

考虑空间电荷场的 Orotron 的大 信号理论研究* **

宋文淼 郭开周

(中国科学院电子学研究所, 北京)

摘要 本文讨论了 Orotron 的大信号计算中空间电荷的影响。首先推导出直角坐标系中, 当一个边界为无限大时的空间电荷场的近似表达式, 然后利用这一空间电荷场模型, 计算了 Orotron 的自洽的大信号相互作用, 讨论了空间电荷参量对器件性能的影响。

关键词 Orotron; 大信号理论; 空间电荷场

一、引言

在文献[1,2]中我们讨论了 Orotron 的大信号分析, 但是这两篇文献中都没有考虑空间电荷力的影响。文献[3]中虽然讨论了空间电荷力, 但其空间电荷场的计算模型过于简化, 假定空间电荷力的分布也是呈三角函数。显然这种空间电荷力的模型只能反映小信号下的空间电荷场的情况, 不能用来描述强群聚下的空间电荷场的情况。本文描述了片状电子注当一面十分接近于一个很大的导体平板而另一面为无限大空间时的空间电荷场模型。这种物理模型很接近于 Orotron 的实际情况。之所以采用无限大边界的近似, 一方面是由于 Orotron 中反射镜的距离很远, 应用无限大边界是一种很好的近似; 另一方面如采用距离很大的两无限大平板的模型, 在这方向上的级数很难收敛, 如取过多的项就使计算很复杂, 需要的时间也很多。在无限大边界条件下我们推导了一个空间电荷场的近似公式, 应用这个近似的空间电荷公式可以大量地节省计算时间, 这一空间电荷公式不仅对 Orotron, 对所有具有类似的电子注结构的器件都是有用的。

关于 Orotron 的其它模型都完全按照文献[2], 其计算结果也和文献[2]的结果进行比较。

二、空间电荷力的模型

这里所用的简化模型基本上和 Orotron 大信号计算中所用的模型相一致, 如图1所示。x方向的宽度为B, 但x方向的场假定是均匀的, 这样场就成了两维的情况; 光栅用

* 1986年10月17日收到, 1987年7月7日修改定稿。

** 中国科学院科学基金资助课题。

一个理想导体来代替,而反射镜位置假定为足够远, z 的另一个方向为无限大. 电子注中心位置为 P , 厚度为 ΔP .

应用格林函数的普遍公式^[4]

$$G(y, y'; z, z') = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty dh \int_{-\infty}^\infty d\lambda \times \frac{1}{h^2 + \lambda^2} \sin hz \sin h' z' e^{i\lambda(y-y')} \quad (1)$$

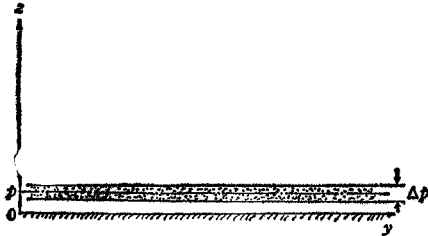


图1 考虑空间电荷力时Orotron的简化模型

这里 z 方向的本征值为 h , 本征函数为 $\sin hz$; y 方向本征值为 λ , 本征函数为 $e^{i\lambda y}$. 和一般电子器件中空间电荷场的差别是: 这里 h 是一个连续本征值. 应用围线积分的方法, (1) 式可以

改写成

$$G(y, y'; z, z') = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dh \frac{1}{h} \sin hz \sin hz' e^{-h|y-y'|} \quad (2)$$

因而电位 V 可以表示为:

$$V(y, z) = \frac{1}{\epsilon_0} \int G \rho' dv' = \frac{1}{\pi \epsilon_0} \int_0^\infty \frac{1}{h} \sin hz \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \sin hz' e^{-h|y-y'|} \rho(z', y') dh dy' dz' \quad (3)$$

