

毫米波焦平面阵列的 $1/f$ 噪声的小波处理方法¹

章 勇 李兴国

(南京理工大学毫米波、光波近感技术研究所 南京 210094)

摘 要 本文在概要介绍毫米波焦平面阵列成像探测器中存在的 $1/f$ 噪声的特性的基础上, 深入分析了小波变换与 $1/f$ 噪声的关系, 提出用小波分解的方法对毫米波焦平面探测器的 $1/f$ 噪声进行去相关处理, 推导了相应的表达式。仿真结果表明可得到满意的效果。

关键词 毫米波焦平面阵列, $1/f$ 噪声, 小波变换, 去相关

中图分类号 TN911.73

1 引 言

毫米波焦平面阵列成像是毫米波被动成像领域最新发展起来的一种重要体制。90 年代以来, 以其众多的优势而倍受国内外学者的关注, 已取得很大发展。

在毫米波焦平面阵列中, 不会有任何两个探测二极管是完全一样的, 不同的探测单元受到均匀照射时, 会输出不同的响应值, 这样, 焦平面阵列二极管探测器的成像响应就形成了非均匀性。为取得良好的图象, 在图象处理时必须进行非均匀修正。但由于探测器单元的输出电压的漂移, 这种漂移是由系统漂移和各探测器的漂移组成, 它使象素的修正系数不能长时间保持恒定, 因此不能得到准确的修正。探测器漂移和 $1/f$ 噪声同步, 是非均匀修正后的空间噪声即图象本底噪声的主要来源^[1-3]。 $1/f$ 噪声极易引起图象的扭曲、变形失真、灰度失衡, 为了取得高质量的毫米波图象, 必须对 $1/f$ 图象本底噪声进行去相关、白化。毫米波焦平面阵列探测器中, 在大约 1kHz 以下的频段, 主要是 $1/f$ 噪声, 在更高频段, 主要是高斯热噪声。

2 $1/f$ 噪声的小波变换

2.1 $1/f$ 噪声

定义 $1/f$ 噪声 $f(t)$ 在物理工程中常用其功率谱来描述^[4-5]：

$$F(\omega) = \sigma/\omega^\alpha, \quad \sigma > 0, \quad 1 \leq \alpha \leq 3, \quad (1)$$

$F(\omega)$ 在 $(0, +\infty)$ 通常是不可积的, (1) 式没有构成平稳随机过程理论中的有效功率谱, 但 $1/f$ 噪声的增量却是平稳且均值为零的高斯函数; $1/f$ 噪声轨迹虽连续但不可微。

$1/f$ 噪声具有统计自相似性:

$$F(\omega) = |a|^\gamma F(a\omega), \quad (2)$$

即其统计特性不随时间轴上的扩张和收缩而改变, 只附加一个幅度因子。

¹ 1997-10-20 收到, 1998-06-12 定稿
国防科技重点预研项目 编号: 1A. 2. 2

特性 $1/f$ 噪声在通过理想滤波器后可看作是具有平稳特性的自相似随机过程, 它的谱测量只能在由数据长度决定的频率范围内取得 (分辨率限制)。

一个广义统计自相似零均值随机过程 $f(t)$ 通过一个具有如下频率响应的理想滤波器:

$$B_1(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 < \omega_0 < |\omega| \leq \omega_1 < \infty; \\ 0, & \text{其它}; \end{cases} \quad (3)$$

如果得到的 $y(t)$ 是广义平稳过程并有有限方差, 则 $f(t)$ 可认为是 $1/f$ 过程。此时, 输出信号 $y(t)$ 的功率谱可表示为

$$F_y(\omega) = \begin{cases} \sigma/|\omega|^\gamma, & 0 < \omega_0 < |\omega| \leq \omega_1 < \infty, \quad 1 \leq \gamma \leq 3; \\ 0, & \text{其它}. \end{cases} \quad (4)$$

2.2 小波分解

一个信号 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$, 它的正交小波变换可表示为^[6]

$$f(t) = \sum_m \sum_n f_n^m \varphi_n^m(t), \quad (5)$$

$$f_n^m = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \varphi_n^m(t) dt, \quad (6)$$

