

## 极化轨道上 SINR 滤波器的通带性能研究<sup>1</sup>

王雪松 肖顺平 庄钊文

(国防科技大学电子工程学院 长沙 410073)

**摘要** 本文研究了非相干、完全极化、单信号-干扰源情况下局部化 SINR 极化滤波器的通带特性,具体导出了在大圆、小圆极化轨道上 SINR 滤波器通带的计算公式,分析了滤波器通带性能与电磁环境参数的关系,并给出了一组典型滤波器通带特性曲线。

**关键词** 信号干扰噪声比,极化滤波器,极化轨道,通带特性

**中图分类号** TP911.7, TM937.3

### 1 引言

随着极化测量技术的发展,利用变极化接收技术抑制电磁测量过程中干扰和噪声的影响已经成为可能<sup>[1-5]</sup>。在复杂密集的电磁环境中,信号干扰噪声比 SINR(Signal-to-Interference-and-Noise-Ratio)是衡量电子系统对感兴趣电磁信号接收有效程度的一个重要指标<sup>[1-4]</sup>。SINR 的极化域优化过程可以等效为一个极化滤波器对输入极化电磁信号的滤波过程。由 SINR 的优化公式可知, SINR 极化滤波器的参数取决于外部电磁环境参数以及接收机热噪声电平,具体而言, SINR 的最优接收极化与信号、干扰的极化方式以及干扰噪声比等参数有关,而 SINR 的最大增益除与这些参数有关之外,还与信噪比成正比关系<sup>[1-3]</sup>。

在实际的滤波过程中,对于信号、干扰和噪声参数的测量总是存在着一定的误差,由这些测量值计算得到的 SINR 极化滤波器参数与最佳参数之间也就存在着一定的误差,因而就不能取得最佳的滤波效果。除此之外,由于接收天线系统的两个正交极化通道之间通常存在着交叉干扰,这使得 SINR 极化滤波器的实际工作参数与预期值之间产生了一定的偏差,从而也影响了滤波效果。鉴于此,有必要研究 SINR 滤波器的极化域性能,特别是它的通带特性。在确定了滤波器的通带特性之后,就可以相应地制订出极化测量系统以及(虚拟)接收变极化控制系统的允许误差范围,从而保证 SINR 极化滤波器的滤波效果。

本文针对非相干、完全极化、单信号-干扰源的情况,具体研究了在大圆、小圆极化轨道约束情况下局部化 SINR 滤波器极化域通带范围的计算,以及通带性能与电磁环境参数的关系等问题。

### 2 极化轨道上的局部化 SINR 滤波器

在极化基 $(\hat{A}, \hat{B})$ 上,假设信号源和干扰源在接收天线处辐射场的极化矢量分别为 $s(\alpha_s, \phi_s)$ 和 $i(\alpha_i, \phi_i)$ ,其平均功率密度分别为 $S$ 和 $I$ ,信号和干扰辐射场互不相关,且与接收机热噪声 $N_0$ 相互独立,则接收天线输出端口的 SINR 为<sup>[3]</sup>

$$\text{SINR} = \text{SNR} \frac{(1/2) + (1/2) \cos \alpha \cos \alpha_s + (1/2) \sin \alpha \sin \alpha_s \cos(\phi - \phi_s)}{1 + K + K \cos \alpha \cos \alpha_i + K \sin \alpha \sin \alpha_i \cos(\phi - \phi_i)}, \quad (1)$$

<sup>1</sup> 1998-03-31 收到, 1999-04-12 定稿  
国家自然科学基金资助项目(批准号: 69772032)

其中  $\text{SNR}=S/N_0$  为信噪比,  $K = I/(2N_0) = \text{INR}/2$ ,  $\text{INR}$  为干扰噪声比,  $\mathbf{a}(\alpha, \phi)$  代表接收天线的极化矢量. 定义参量因子<sup>[2,3]</sup>:

$$D(\alpha, \phi) = \text{SINR}/\text{SNR}, \quad (2)$$

则  $D$  因子完全地反映了 SINR 滤波器的极化域特性.

