

用于多分量线性调频信号的自适应核分布分析¹

邹 虹 保 铮

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

摘 要 该文针对多分量线性调频信号,提出了一种新的自适应核时频分布—自适应高斯核分布,并给出了有效的核函数估计准则;以自适应高斯核分布为例,分析了采用自适应核时频分布对信号自身项及交叉项的影响,从而说明自适应核相对于固定核的优势所在;总结了基于模糊域自适应设计多分量线性调频信号核函数的一般方法。计算机仿真结果表明了自适应高斯核分布在抑制交叉项并保持较高时频分辨率方面的有效性。

关键词 时频分布,核函数,模糊函数,线性调频信号

中图号 TN911.7

1 引 言

时频分布 (TFD) 同时在时域和频域描述信号,是进行非平稳信号分析的有力工具。其中, Cohen 类时频分布因其良好的性能而得到广泛关注。然而,由于其双线性的特点,在分析多分量信号会产生交叉干扰项 (crossterms),不利于信号自身项 (autoterms) 的识别与应用。为有效抑制交叉项,并且适用于各类信号,学者们提出了许多自适应的核函数设计方法^[1-3]。文献 [1] 可以说是将现有的基于模糊域自适应设计核函数方法纳入了一个总框架,其核函数可以适应于具有各种不同形状模糊函数的信号。不过,如果已经得到有关信号形式的先验知识,那么可以采用更有针对性的核函数设计方法,以降低所需的运算量。

针对多分量线性调频 (LFM) 信号, Ristic^[4] 等提出在信号模糊域上利用 Radon 变换设计自适应核,其核是过原点沿信号方向的一条直线冲激函数。Niang Ma^[5] 等基于同一种思想,提出采用矩形核函数。对于一个理想 LFM 信号 (具有无限长度),其模糊函数为过原点的一直线冲激函数,那么,核函数只要选为具有相同斜率的一直线冲击就可将信号项提取出来了。但在实际情况中,由于信号的长度有限,其模糊函数成为窄的背鳍状,且背鳍宽度与信号长度有关。此时,核函数也应有一定的宽度。可见,直线冲激核与展宽的模糊域信号已不匹配,信号能量会有很大损失。矩形核实际上是沿信号宽度方向上的均匀加权,很容易引入大的干扰分量。从实际应用的角度出发,本文针对 LFM 信号,提出采用高斯形式的核函数来进行自适应核设计,相应的时频分布称为自适应高斯核分布 (AGD, Adaptive Gaussian Kernel Distribution)。根据高斯核的特点,提出了一种有效的核参数估计准则。然后分析了采用自适应核对于固定核时频分布的优势所在,最后总结了基于模糊域自适应设计多分量线性调频信号核函数的一般方法。

2 自适应高斯核分布

根据 LFM 信号的特点,核函数选为: $\varphi(\theta, \tau) \exp[-\pi a^2(\theta - m\tau)^2]$ 。它是模糊域上沿 $\theta = m\tau$ 方向的一段区域,其宽度取决于 a , 方向取决于 m 。参数 m 应与实际信号相同,而参数 a 应与其模糊函数的展宽程度相适应。

核参数的估计包括以下几个主要步骤,对于多分量线性调频信号 $s(t)$:

¹ 2000-01-12 收到, 2000-10-17 定稿

国家自然科学基金 (No.69831040) 与武器装备预先研究资助

(1) 利用下面两式估计信号的调频率 m_{opt} , 当有 N 个具有不同斜率的信号时, 得到 N 个不同的 m_{opt} 。

$$G_1(m) = \iint \varphi(\theta, \tau, m) \cdot |AF_s(\theta, \tau)| d\theta \cdot d\tau \quad (1a)$$

$$m_{\text{opt}} = \max_m G_1(m) \quad (1b)$$

(2) 根据每一个最优值 m_{opt} , 利用下面两式选取相应的 a_{app} 值, 即最优的核宽度。

$$G_2(a) = \iint \frac{d}{d\theta} [\varphi(\theta, \tau, m_{\text{opt}}) \cdot |AF_s(\theta, \tau)|] d\theta \cdot d\tau \quad (2a)$$

$$a_{\text{app}} = \arg \min [|G_2(a)| < \eta] \quad (2b)$$

(3) 当所有的核参数都估计好后, 得到相应的自适应核函数为

$$\varphi(\theta, \tau) = \sum_{i=1}^N \exp \{ -\pi a_{\text{app}, i}^2 (\theta - m_{\text{opt}, i} \tau)^2 \} \quad (3)$$