假定电荷 ρ 在 z 方向的分布是均匀的, 则 ρ 仅是 y 的函数, 可以用线密度 $\rho'(y)$ 来表示:

$$\rho(z, y) = \begin{cases} \rho'(y) / B \cdot \Delta P, & P - \frac{\Delta P}{2} \leq z \leq P + \frac{\Delta P}{2} \\ 0, & P - \frac{\Delta P}{2} > z \text{ 或 } z > P + \frac{\Delta P}{2} \end{cases} \quad (4)$$

代入(3)式则得

$$V(y, z) = -\frac{1}{\pi \epsilon_0 B \Delta P} \int_0^\infty \frac{1}{h} \sin hz \int_{-\infty}^\infty \int_{P-\frac{\Delta P}{2}}^{P+\frac{\Delta P}{2}} \sin hz' e^{-h|y-y'|} \rho'(y') dz' dy' dh \quad (5)$$

先把对 z' 的积分求出来

$$V(y, z) \int_{-\infty}^\infty \int_0^{\frac{\Delta P}{2}} \frac{\sin hz}{h} \frac{\sin h\Delta P/2}{h\Delta P/2} \sin hPe^{-h|y-y'|} \rho'(y') dy' dh \quad (6)$$

下面对空间电荷场作进一步的简化处理. 由于电子束是很薄的, 所以可以用 $z = P$ 处的场来代替整个横截面上的场

$$V(y)|_{z=P} = -\frac{1}{\pi \epsilon_0 B \Delta P} \int_{-\infty}^\infty \int_0^{\frac{\Delta P}{2}} \frac{\sin h\Delta P/2}{h} \sin^2 hP \frac{\sin \frac{h\Delta P}{2}}{\frac{h\Delta P}{2}} e^{-h|y-y'|} \rho'(y') dy' dh \quad (7)$$

为了把对 dh 的积式求出来, 我们先考虑 $|y - y'|$ 较远的情况, 如 $|y - y'| \gg \Delta P$, 这时可以对(7)式作下面的简化处理: 对于使 $h|y - y'| > 1$ 以后的 h , 可以从积分中略去, 因为这时乘上一个很大的负指数后整个值变得很小, 而剩下的 h 则满足 $\frac{h\Delta P}{2} \ll 1$, 这样

对 $|y - y'| \gg \Delta P$, (7) 简化为

$$V(y) = -\frac{1}{\pi \epsilon_0 B \Delta P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta P}{h} \sin^2 hP \cdot e^{-h|y-y'|} \rho'(y') dy' dh, \quad (8)$$

$|y - y'|$ 小的时候怎样处理, 以及怎样确定适用于(8)式的 $|y - y'|$ 值的问题将在以后再讨论。从(8)式可得

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\pi \epsilon_0 B P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \sin^2 hP e^{-h|y-y'|} dh \rho'(y') dy' \cdot \operatorname{sgn}(y - y') \quad (9)$$

其中

$$\operatorname{sgn}(y - y') = \begin{cases} 1, & y - y' > 0 \\ -1, & y - y' < 0 \end{cases} \quad (10)$$

下面求对 h 的积分, 令

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\infty} \sin^2(hP) e^{-h|y-y'|} dh \\ &= -\frac{1}{|y-y'|} [\sin(2Ph) e^{-h|y-y'|}]_0^{\infty} + \frac{1}{|y-y'|} \int_0^{\infty} e^{-h|y-y'|} 2 \sin(Ph) \\ &\quad \cdot P \cdot \cos(Ph) dh \\ &= \frac{P}{|y-y'|} \int_0^{\infty} \sin 2(Ph) e^{-h|y-y'|} dh \\ &= \frac{P}{|y-y'|} \cdot \frac{2P}{|y-y'|^2 + (2P)^2} \\ &= \frac{1}{2|y-y'|} \cdot \frac{1}{1 + (|y-y'|/2P)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

把(11)式代入(9)式得:

$$\begin{aligned} E(y) &= \frac{2}{\pi \epsilon_0 B P} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{P^3}{|y-y'|^3 + 4P^2|y-y'|} \right] \rho'(y') dy' \operatorname{sgn}(y - y') \\ &= \frac{2}{\pi \epsilon_0 B P} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\frac{|y-y'|^3}{P^3} + 4 \frac{|y-y'|}{P}} \right] \rho'(y') dy' \operatorname{sgn}(y - y') \end{aligned} \quad (12)$$