如果把接收天线极化约束在小圆极化轨道  $\Theta(\alpha_0)$  上, 即令  $\mathbf{a} \in \Theta(\alpha_0)$ , 有  $\alpha_0 \in [0, \pi]$ ,  $\phi \in [0, 2\pi]$ , 此时  $D$  因子记为  $D_1(\phi)$ , 即

$$D_1(\phi) = D(\alpha_0, \phi), \quad (3)$$

在  $\Theta(\alpha_0)$  小圆轨道上 SINR(或  $D$  因子) 的优化处理可以看作一个局部化极化滤波过程, 有关这个局部化滤波器的求解问题可以参见文献 [3], 这里不再赘述.

若对接收天线极化施加加大圆轨道约束, 即令  $\mathbf{a} \in \Psi(\phi_0)$ , 其中  $\Psi(\phi_0)$  代表经度为  $\phi_0$  的大圆极化轨道, 则有  $\phi_0 \in [0, \pi]$ ,  $\alpha \in [0, 2\pi]$ , 此时的  $D$  因子记为  $D_2(\alpha)$ , 即

$$D_2(\alpha) = D(\alpha, \phi_0), \quad (4)$$

$D_2(\alpha)$  的优化处理也是一个局部化极化滤波问题, 其求解过程可以参见文献 [2, 3].

### 3 极化轨道上局部化 SINR 极化滤波器通带性能分析

一般而言, SINR 极化滤波器有两个主要的性能指标: 一个是它的增益特性, 即它所能输出的最大 SINR 值; 另一个是它的通带特性, 即接收天线极化矢量在怎样的一个极化区域内可以保证输出的 SINR 不低于某一水平. 由 (1) 式可以看出, SINR 滤波器的增益特性不仅与天线所处电磁环境的极化因素有关, 还与其能量因素有关, 它是衡量 SINR 滤波器性能优劣的一个绝对指标. 从这个意义上讲, 它只与接收机所处的电磁环境有关, 而与 SINR 滤波器的设计和实现过程无关. 相反地, SINR 滤波器的通带特性则更多地兼顾了滤波器的具体实现过程, 强调了在现有的电磁环境中, 怎样设计和调整极化滤波器, 以期取得不低于某一相对水平的 SINR 输出. 在这个意义上, 我们更加关心 SINR 滤波器的通带特性.

考虑到在极化轨道约束下, 接收天线的  $D$  因子都是连续可微的、以  $2\pi$  为周期的函数, 并且在  $[0, 2\pi]$  区间上只有一个最大值, 由此可以定义局部化 SINR 极化滤波的通带为

$$W_{0.5} = \{\theta \in [0, 2\pi] | D_i(\theta) \geq D_{i\text{opt}}/2\}, \quad (5)$$

其中  $i=1, 2$ , 相应的  $\theta$  为  $\phi$ 、 $\alpha$ ,  $D_{i\text{opt}}$  为  $D$  因子在极化轨道上的最大值. 下面就来分别讨论在大圆和小圆极化轨道约束下 SINR 滤波器的通带特性.

#### 3.1 小圆极化轨道上 SINR 滤波器的通带特性

令  $\mathbf{a} \in \Theta(\alpha_0)$ , 由 (1)、(2)、(3) 式可得局部化滤波器的响应函数为

$$D_1(\phi) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \cos \alpha_0 \cos \alpha_s + \sin \alpha_0 \sin \alpha_s \cos(\phi - \phi_s)}{1 + K + K \cos \alpha_0 \cos \alpha_i + K \sin \alpha_0 \sin \alpha_i \cos(\phi - \phi_i)}, \quad (6)$$

它在  $\phi \in [0, 2\pi]$  上的最大值为  $D_{1\text{opt}}$ , 由  $D_1(\phi) \geq D_{1\text{opt}}/2$  即可确定该局部化滤波器的通带  $W_{0.5}(\Theta(\alpha_0))$ . 将 (6) 式代入上式, 展开整理得

$$A_m \sin \alpha_0 \cos(\phi - \phi_m) \geq C_m, \quad (7)$$

其中

$$A_m = \sqrt{D_{1\text{opt}}^2 K^2 \sin^2 \alpha_i + \sin^2 \alpha_s - 2D_{1\text{opt}} K \sin \alpha_s \sin \alpha_i \cos(\phi_s - \phi_i)}, \quad (8)$$

$$\phi_m = \text{Arg}\{\sin \alpha_s \exp(j\phi_s) - D_{1\text{opt}} K \sin \alpha_i \exp(j\phi_i)\}, \quad (9)$$

$$C_m = D_{1\text{opt}}(1 + K + K \cos \alpha_0 \cos \alpha_i) - 1 - \cos \alpha_0 \cos \alpha_s, \quad (10)$$