其中, $AF_s(\theta, \tau) = \int s(t + \frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j\theta t} dt$ 是信号 $s(t)$ 的模糊函数。采用此自适应核得到的时频分布我们称其为 AGD。

事实上, 已有的针对多分量线性调频信号自适应设计核函数的方法都包括上述的 (1)–(3) 步, 只是核形式及核宽度的估计准则不同。高斯函数有一个突出的优点: 它有很高的时频分辨率, 其时间带宽积达到不确定性原理中给出的下界。因此, 选用高斯型滤波器, 可以减小信号时频分布在时频平面上的展宽程度。采用 (2) 式是基于这样的原理: 在模糊域上, LFM 信号模糊函数取模后是以 $\theta = m\tau$ 为偶对称的, 而所选的核函数也有同样的特点。则 $(d/d\theta)[\varphi(\theta, \tau, m_{\text{opt}}, a) \cdot |AF_s(\theta, \tau)|]$ 以 $\theta = m\tau$ 为奇对称 ($d/d\theta$ 表示对 θ 求导)。在理想情况下并且只有单个 LFM 信号时, 下式成立:

$$G_2(a) = \iint \frac{d}{d\theta} [\varphi(\theta, \tau, m_{\text{opt}}) \cdot |AF_s(\theta, \tau)|] d\theta d\tau = 0 \quad (4)$$

(4) 式表示一个奇对称函数的积分总面积为零。当存在多个信号时, 模糊函数中出现了关于 $\theta = m\tau$ 非对称的交叉项, 则由乘积 $\varphi(\theta, \tau, m_{\text{opt}}) \cdot |AF_s(\theta, \tau)|$ 引入的干扰项将使得 $|G_2(a)|$ 增大, (4) 式不再成立。随着 a 增大, 核函数变宽, 由此引入的交叉干扰增强, $|G_2(a)|$ 越大; 反之, 当 a 减小, $|G_2(a)|$ 值减小。当 a 减小到一定程度后, 交叉项的影响已可忽略不计, 这时, 即使再减小 a , $|G_2(a)|$ 值的变化也将会非常缓慢, 并且趋向于零。因此, 我们可以改变 a , 根据 $|G_2(a)|$ 的变化情况, 来选取适当的 a 值。门限 η 控制着 a 值选取的大小, 决定着信号时频分布中抑制交叉项与保持信号分辨率之间的折衷。只要核函数是对称形式, 这一准则都是有效的。

3 仿真及结果

下面我们以一组仿真数据为例, 来说明 AGD 方法的效果。同时也给出了谱图及平滑的伪 Wigner-Ville 分布 (SPWVD) 的分析结果以便比较。图 1(a), 1(b), 1(c) 分别是三个具有不同持续时间 LFM 信号的谱图、SPWVD 及 AGD 分析结果。比较三种分布的结果, 可以看到, 由于 AGD 根据信号的不同长度及斜率自适应选择核, 因而, 对交叉项抑制得比较好, 同时能保证

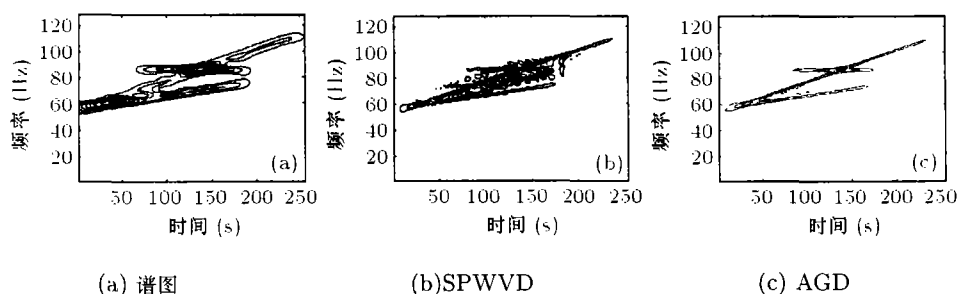


图 1 具有不同长度的 3 个 LFM 信号的时频分布

较高的信号聚集度。因此,当核参数选取适当时,利用自适应高斯核分布分析 LFM 信号可以获得比较满意的时频分析结果。

4 自适应核对多分量线性调频信号时频分布的影响

已有的自适应核时频分布,其出发点都是基于信号模糊域的一种直观想法。究竟自适应核函数对信号各自身项及交叉项是如何作用的,它是如何提高时频分布质量的,核参数估计准确与否对时频分布的影响如何呢?下面我们就以自适应高斯核分布为例来加以分析。