级数 (5) 式与 $1/f$ 噪声一样具有自相似性。正交小波基函数由基小波 $\varphi(t)$ 函数扩张平移而成:

$$\varphi_n^m(t) = 2^{m/2} \varphi(2^m t - n), \quad (6)$$

其中 m 和 n 分别为扩张和平移系数; 这样, 就形成了由正交小波基组成的滤波器组。在多分辨分析的框架下, 若令 $A_m f(t)$ 表示信号 $f(t)$ 在分辨 2^m 下的近似信号, 则两次分辨下的细节信号可表示为

$$D_m f(t) = A_{m+1} f(t) - A_m f(t),$$

此时的正交小波基由 $\dots, \varphi_{-1}^m(t), \varphi_0^m(t), \varphi_1^m(t), \varphi_2^m(t), \dots$ 组成, 可推导出

$$D_m f(t) = \sum_n f_n^m \varphi_n^m(t), \quad (7)$$

这就是在尺度 m 下 $f(t)$ 的小波分解细节信号。

2.3 小波滤波对 $1/f$ 过程的作用

设 $f_k(t)$ 为 $1/f$ 过程 $f(t)$ 通过下面理想滤波器的结果:

$$B_k(\omega) = \begin{cases} 1, & 2^{-k} < |\omega| \leq 2^k; \\ 0, & \text{其它}; \end{cases}$$

则

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f_k(t) = f(t).$$

由前面已讨论的 $1/f$ 过程的特性, $f_k(t)$ 为广义平稳过程, 其功率谱为

$$F_k(\omega) = \begin{cases} \sigma/|\omega|^\gamma, & 2^{-k} < |\omega| \leq 2^k; \\ 0, & \text{其它}. \end{cases} \quad (8)$$

以 $R_k(\tau)$ 、 $f_n^m(k)$ 表示 $f_k(t)$ 的自相关函数和小波系数:

$$R_k(\tau) = E[f_k(t)f_k(t-\tau)],$$

$$f_n^m(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f_k(t)\varphi_n^m(t)dt,$$

则其小波系数之间的关系可表示为

$$E[f_n^m(k)f_{n'}^{m'}(k)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^m(t)R_k(t-\tau)\varphi_{n'}^{m'}(\tau)dtd\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^m(t)[R_k(t) \otimes \varphi_{n'}^{m'}(t)]dt. \quad (9)$$

\otimes 为卷积运算。利用 Parseval 定理和 (8) 式, 可在频域重写 (9) 式如下

$$E[f_n^m(k)f_{n'}^{m'}(k)] = \frac{2^{-(m+m')/2}}{2\pi} \left\{ \int_{-2^k}^{-2^{-k}} \frac{\sigma}{|\omega|^\gamma} \hat{\varphi}(2^{-m}\omega)\hat{\varphi}^*(2^{-m'}\omega)e^{-jn2^{-m}\omega}d\omega \right.$$

$$\left. + \int_{2^{-k}}^{2^k} \frac{\sigma}{|\omega|^\gamma} \hat{\varphi}(2^{-m}\omega)\hat{\varphi}^*(2^{-m'}\omega)e^{-jn'2^{-m'}\omega}d\omega \right\}. \quad (10)$$

交换极限, 可得 $f_n^m = \lim_{k \rightarrow \infty} f_n^m(k)$, 则

$$E[f_n^m f_{n'}^{m'}] = \lim_{k \rightarrow \infty} E[f_n^m(k) f_{n'}^{m'}(k)]. \quad (11)$$

将 (10) 式代入 (11) 式中, 可得

$$E[f_n^m f_{n'}^{m'}] = \frac{2^{-(m+m')/2}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma}{|\omega|^\gamma} \hat{\varphi}(2^{-m}\omega)\hat{\varphi}^*(2^{-m'}\omega)e^{-j(n2^{-m}-n'2^{-m'})\omega}d\omega. \quad (12)$$

显然, f_n^m 的方差为

$$\text{Var} f_n^m = \mu^2 2^{-\gamma m},$$

其中

$$\mu^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma}{|\omega|^\gamma} |\hat{\varphi}(\omega)|^2 d\omega.$$

归一化小波相关函数:

$$\eta_{n,n'}^{m,m'} = \frac{E[f_n^m f_{n'}^{m'}]}{\sqrt{(\text{Var} f_n^m)(\text{Var} f_{n'}^{m'})}}. \quad (13)$$