这里  $\text{Arg}(x)$  表示对复数  $x$  取辐角主值。由 (7) 式可见, 若  $C_m \geq -A_m \sin \alpha_0$ , 并且记

$$\phi_{0.5} = \arg \cos[C_m / (A_m \sin \alpha_0)], \quad (11)$$

则由 (7) 式立得局部化滤波器在小圆轨道  $\Theta(\alpha_0)$  上的通带为

$$W_{0.5}(\Theta(\alpha_0)) = [\phi_m - \phi_{0.5}, \phi_m + \phi_{0.5}] \bmod [0, 2\pi],$$

其中  $\bmod [0, 2\pi]$  表示对闭区间  $[0, 2\pi]$  取模, 相应的通带宽度为  $|W_{0.5}(\Theta(\alpha_0))| = 2\phi_{0.5}$ ; 若  $C_m < -A_m \sin \alpha_0$ , 则显然有  $W_{0.5}(\Theta(\alpha_0)) = [0, 2\pi]$ , 这意味着此时该局部化滤波器是“全通”的, 在这个意义上我们称  $C_m < -A_m \sin \alpha_0$  为小圆轨道上局部化 SINR 极化滤波器的全通条件。

### 3.2 大圆极化轨道上 SINR 滤波器的通带特性

令  $\alpha \in \Psi(\phi_0)$ , 由 (1)、(2)、(4) 式得大圆轨道上局部化滤波器的响应函数为

$$D_2(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \cos \alpha \cos \alpha_s + \sin \alpha \sin \alpha_s \cos(\phi_0 - \phi_s)}{1 + K + K \cos \alpha \cos \alpha_i + K \sin \alpha \sin \alpha_i \cos(\phi_0 - \phi_i)}. \quad (12)$$

记它在  $\Psi(\phi_0)$  上的最大值为  $D_{2\text{opt}}$ , 由  $D_2(\alpha) \geq D_{2\text{opt}}/2$  即可确定该局部化滤波器的通带  $W_{0.5}(\Psi(\phi_0))$ 。将 (12) 式代入上式求解得到

$$B_m \cos(\alpha - \alpha_m) \geq D_{2\text{opt}}(1 + K) - 1, \quad (13)$$

其中

$$B_m = \sqrt{(\cos \alpha_s - D_{2\text{opt}} K \cos \alpha_i)^2 + [\sin \alpha_s \cos(\phi_0 - \phi_s) - D_{2\text{opt}} K \sin \alpha_i \cos(\phi_0 - \phi_i)]^2}, \quad (14)$$

$$\alpha_m = \text{Arg}\{\cos \alpha_s + j \sin \alpha_s \cos(\phi_0 - \phi_s) - D_{2\text{opt}} K [\cos \alpha_i + j \sin \alpha_i \cos(\phi_0 - \phi_i)]\}, \quad (15)$$

若  $D_{2\text{opt}}(1 + K) - 1 \geq -B_m$ , 记

$$\alpha_{0.5} = \arccos[(D_{2\text{opt}}(1 + K) - 1)/B_m], \quad (16)$$

则由 (13) 式可得大圆轨道  $\Psi(\phi_0)$  上局部化滤波器的通带为

$$W_{0.5}(\Psi(\phi_0)) = [\alpha_m - \alpha_{0.5}, \alpha_m + \alpha_{0.5}] \bmod [0, 2\pi],$$

相应的通带宽度为  $2\alpha_{0.5}$ ; 若

$$D_{2\text{opt}}(1 + K) - 1 < -B_m, \quad (17)$$

则显然有  $W_{0.5}(\Psi(\phi_0)) = [0, 2\pi]$ , 即此时局部化滤波器是全通的, 因此称 (17) 式为大圆轨道上局部化滤波器的全通条件。