三、运动方程

在文献[1]中已给出了无空间电荷力时的运动方程, 现在的问题只是增加空间电荷力项。为此, 只需对(12)式进行归一化处理。归一化距离

$$Y = \frac{\omega}{u_0} y \quad (13)$$

初始相位

$$\varphi_0 = \omega t_0 \quad (14)$$

其中, y 为沿着电子运动方向的距离, ω 为波的角频率, u_0 为电子注的直流速度。

归一化速度 u 为

$$\frac{dy}{dt} = u_0 u(Y, \varphi_0) \quad (15)$$

电子相位 $\varphi(Y, \varphi_0)$ 定义为

$$\varphi(Y, \varphi_0) = \omega t \quad (16)$$

在不考虑空间电荷场时,运动方程为

$$\frac{\partial(u^2)}{\partial Y} = 2F_0 e^{-A'(Y-D')^2} \operatorname{Re}\{e^{i[\varphi - (1+b)Y]}\} \quad (17)$$

从(15)和(16)式还可以得到相位关系

$$\frac{\partial \varphi}{\partial Y} = \frac{1}{u} \quad (18)$$

这里 A 为场型系数, D 为模斑中心的位置, b 为非同步参量,

$$b = \frac{u_0 - v_\varphi}{v_\varphi} \quad (19)$$

其中

$$v_\varphi = \frac{\omega l}{2\pi} \quad (20)$$

l 为光栅周期, F_0 为归一化的高频场,它取决于电子注的作用效率和电路阻抗 Z_c

$$F_0 = Z_c \eta_c^{1/2} \quad (21)$$

Z_c 的大小取决于谐振腔和光栅的结构^[2],而 η_c 可以从大信号计算给出

$$\eta_c = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - u^2) d\varphi_0 \quad (22)$$

这样,只要 Z_c 给定, F_0 和 η_c 可以通过迭代求出。考虑空间电荷场时,要使空间电荷力满足归一化的要求

$$\frac{\partial u^2}{\partial Y} = \frac{1}{u_0 \omega^2} \frac{\partial V^2}{\partial y} = \frac{1}{u_0 \omega} \frac{2}{m} F = \frac{2\eta}{u_0 \omega} (\mathbf{E}_r + \mathbf{E}_{sc}) \quad (23)$$

从(23)式可以写出由 $\mathbf{E}_{sc}$ 所决定的附加项的归一化形式。以 φ' 作为自变量,可以把 $\rho'(y')$ 表示为

$$\rho'(y') dy' = \frac{I_0}{u_0 u'} \frac{\partial y'}{\partial t'} dt' = I_0 dt' = \frac{I_0}{\omega} d\varphi' \quad (24)$$

$|y - y'|$ 表示为:

$$|y - y'| = \frac{u_0 u}{\omega} |\varphi - \varphi'| \quad (25)$$

把(24)和(25)式代入(12)式,可得

$$E_{sc} = \frac{2I_0}{\pi \epsilon_0 B P \omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\frac{u|\varphi - \varphi'|}{\omega P / u_0} \right]^3 + 4 \left[\frac{u|\varphi - \varphi'|}{\omega P / u_0} \right]} d\varphi' \cdot \operatorname{sgn}(\varphi - \varphi') \quad (26)$$