对一固定尺度 m , 即 $m' = m$, 有

$$\eta_{n,n'}^{m,m} = \frac{1}{2\pi\mu^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma}{|\omega|^\gamma} |\hat{\varphi}(\omega)|^2 e^{-j(n-n')\omega} d\omega. \quad (14)$$

可见, $\eta_{n,n'}^{m,m'}$ 只与 $n-n'$ 有关, 证明 $1/f$ 过程的小波系数在每个尺度是广义平稳的。

3 仿真实验

利用分数微分自回归整体滑动平均模型 $ARIMA(0, d, 0)$ 可模拟 $1/f$ 信号^[7], 其中 $|d| < 1/2$, $\alpha = 2d + 2$, α 为 (1) 式中参数。令 $d = -0.4$, $1/f$ 噪声中有代表性的 FBm(分数布朗运动) 信号如图 1。

图 2 为 FBm 的功率谱周期图 (坐标轴取对数), 其中的虚线的斜率即为 (1) 式中的 $-\alpha$ 值, 从图中看出, 仿真的 $1/f$ 信号的谱图和理论模型吻合得很好, 可由谱图准确地估计出 (1) 式中的 α 值。

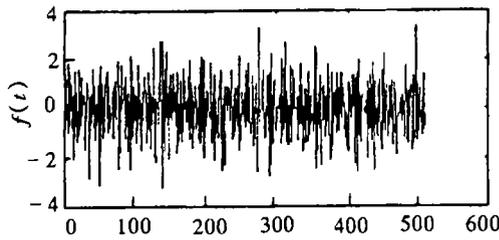


图 1 FBm 信号 ($d = -0.4$)

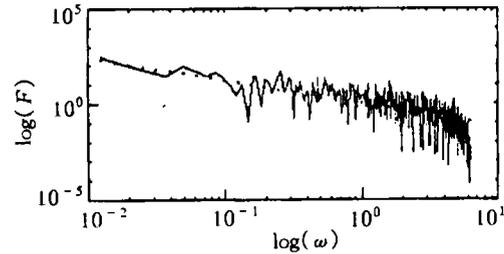


图 2 FBm 功率谱图

图 3 为尺度 3 的 Daubechies 小波变换结果, 对比图 4 和图 5 两种在小波变换前后的相关函数可发现, 变换后的相关性远弱于变换前。

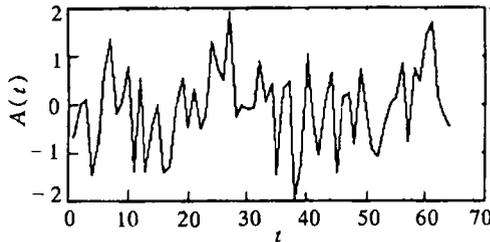


图 3 图 1 在尺度 3 时的小波变换

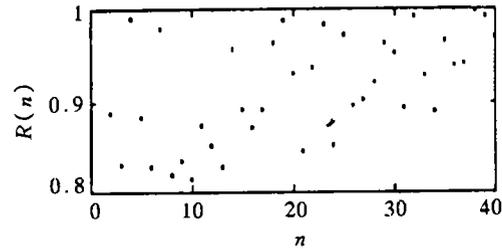


图 4 图 1 的相关函数

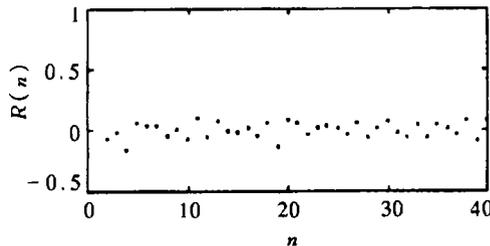


图 5 图 3 的相关函数

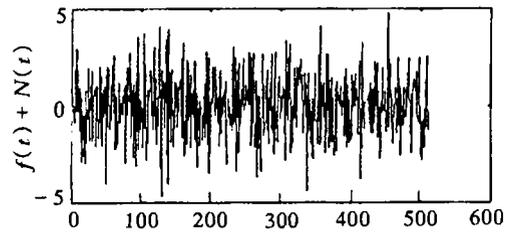


图 6 FBm+ 高斯白噪声

图 6 是 $1/f$ 噪声加上高斯白噪声的情况 ($SNR=0dB$), 由图 7 可看出, 附加的白噪声不影响 $1/f$ 噪声的低频段, 而主要位于高频段。图 8~ 图 10 显示 $1/f$ 噪声的小波变换对白噪