### 3.3 以信号极化矢量为极化基情况下局部化 SINR 滤波器的通带特性

由前面的推导结果可以看出,极化轨道上局部化 SINR 滤波器的通带特性是与信号、干扰的极化参量、干扰噪声比、以及极化轨道参数有关的多元函数,其函数关系比较复杂,通常难以对其直接进行性能分析.通常情况下,为了简化讨论,总是把信号极化矢量作为一个极化基,不妨令为  $\hat{A}$ ,这意味着  $\alpha_s = 0$ ,  $\phi_s = 0$ ;进一步,不失一般性,可以假定  $\phi_i = 0$ ,这样信号极化矢量与干扰极化矢量之间的相对几何关系就可以仅用一个标量  $\alpha_i$  来描述,这里  $\alpha_i \in [0, 2\pi]$ .利用这些假设,即可简化上述局部化滤波器通带性能的表达式.对于小圆轨道情况,由(8)、(9)、(10)式可得

$$A_m = D_{1\text{opt}} K \sin \alpha_i, \quad \phi_m = \pi, \quad C_m = D_{1\text{opt}}(1 + K + K \cos \alpha_0 \cos \alpha_i) - 1 - \cos \alpha_0,$$

相应地得到小圆轨道上局部化滤波器的全通条件为

$$1 + K + K \cos \alpha_0 \cos \alpha_i - 3K \sin \alpha_0 \sin \alpha_i > 0, \quad (18)$$

其中利用了<sup>[3]</sup>

$$D_{1\text{opt}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \cos \alpha_0}{1 + K + K \cos(\alpha_0 + \alpha_i)};$$

反之,如果局部化滤波器不满足全通条件,则  $\phi_{0.5}$  变为

$$\phi_{0.5} = \arccos \left[ 2 - \frac{1 + K + K \cos \alpha_0 \cos \alpha_i}{K \sin \alpha_0 \sin \alpha_i} \right], \quad (19)$$

滤波器的通带为

$$W_{0.5}(\Theta(\alpha_0)) = [\pi - \phi_{0.5}, \pi + \phi_{0.5}].$$

下面就来讨论当局部化滤波器不满足全通条件时,其通带性能与小圆轨道参数  $\alpha_0$ 、干扰极化参数  $\alpha_i$  和干扰噪声比  $K$  的关系.

(1) 当  $\alpha_i$  和  $K$  给定时,  $\alpha_0$  应当满足如下条件才能保证局部化滤波器不是全通的:

$$\cos(\alpha_0 + \beta_m) \leq \{(-1 - K)/[K\sqrt{1 + 8\sin^2 \alpha_i}]\},$$

其中  $\beta_m = \text{Arg}(\cos \alpha_i + j3 \sin \alpha_i)$ . 记  $\theta_m = \arccos\{(1+K)/[K\sqrt{1+8\sin^2 \alpha_i}]\}$ , 则  $\alpha_0$  的允许变化范围  $L(\alpha_0)$  为  $L(\alpha_0) = [0, \pi] \cap [\pi - \theta_m - \beta_m, \pi + \theta_m - \beta_m]$ . 若记  $\alpha_T = \arccos[(-K \cos \alpha_i)/(1+K)]$ , 则由(19)式容易证明: 当  $\alpha_0 \in (0, \alpha_T) \cap L(\alpha_0)$  时,  $\phi_{0.5}$  (或局部化滤波器的通带宽度) 是关于  $\alpha_0$  的单调递减函数; 当  $\alpha_0 \in (\alpha_T, \pi) \cap L(\alpha_0)$  时,  $\phi_{0.5}$  是关于  $\alpha_0$  的单调递增函数.

(2) 当  $\alpha_0$  和  $K$  给定时, 由于在(19)式中  $\alpha_0$  和  $\alpha_i$  在数学运算上具有完全等同的地位, 因而这种情况的讨论与上一种情况完全类似, 故不赘述.