假设有两个线性调频信号: $s(t) = s_1(t) + s_2(t) = \exp\{j[(1/2)m_1 \cdot t^2 + w_1 t]\} + \exp\{j[(1/2)m_2 \cdot t^2 + w_2 t]\}$, 与其匹配的自适应高斯核取为: $\varphi(\theta, \tau) = \varphi_1(\theta, \tau) + \varphi_2(\theta, \tau) = \exp[-\pi \cdot a_1^2(\theta - m_1 \tau)^2] + \exp[-\pi \cdot a_2^2(\theta - m_2 \tau)^2]$ 。

信号 $s(t)$ 的双线性时频分布表示为

$$P_s(t, \omega) = \iiint \varphi(\theta, \tau) s\left(u + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) e^{j\theta(t-u) - j\omega\tau} d\tau \cdot du \cdot d\theta / (2\pi) \quad (5)$$

由于此时的自适应核是由匹配于不同信号的子核相加而成的,通过讨论某一子核对各信号自身项及交叉项的影响,就可以了解整个自适应核时频分布的作用效果了。下面,我们以 $\varphi_1(\theta, \tau)$ 为例来进行分析。根据 (5) 式,我们可以得到核 $\varphi_1(\theta, \tau)$ 作用于信号 $s_1(t)$, $s_2(t)$ 自身项及交叉项时频分布的结果。

(1) 对信号自身项

$$P_{s_1}(t, \omega, \phi_1) = 2\pi\delta(\omega - m_1 t - \omega_1) \quad (6)$$

$$P_{s_2}(t, \omega, \phi_1) = 1/(a_1|m_1 - m_2|) \exp\{-(\omega - m_2 t - \omega_2)^2/[4\pi a_1^2(m_1 - m_2)^2]\} \quad (7)$$

(2) 对交叉项

$$P_{s_1 s_2}(t, \omega, \phi_1) = \text{WD}_{s_1 s_2}(t, \omega) \overset{**}{t\omega} \frac{1}{a_1} e^{-t^2/(4\pi a_1^2)} \delta(\omega - m_1 t) \quad (8)$$

其中“*”表示对 t 进行卷积, $\text{WD}_s(t, \omega)$ 是 $s(t)$ 的 Wigner-Ville 分布。

从 (6)–(8) 式, 可以看到 $\varphi_1(\theta, \tau)$ 作用于信号各自身项、交叉项的时频分布结果:

(1) 对于与子核参数相匹配的信号, 此时即 $s_1(t)$, 其时频分布是位于该信号瞬时频率的一个冲击函数, 具有最好的信号分辨率。

(2) 对于其它信号项, 尽管核参数与其并不匹配, 其时频分布的峰值位置仍能保持不变, 集中在瞬时频率附近, 只是由于核函数的平滑而展宽, 信号分辨率降低。

(3) 对于交叉项, 由于其在时频域是振荡的, 经过具有低通特性的核函数的平滑, 能得到较好的抑制。

同样, 当子核 $\varphi_2(\theta, \tau)$ 作用时, 也有相同的时频分布结果, 只是这时, 在信号 $s_2(t)$ 的瞬时频率位置上是一个冲击函数。

我们知道, 核函数在减小交叉项影响的同时, 会带来负面作用: 信号自身项展宽, 信号分辨率降低。抑制交叉项与提高信号分辨率, 如同傅里叶变换中时域与频域分辨率一样, 不可能同时做到最好, 只能取折衷。如第 2 节所讨论的, 虽然核函数的作用, 都是在信号的 Wigner-Ville 分布平面上对信号所有自身项及交叉项进行二维平滑, 但自适应核函数的每个子核是随不同 LFM 信号调频率及信号长度而变化的。在每个子核参数估计准确的情况下, 当某子核作用时, 与其匹配的信号的时频分布将是冲击函数。这时, 该信号的时频分辨率是最好的。而其它信号项、交叉项都有所展宽。假设有 N 个不同的线性调频信号, 则应有 N 个不同的子核, 其自适应高斯核分布的结果就是: 在每个信号的瞬时频率位置上, 是 $N-1$ 个展宽的该信号时频分布与一个冲击函数相加; 在交叉项的位置, 是 N 次平滑后结果的叠加。由于冲击函数的作用, 信号自身项被抬得很高, 加上交叉项受到平滑后强度降低, 使交叉项被压得很低。这样, 信号自身项相对于交叉项的强度差增大, 很自然的, 交叉项的影响就大大降低了, 而同时, 信号自身项的可分辨性也就提高了。