声具有很强的鲁棒性, Daubechies 滤波对附加的白噪声有抑制作用。

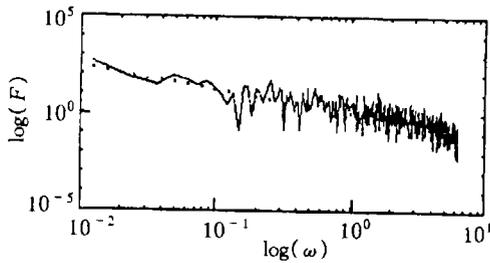


图 7 图 6 的功率谱图

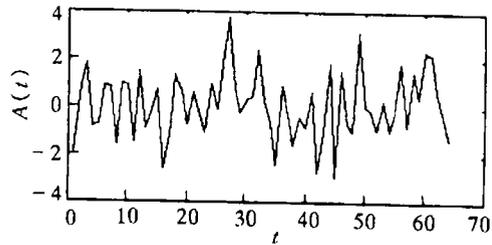


图 8 图 6 在尺度 3 时的小波变换

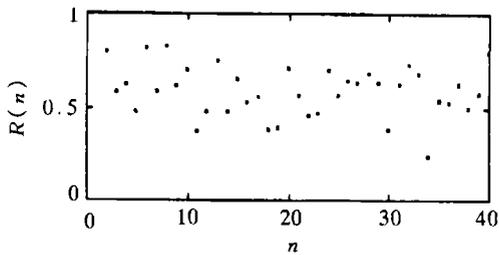


图 9 图 6 的相关函数

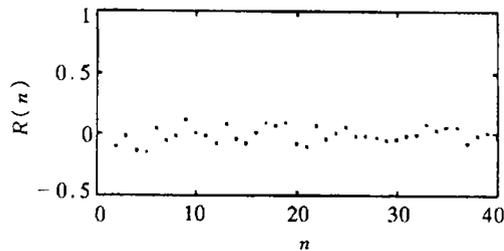


图 10 图 8 的相关函数

4 结 论

毫米波焦平面阵列中二极管探测器的 $1/f$ 噪声的超长时间的相关结构严重限制了许多非自适应性不均匀修正算法的应用, 而小波变换可有效地对 $1/f$ 噪声进行去相关处理, 对抑制图象本底噪声、进行图象非均匀修正有良好效果。

参 考 文 献

- [1] Goldsmith P F, *et al.* Focal plane imaging systems for millimeter wavelengths. IEEE Trans. on MTT, 1993, MTT-41(10): 1664-1675.
- [2] Zah C, *et al.* Millimeter wave monolithic Schottky diode imaging arrays. Int. J. of Infrared and Millimeter-Waves, 1985, 6(11): 981-997.
- [3] Scribner D A, *et al.* Test and evaluation of stability in IR staring focal plane arrays after nonuniformity correction. SPIE, 1989, 1108: 255-264.
- [4] Deriche M, Tewfik A H. Signal modeling with filtered discrete fractional noise processes. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, SP-41(11): 2839-2849.
- [5] Wornell G W. Wavelet-based representations for the $1/f$ family of fractal processes. Proc. IEEE, 1993, 81(10): 1428-1450.
- [6] 秦前清, 杨宗凯. 实用小波分析. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995: 29-54.

- [7] Hosking R M. Modeling persistence in hydrological time series using fractional differencing. *Water Resources Research*, 1984, 20(8): 1898-1908.

THE PROCESSING MEANS OF $1/f$ NOISE IN MILLIMETER WAVE FOCAL PLANE ARRAY WITH WAVELET TRANSFORM

Zhang Yong Li Xingguo

(*Institute of Millimeter-Wave & Light-Wave Near-Sensing Technology,*
Nanjing University of Science & Tech., Nanjing 210094)

Abstract After briefly introducing the characteristics of $1/f$ noise in millimeter wave focal plane array detectors, the paper analyses the relation of the wavelet transform and $1/f$ noise in detail, suggests the fashion of decorrelating $1/f$ noise using the wavelet transform, and deduces the relative expressions. The results of computer simulation show the good effect.

Key words Millimeter wave focal plane array, $1/f$ noise, Wavelet transform, Decorrelate

章 勇: 男, 1970 年生, 博士生, 研究方向为被动毫米波成像技术.

李兴国: 男, 1941 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为毫米波精确探测及目标识别.