(3) 当  $\alpha_0$  和  $\alpha_i$  给定时, 容易求得  $K$  在非全通条件下的变动范围  $R(K)$  为

$$R(K) = \left[ \frac{-1}{1 + \cos \alpha_0 \cos \alpha_i - 3 \sin \alpha_0 \sin \alpha_i}, +\infty \right).$$

由(19)式容易看出, 当  $K \in R(K)$  时,  $\phi_{0.5}$  是关于  $K$  的单调递减函数. 这意味着, 当天线接收的干扰功率增加时, 在给定小圆轨道上的局部化滤波器的通带将变窄.

对于大圆轨道的情况, 将  $\alpha_s = 0$ ,  $\phi_s = 0$  和  $\phi_i = 0$  代入 (14)、(15) 式可得

$$B_m = \sqrt{(1 - D_{20pt}K \cos \alpha_i)^2 + (D_{20pt}K \sin \alpha_i \cos \phi_0)^2},$$

$$\alpha_m = \text{Arg}\{1 - jD_{20pt}K \sin \alpha_i \cos \phi_0\}.$$

将此二式分别代入 (17) 和 (16) 两式, 即可得到相应的大圆轨道上局部化滤波器的全通条件和非全通条件下的滤波器通带宽度公式。但是由于大圆轨道上  $D$  因子最大值  $D_{20pt}$  的解析表达式较为繁琐<sup>[2]</sup>, 若将其直接代入  $B_m$ ,  $\alpha_m$  和  $\alpha_{0.5}$  的表达式后, 结果将变得十分复杂, 以致难以对其进行有效地分析, 因此在这里将不采用解析分析的方法, 而是通过一组典型滤波器的特性曲线来予以定性的说明。

下面给出一组以信号极化矢量为极化基的局部化 SINR 滤波器通带特性曲线。图 1 和图 2 为小圆极化轨道上局部化滤波器的通带宽度与  $\alpha_i$  和  $K$  的关系曲线, 图 3 ~ 5 则为大圆极化轨道上局部化滤波器通带宽度与  $\phi_0$ 、 $\alpha_i$  和  $K$  的关系曲线。由图 1 和图 2 可见, 当干扰极化与信号极化接近于相同或者正交时, 局部化滤波器是全通的, 这意味着此时滤波器的滤波效果具有相当的“极化不敏感性”; 当干扰强度很弱时, 即  $K$  接近于 0 时, 滤波器近似为全通的; 当干扰噪声比逐渐增大时, 滤波器通带宽度随之单调下降。由图 3 - 图 5 可以看出, 当干扰极化与大圆轨道比较接近时, 局部化滤波器通带宽度较小, 而当干扰极化与大圆轨道相距变远时 (即两者的经度差接近于  $\pi/2$ ), 滤波器的通带宽度随之单调递增; 在给定的大圆轨道上, 干扰极化与信号极化相距越远, 滤波器的通带宽度就越窄; 当干扰极化与大圆轨道均给定以后, 滤波器通带宽度在干扰较强时与干扰强度有单调递减的关系。

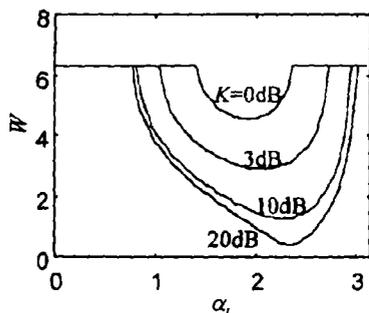


图 1 小圆轨道上局部化滤波器通带宽度  $W$  与  $\alpha_i$  的关系曲线 ( $\alpha_0 = \pi/4$ )

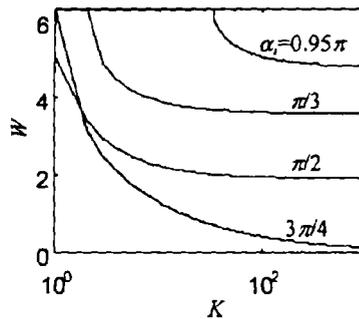


图 2 小圆轨道上局部化滤波器通带宽度  $W$  与  $K$  的关系曲线 ( $\alpha_0 = \pi/4$ )