上面我们只讨论了核参数估计准确的情况。在几个或所有子核参数估计不够准确的情况下, 自适应效果要大打折扣, 或者可能完全丧失。但是 (7) 式说明, 此时的核函数仍能起到平滑的作用, 并保证了每个信号的瞬时频率位置不变。从而保持了一般双线性时频分布的效果。

因此, 采用自适应核分布, 最差的情况, 就是得到与非自适应核分布相同的效果, 而在最好的情况下, 则可以得到较高的信号分辨率, 同时对交叉项有很好的抑制。这也正是自适应核分布的优势所在。

5 基于模糊域自适应核设计的一般方法

在时频域上, 高斯核实际起到一个二维平滑窗的作用, 表示为

$$\Phi(t, \omega) = \int \varphi(\theta, \tau) e^{-j\omega\tau + j\theta t} d\tau \cdot d\theta / (2\pi) = \frac{1}{a} \exp\{-t^2/4\pi a^2\} \delta(\omega - mt) = h(t) \delta(\omega - mt) \quad (9)$$

根据上面两节的分析可以看到, 采用自适应核对 LFM 信号进行时频分析, 关键就在于核参数与信号的调频率及信号长度相匹配。那么是否只要核参数估计准确, $h(t)$ 也可以用其它形式的低通函数来代替呢? 从 (9) 式来看, 在频域上, 核函数是沿 $\omega = mt$ 的一条直线, 而在时域上, 是由 $h(t)$ 做平滑。其不同的形状带来的区别就如同一般的低通滤波器一样, 将使得时频分布结果有不同的主瓣宽度及旁瓣效应, 即滤波效果不同。以高斯型核及偶双边指数型核为例, 其中后者在模糊域与时频域上分别表示为: $\varphi_2(\theta, \tau) = \exp[-a|\theta - m\tau|]$ ($a > 0$), $\Phi_2(t, \omega) = 2a\delta(\omega - mt)/(a^2 + \omega^2)$ 。利用第 1 节中核参数的估计方法, 图 (2) 和图 (3) 分别是采用两种核函数对仿真信号进行自适应核时频分布的结果及在第 128 个采样时刻沿频率方向的切片图。从切片图上可以看到, 二者造成的旁瓣在形状及强度上有一定的差别, 峰值大小也不同。但是, 两种分布都有较好的交叉项抑制效果及较高的信号分辨率。

因此, 对于多分量线性调频信号, 基于模糊域设计的自适应核可以归结为以下的形式: $\varphi(t, \omega) = \sum_{i=1}^N [h(t, a_i) \cdot \delta(\omega - m_i t)]$ 。这里假设有 N 个不同的调频斜率。 $h(t, a_i)$ 可以是任何一个低通滤波函数, a_i 表示该函数的时域宽度。按照第 1 节中所讲述的核参数估计步骤逐个估计所有子核的参数, 就得到基于模糊域的自适应核了。

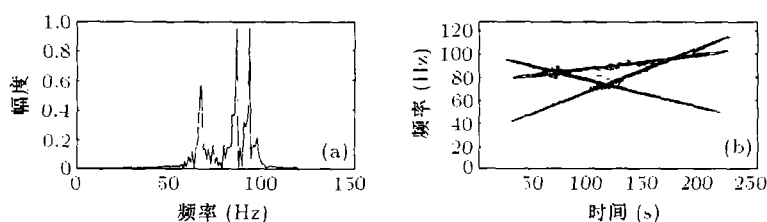


图2 利用高斯核得到的自适应核时频分布结果 (a) 某一时刻的切片 (b) 时频分布图

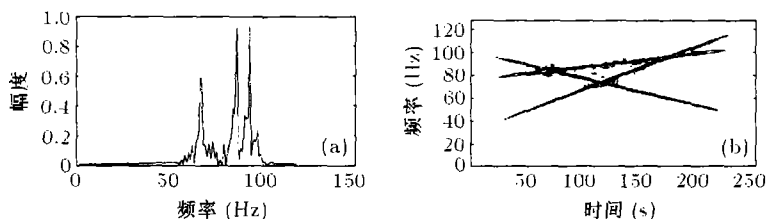


图3 利用偶双边指数型核得到的自适应核时频分布结果 (a) 某一时刻的切片 (b) 时频分布图

事实上, 尽管平滑核可以任意取, 却只有当核与信号匹配得好时, 才能得到预期的自适应效果。文献 [5] 曾提出采用矩形核函数, 但实际仿真效果不好。一个原因是其核宽度估计准则不佳, 另一个就是核形状的问题。我们可以具体分析一下它的时频分布。