把(26)式代入(23)式,高频场力部份如(17)式所示,则得到考虑空间电荷力时的运动方程

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(u^2)}{\partial Y} &= 2F_0 e^{-A'(Y-D')^2} \operatorname{Re}\{e^{i(\varphi-(1+b)Y)}\} \\
&\quad + \frac{4\eta I_0}{u_0 \omega^2 \pi \epsilon_0 B P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\frac{u|\varphi-\varphi'|}{\omega P/u_0}\right]^3 + 4\left[\frac{u|\varphi-\varphi'|}{\omega P/u_0}\right]} d\varphi' \operatorname{sgn}(\varphi-\varphi') \\
&= 2F_0 e^{-A'(Y-D')^2} \operatorname{Re}\{e^{i[\varphi-(1+b)Y]}\} \\
&\quad + \frac{4}{\pi} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[\frac{u|\varphi-\varphi'|}{\beta P}\right]^3 + 4\frac{u|\varphi-\varphi'|}{\beta P}} \\
&\quad \cdot \operatorname{sgn}(\varphi-\varphi') d\varphi'
\end{aligned} \tag{27}$$

其中 ω_p/ω 和 βP 为两个空间电荷参量

$$\omega_p^2 = \eta I_0 / \epsilon_0 u_0 B P \tag{28}$$

和

$$\beta P = \frac{\omega}{u_0} P \tag{29}$$

这里正如 Rowe^[5] 和 Tien^[6] 所指出的在大信号情况下需要两个参量来描述空间电荷. 这里的 ω_p 与一般的等离子体频率稍有不同, 如果把 P 换成 ΔP 就成了一般的等离子体频率.

显然(27)式中的空间电荷力对于 $|\varphi - \varphi'|$ 很小时是不适用的, 因为 $|\varphi - \varphi'|$ 很小时, 即 $|y - y'|$ 很小, 不能满足推导(8)式时的近似条件: $|y - y'| \gg \Delta P$. 在计算中, 我们采用厚电子注模型, 即 $|\varphi - \varphi'| > 2\pi/24$ 时采用(27)式, 而 $|\varphi - \varphi'|$ 从 $2\pi/24$ 到 0 时, 空间电荷力则线性地下降直到零. 这里 24 是每周期的电荷盘数. 这就是说当两个电荷盘的距离正好等于其厚度时空间电荷力最大, 距离再减少时, 由于电荷盘的重合, 空间电荷力反而下降, 这里把重合时的空间电荷力简化为线性的.

四、计算结果和讨论

计算所用的结构参量与文献[2]中一样: $d/l = 0.5$, $d/\lambda = 0.0714$, $h/\lambda = 0.214$, $P/l = 0.1$, $q = 6$, $f = 30\text{GHz}$, $D = D_x = 0.032$. 这里 l 为光栅周期, h 为槽深, d 为槽宽. D 为光栅中心沿 y 方向的坐标的归一化值. 对于 A 和 Q_H , 只算了 $A = 0.002$ 和 $Q_H = 5000$. $I_0 = 0.8\text{A}$. 按照上述选择可以得到 $\beta P = 0.6$; 而 ω_p/ω 则取决于电子注的电流密度, 即电子注宽度 B , 按一般的行波管 ω_p/ω 约在 0.1 到 0.2 之间. 现在由于 ω 比一般行波管高得多, 而相应提高电子注的密度却不大容易, 所以 ω_p/ω 要比一般行波管小. 我们选择了 ω_p/ω 从 0 到 0.15, 以研究空间电荷场对器件计算结果的影响.

图 2 给出了以 ω_p/ω 作为参量的效率 η 对非同步参量 b 的关系. 这时阻抗 $Z_C = 12.4 \times 10^{-3}$. 从图中可以看出: 当空间电荷参量较小时, 它对效率的影响很小, 当空间电荷参量 $\omega_p/\omega = 0.05$ 时效率比 $\omega_p/\omega = 0$ 的略高一点, 而 $\omega_p/\omega = 0.1$ 时效率就比

$\omega_p/\omega = 0$ 的要小,当 ω_p/ω 进一步增加时,效率就进一步减小。从图 2,对我们来说最感兴趣的是 b 的范围的变化。当 $\omega_p/\omega = 0.05$