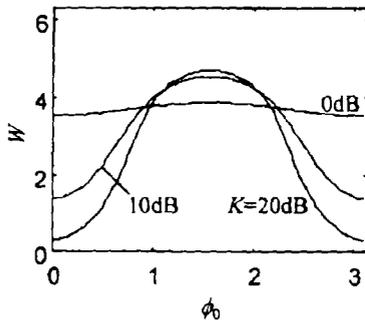


图 3 大圆轨道上局部化滤波器通带宽度  $W$  与  $\phi_0$  的关系曲线 ( $\alpha_0 = \pi/4$ )

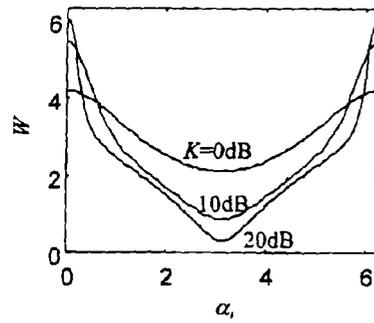


图 4 大圆轨道上局部化滤波器通带宽度  $W$  与  $\alpha_i$  的关系曲线 ( $\phi_0 = \pi/4$ )

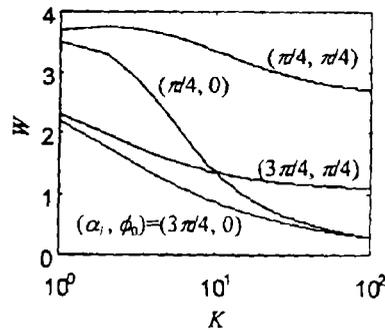


图 5 大圆轨道上局部化滤波器通带宽度  $W$  与  $K$  的关系曲线

## 4 结 束 语

在理论上,要实现最优的 SINR 极化滤波器,必须准确知道信号和干扰的极化、功率参数,但是在实际情况中,这些参数的测量总是存在着误差,因而由它们计算得到的滤波器参数与最优值之间也就具有一定的偏差;除此之外,由于天线系统极化纯度的影响,使得实际的滤波器与预期值之间也存在着误差。本文就是在此背景之下,针对单信号干扰源的情况,研究了局部化 SINR 极化滤波器的通带特性,具体给出了在大圆、小圆极化轨道约束下局部化滤波器通带的计算公式,并分析了滤波器通带性能与电磁环境参数的关系。从工程实现的角度考虑,如果能够使接收天线的极化矢量落在最优局部化 SINR 滤波器的通带范围之内,就可以保证实际的 SINR 输出不低于最优值的一半,即实现了次最优局部化 SINR 极化滤波。

## 参 考 文 献

- [1] Stapor D P. Optimal receive antenna polarization in the presence of interference and noise. IEEE Trans. on AP, 1995, AP-43(5): 473-477.
- [2] 王雪松,肖顺平,曾勇虎,等. 极化轨道约束下的最优极化(一). 微波学报, 1997, 13(1): 33-43.
- [3] 王雪松,庄钊文,肖顺平,等. 极化轨道约束下的最优极化(二). 微波学报, 1997, 13(3): 219-227.
- [4] 王雪松,庄钊文,肖顺平,等. 极化轨道约束下的最优极化(三). 微波学报, 待发表

- [5] Giuli D. Polarization diversity in radars. Proc. IEEE, 1986, 74(2): 245-269.

## STUDY ON PASS BAND CHARACTERISTICS OF SINR FILTER ON POLARIZATION TRACKS

Wang Xuesong    Xiao Shunping    Zhuang Zhaowen

(ATR Lab., National University of Defence Technology, Changsha 410073)

**Abstract** The pass band characteristics of localized SINR polarization filter is investigated in the noncoherent, purely polarized and single signal-interference case. Specifically, formulae of the pass band of SINR filter on the great circle and circlet polarization tracks are derived. Pass band characteristics of filters are analyzed versus parameters of the electromagnetic circumstance and a group of typical pass band characteristics curves are given.

**Key words** SINR, Polarization filter, Polarization tracks, Pass band characteristics

王雪松: 男, 1972 年生, 博士生, 专业方向: 信号处理与目标识别, 雷达极化信息处理.

肖顺平: 男, 1964 年生, 副教授, 专业方向: 信号处理与目标识别, 电子对抗, 雷达极化信息处理.

庄钊文: 男, 1958 年生, 教授, 博士生导师, 专业方向: 雷达信号处理与目标识别.