在模糊域及时频域上, 矩形核分别表示为: $\varphi(\theta, \tau) = \text{rect}[(\theta - m\tau)/a]$, $\Phi(t, \omega) = a \cdot \text{sinc}(at/2)\delta(\omega - mt)$ 。

此时, $h(t) = a \cdot \text{sinc}(at/2)$ 也是一低通滤波函数。对于与其参数相匹配的信号自身项, 时频分布有与 (6) 式相同的结果。而对其它信号的自身项, 例如 $s_2(t)$, 则有

$$P_{s_2}(t, \omega) = \frac{a}{|m_1 - m_2|} \text{sinc} \left[\frac{a(\omega - m_2t - \omega_2)}{2(m_1 - m_2)} \right] \quad (10)$$

(10) 式说明, 矩形核对信号瞬时频率的位置是无影响的。然而, 在模糊域上的矩形函数, 转换到时频域上是一辛克函数, 尽管它也是一低通滤波器, 但其旁瓣复杂, 并出现负值, 造成时频分布结果也出现较强的旁瓣及负值, 信号分辨率下降。因而, 采用矩形核进行自适应时频分析的效果就比较差了。

综上所述, 针对多分量线性调频信号, 基于模糊域自适应设计核函数来进行时频分析的方法可以归结为一类。它仍属于双线性时频分布, 但核函数的选择有两个要求, 一是核方向要与信号调频率一致, 二是在时域方向上应表现出匹配于信号的低通滤波特性。只要满足这两个条件, 时频分布在抑制交叉项及保持信号分辨率两方面会得到较满意的结果。

6 结 论

在 Cohen 类时频分布的研究中, 大量的精力集中在对信号交叉项的抑制和信号自身项聚集度的提高上。本文提出的自适应高斯核分布, 虽然仍然属于文献 [1] 中所述的自适应核设计框架, 但由于已知信号的特性, 并给出了有效的核函数估计方法, 大大减少了运算量, 非常实用。同时, 在选取核形状时, 也考虑到其对时频分布的影响, 因而与已有的一些方法相比, 该法从核估计效果到时频分布结果, 都有较明显的改善。

现有的自适应核设计方法都是从信号模糊域的角度出发的。本文从时频分布的角度, 具体推导了自适应核对信号时频分布自身项及交叉项的影响, 从而说明自适应核的优势。文章还总

结的多分量线性调频信号基于模糊域自适应核设计的一般模式, 这有利于对各种不同形式的核函数的性能进行优劣比较, 从而选取最为合适的核形式。

参 考 文 献

- [1] R. G. Baraniuk, D. L. Jones, Signal-dependent time-frequency analysis using a radially Gaussian kernel, *Signal Processing*, Elsevier, 1993, 32, 263–284.
- [2] D. L. Jones, R. G. Baraniuk, An adaptive optimal-kernel time-frequency representation, *IEEE Trans. on SP*, 1995, SP-43(10), 2361–2371.
- [3] R. G. Baraniuk, D. L. Jones, A signal-dependent time-frequency representation: optimal kernel design, *IEEE Trans. on SP*, 1993, SP-41(4), 589–602.
- [4] B. Ristic, B. Boashash, Kernel design for time-frequency signal analysis using the Radon transform, *IEEE Trans. on SP*, 1993, SP-41(5), 1996–2007.
- [5] Ning Ma, Didier Vray, *et al.*, Time-frequency representation of multicomponent chirp signals, *Signal Processing*, Elsevier, 1997, 56, 149–155.

ANALYSIS OF AN ADAPTIVE GAUSSIAN-KERNEL TIME-FREQUENCY DISTRIBUTION FOR LFM SIGNALS

Zou Hong Bao Zheng

(*Key Lab. for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

Abstract A new kind of bilinear time-frequency distribution-adaptive Gaussian-kernel distribution (AGD) is proposed according to multi-component linear frequency-modulated (LFM) signals, and a new efficient kernel estimation method is presented. With the AGD as an example, the influences of the adaptive kernel to the signal terms and crossterms are discussed in detail, which from another point of view indicates its advantages over the fixed kernel. Finally, a common adaptive-kernel design method based on ambiguity domain for LFM signals is generalized. Computer simulations confirm the performance improvement of AGD and its corresponding analysis.

Key words Time-Frequency Distribution(TFD), Kernel, Ambiguity Function(AF), Linear Frequency-Modulated(LFM) signal

邹 虹: 女, 1971 年生, 博士生, 现主要从事时频分析, 参数估计方面的研究及应用。

保 铮: 男, 1927 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事雷达系统及雷达信号处理等领域的研究。