

电磁后向散射波数据的小波包变换分析¹

王玉平 蔡元龙 彭玉华

(西安交通大学信息与控制工程系 西安 710049)

摘 要 本文采用小波包变换方法对电磁散射波数据进行了分析,表明小波包变换的自适应多分辨率分析性质非常适合电磁波的多尺度特征分析。特别地,在计算速度和分析效果等方面都优于 H. Kim, J. Ling (1992, 1993) 所采用的连续小波变换技术,从而丰富和发展了电磁波的时频分析手段,同时也为小波技术在瞬变电磁场的进一步应用提供了新途径。

关键词 电磁波, 小波包变换, 连续小波变换, 散射

中图分类号 O441, TN911.7

1 引 言

从未知目标散射的电磁能量为识别和区分目标提供了丰富的信息,提取这些信息对冲激雷达目标识别具有举足轻重的作用。这通常可通过对雷达回波信号在时域或频域里进行分析而完成。若目标特征在时域或频域都不太明显,雷达回波信号的联合时频表示能提供散射机制的更深刻认识。在时间—频率平面上,时间上的局部行为(散射中心)、频率域上的局部行为(谐振)以及不同的散射机制能够同时显示出来。经过正确解释,能与不同的散射特征相关联,这对目标辨识应用很有意义。应用短时 Fourier 变换(STFT)和 Wigner-Ville 分布等作时频表示已取得了良好的分析效果,但也存在着很大的不足。这主要是由于散射信号包含着具有不同特征尺度的散射机制。目标的冲激雷达回波的早时部分常含有不连续的突变,反映了目标的几何结构和电磁特性的不连续性,需要很高的时间分辨率去确定每个散射中心;另一方面,晚时到达的信号具有谐振特性,需要好的频率分辨率,去分辨各种频率谐振成分;在信号的中间部分为了分析色散特性,在时域和频域都要求有比较高的分辨率^[1]。显然,STFT 方法使用了固定的窗口宽度,即有固定不变的时间或频率分辨率,不能分辨具有不同尺度的多重事件。Wigner-Ville 分布尽管对散射机制有较高的分辨率,但它因交叉项的引入而常导致时频平面难以解释。

为克服上述问题, H.Ling, H.Kim^[2-4] 将近年来在信息处理等领域广泛使用的小波变换技术用于电磁波的分析,利用小波变换的多尺度变窗口特性,即在尺度不同时具有不同的时间频率分辨率,取得了更好的分析效果。他们使用了下面形式的小波变换:

$$W_f(\tau, \Omega) = \int f(t) \tau^{-1/2} h(t/\tau) e^{j\Omega t} dt \quad (1)$$

$h(t)$ 为母小波窗函数。

H. Ling, H. Kim 采用的上述小波变换现通常称作连续小波变换(CWT)是地球物理学家 Morlet 等最早引入的,它提供的信息是冗余的,特别是在计算时需对尺度参数 τ 离散化,再将 $f(t)$ 与不同尺度下的窗函数 $\tau^{1/2}h(t/\tau)$ 作乘积,最后作快速 Fourier 变换(FFT)。尺度的过于精

¹ 19940524 收到, 19950103 定稿

细的离散化而带来计算量的激烈增加^[5],从而使上述的连续小波变换(1)式不能实时实现。为解决这一问题,数学家们做了大量工作,最终形成了信号按小波正交基展开的理论,信号的小波包变换(WPT)就是这方面的最新成果之一。它既保留了连续小波变换(CWT)的多尺度分析特征,又在计算时用快速算法,从而能够大大地减少计算量,并且由于是正交变换它所提供的信息是无冗余的,即能以极少的计算量获得信号的清晰完整的表示。这些优点使WPT方法在表示电磁波散射数据时能取得比H.Kim和H.Ling所采用的CWT方法有更好的结果。

2 小波包变换方法

2.1 小波包基展开原理

把信号按正交小波包基展开的理论是经Mickerhausser等人^[6,7]最近提出的,它是将信号按照正交的小波包基函数展开,即

$$f(t) = \sum_{\substack{I_s, f \in P \\ p \in Z}} C_{f,p}^s 2^{-s/2} W_f(2^{-s}t - p), \quad C_{f,p}^s = 2^{-s/2} \int f(t) \overline{W_f(2^{-s}t - p)} dt \quad (2)$$