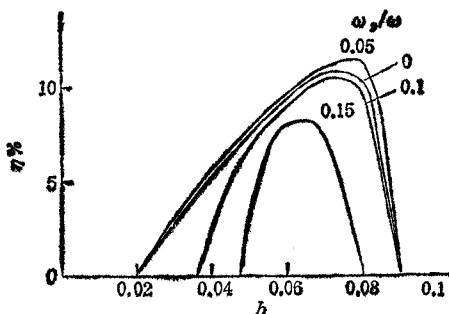


图 2 电子效率对 b 的关系,以 ω_p/ω 作为参变量

$$A = 0.002, Z_G = 12.4 \times 10^{-3}, \\ \omega = 30 \text{ GHz}, \beta P = 0.6$$

时, b 的起振范围和不考虑空间电荷场时大致相当,即在 0.02 到 0.09 之间;而当 $\omega_p/\omega = 0.1$ 时最小的 b 值变大,从 0.02 变为 0.04,而当 $\omega_p/\omega = 0.15$ 时则进一步增加到 0.05。这一点与一般的行波器件中的空间电荷效应是一致的。但是与一般的行波器件中不同的是:在一般行波器件中,随着空间电荷参量的增大,最佳的 b 值也增大,而且能放大的 b 最大的值也增大,而 Orottron 中,随着 ω_p/ω 的增大,最佳效率的 b 值并不增大,特别有意思的是效率 η 随着 b 的增大不是逐渐地下降到零,几乎是突然地下降,对于不同的 ω_p/ω ,这一最大 b 值几乎都是相同的,在 $b = 0.09$ 时,对于所有 ω_p/ω 的情况 η 都降到零。这样 ω_p/ω 越大同步的范围就越窄。

Orottron 中效率对 b 关系与一般行波管中的差别很容易在物理上得到解释。对一般行波管来说,高频场相位是有漂移的,当 b 大时,电子注的高频电流有较大的相移,它可以导致高频场产生相应的相移以满足波和电子注的同步,造成了大超压工作状态。在 Orottron 中场是驻波场,它的相位变化基本上是固定的,很少受高频电流相位的影响,这样,当 b 大时就很快地停止振荡,所以最佳 b 值是临界的。这时的工作状态大致相当于行波管中空间电荷为零时的最佳小讯号同步状态。这也就解释了随着空间电荷参量增加同步范围变窄的原因。在行波管中随着空间电荷增大,整个 b 的范围向右移,不但 b 的起始作用点变大, b 的最大的点也变大,而同步范围则基本不变。在 Orottron 中由于高频场的相位不能随感应电流相位而同步地漂移,所以 b 的最大值不允许随空间参量的增大而变大,因而其同步范围就变窄了。当然随着空间电荷参量的变化,腔的谐振频率也有所改变,这一改变表现为不同空间电荷参量下的频率牵引有所差别。不同空间电荷参量下最佳 b 的差别可以间接表现出空间电荷参量对谐振频率的影响,这种影响与行波管的机理中允所许的 b 的变化相比是一个小量。

上述计算结果的合理性反过来证明了我们所用的空间电荷场的模型在一定的精度要求下是一种较好的模型,它既能反映出空间电荷场对器件互作用的影响,又可以比一般的空间电荷场模型大大地减少计算时间。

参 考 文 献

- [1] 宋文森,郭开周,电子科学学刊,9(1987),213—220.
- [2] 郭开周,宋文森,电子科学学刊,10(1988),35—41.
- [3] Б. А. Белявский, М. Б. Цейтлин, Работотехника и Электроника, 4(1982), 787.
- [4] 宋文森,电子科学学刊,7(1985),341—347.
- [5] J. E. Rowe, IRE Trans. on ED, ED-3 (1956), 35—57.
- [6] P. K. Tien, L. R. Walker, V. M. A. Wolonitis, Proc. IRE, 43(1955), 260.

LARGE SIGNAL THEORY OF OROTRON IN CONSIDERATION OF SPACE CHARGE FIELD

Song Wenmiao, Guo Kaizhou

(Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT An approximate formula of space charge field of orotron in rectangular coordinate system, when one of the boundaries is infinite, is derived. Using this model the self-consistent large signal interaction of orotron with space charge is calculated, and the effect of space charge on the performance of the device is discussed.

KEY WORDS Orotion; Large signal theory; Space charge field