，(c) 运动方式 (1) 转动补偿后的成像结果，(d) 运动方式 (2) 转动补偿后的成像结果．雷达位于各图下方

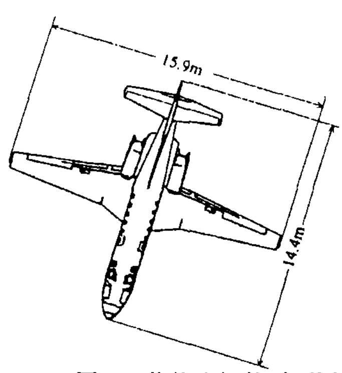



图 7　桨状飞机的平面图

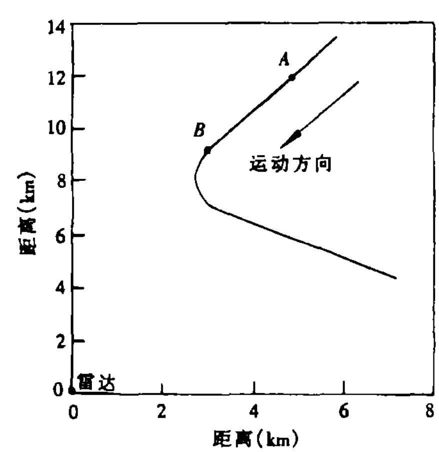
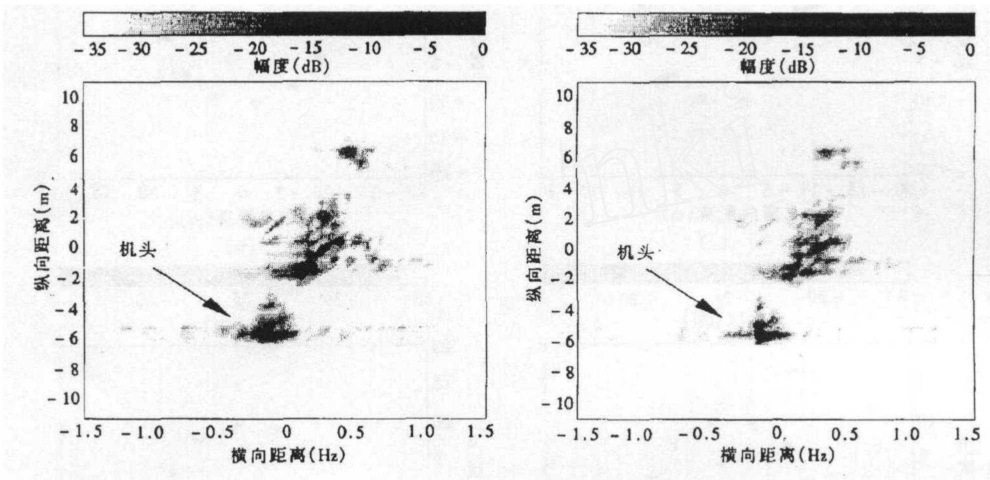



图 8　桨状飞机的飞行航迹，$AB$ 段为所选成像数据段

我们对实测数据进行了处理，目标为一架桨状小型喷气式飞机，图 7 为该飞机的平面

图. 图 8 为飞机的飞行航迹，成像数据段为图中 $AB$ 段. 图 9(a) 为平动补偿后的成像结果. 图 10 为选择 $N' = 20$ 对 $\gamma$ 的优化结果，得 $\hat{\gamma} = -0.5$ . 按此补偿后的成像结果如图 9(b) 所示。与图 9(a) 相比，在机头，翼端，机尾，成像质量有所提高.




(a) (b)

图 9 实测数据的成像结果

(a) 无转动补偿的像，(b) 有转动补偿的像

雷达位于各图下方

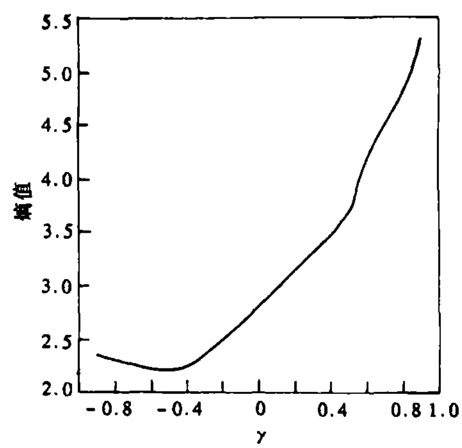



图 10 实测数据的 $\gamma$ 优化曲线

## 6 结 论

对于作匀速直线运动的目标，其相对雷达转角的变化规律，在满足小转角条件下，仅取决于非线性度因子 $\gamma$ . 因此，这类运动方式的转动补偿就可归结于对 $\gamma$ 的估计和补偿. 采

用图像熵最小准则对 $\gamma$ 估计是准确有效的，该方法简单且易于实现．经转动补偿后的 ISAR 图像，相对补偿前，成像质量显著提高．

## 参 考 文 献


[1] Ausherman D A, *et al.* Developments in radar imaging. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System, 1984, AES-20(4): 363–400.

[2] Wehner D. High Resolution Radar. Norwood, MA: Artech House, 1995, Chapter 7.

[3] Chen C C, Andrews H C. Target-motion-induced radar imaging. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System, 1980, AES-16(1): 2–14.

[4] 邱晓晖. 运动目标雷达成像研究: [博士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 1995. 12.

[5] Jain A, Patel I. SAR/ISAR imaging of a non-uniformly rotating target. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System, 1992, AES-28(1): 317–321.

[6] Werness S, *et al.* Moving target imaging algorithm for SAR data. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System, 1990, AES-26(1): 57–67.


# ROTATIONAL MOTION COMPENSATION OF THE TARGET MOVING UNIFORMLY


Li Xi　　Liu Guosui　　Shan Rongguang*　　Ni Jinlin*　　Gu Hong

(*Dept. of Electro. Eng., Nanjing University of Science and Technology, Nanjing* 210094)

*(*Nanjing Research Institute of Electronics & Technology, Nanjing* 210013)



**Abstract**　After translational motion compensation, rotational motion compensation is needed in ISAR technique. This paper considers the rotational motion compensation in the case of that the target moves along a straight trajectory with constant speed. It is found out that the nonlinear factor $\gamma$ is most important parameter in its rotational motion compensation. In order to estimate $\gamma$, image entropy minimization principle is described here. Based on this principle, the unknown $\gamma$ can be estimated accurately. The effectiveness of this method are shown by simulated and experimental results.



**Key words**　ISAR, Rotational motion compensation, Nonlinear factor



李　玺：　男，1972 年生，博士生，从事雷达成像和信号处理方面的研究工作．

刘国岁：　男，1933 年生，教授，博士生导师，长期从事噪声雷达理论与应用研究．近年来从事“随机信号理论与应用”，“神经网络与模糊系统”和“近代信号处理”等项研究．

单荣光：　男，1938 年生，高级工程师，长期从事雷达信号处理方面的研究工作．

倪晋麟：　男，1961 年生，研究员，主要从事雷达总体、阵列及雷达成像技术研究．

顾　红：　男，1967 年生，副教授，主要从事雷达系统及雷达信号处理方面的研究工作．