$\{2^{-s/2}W_f(2^{-s}t - p), I_s, f \in P, p \in Z\}$ 称作正交小波包基,其中 I_s, f 为指标集, $I_s, f = \{2^s f, 2^s f + 1, \dots, 2^s(f+1) - 1\}$ 。若把整个非负整数 Z_+ 按 I_s, f 的形式进行划分,形成对 Z_+ 不交不漏的覆盖,则可有任意多种不同的划分。把任意一个这样的划分记作 P ,则 $\{2^{-s/2}W_f(2^{-s}t - p) | I_s, f \in P, p \in Z\}$ 都构成 $L^2(R)$ 的一个标准正交基,即称作小波包基。这些基包括通常的小波正交基、类(STFT)基, Walsh基等。

小波包正交变换(2)式就是将信号展开成小波包基函数 $2^{-s/2}W_f(2^{-s}t - p)$ 的正交迭加。这一点如同Fourier级数分解把信号展开成正弦波或余弦波的正交迭加一样。所不同的是小波包基在时域和频域是非常局部化的,能够反映信号的局部时频特征信息,并且每一小波包基函数 $2^{-s/2}W_f(2^{-s}t - p)$ 是通过基函数 $W_f(t)$ 进行尺度二进伸缩 2^{-s} 和时间平移 p 而得到的。 W_f 是在时域和频域里局部化的波形, f 与其振荡次数有关。这些小波窗函数 $2^{-s/2}W_f(2^{-s}t - p)$ 在时间-频率(尺度)平面对应着不同形状的矩形窗口,这些窗口面积是相同的,但受海森堡(Heisenberg)测不准关系的制约不能够任意小,即时间和频率上的分辨率不可能同时很高。随尺度 s 的变化,窗口形状改变,即时间和频率分辨率发生改变。当尺度 s 增大时,窗口“变窄”,时间分辨率提高而频率分辨率降低;当 s 减小时,窗口“变宽”,时间分辨率降低而频率分辨率提高。变换式(2)的系数 $C_{f,p}^s$ 大小反映了基函数 $2^{-s/2}W_f(2^{-s}t - p)$ 对应的时频窗口上的能量强弱,小波包分解变换能够根据电磁散射波的不同尺度特征自动调整尺度参数 s ,使在时间和频率的分辨大小之间进行权衡,自适应地对电磁散射波作时频刻划,适合于其多尺度机制的表示。

2.2 离散小波包分解快速算法

设有电磁波信号的 N 个离散采样,Wickerhauser等人^[6,7]提出了计算小波包分解(2)式的系数 $\{C_{f,p}^s\}$ 的快速递推算法称离散小波包变换,而不需计算(2)式中的积分,其复杂度仅为 $O(N \log N)$,与FFT一样快。算法过程是将原始采样信号取作 $C_{0,p}^0 (1 \leq p \leq N)$,然后按照下面

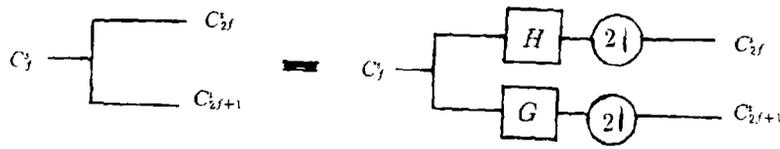


图 1 小波包分解变换的树形表示符的含义

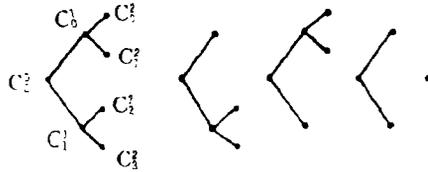


图 2 深度为 2 时所有可能的小波包分解变换所对应的二叉树形状

的递推公式进行迭代：

$$\left. \begin{aligned} C_{2f,p}^{s+1} &= \sum_n hn \cdot C_{f,2p+n}^s, \\ C_{2f+1,p}^{s+1} &= \sum_n gn \cdot C_{f,2p+n}^s, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

或简写成

$$\left. \begin{aligned} C_{2f}^{s+1} &= H\{C_f^s\}, \\ C_{2f+1}^{s+1} &= G\{C_f^s\}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

这里 H, G 分别称作低通和高通滤波器， $\{hn\}, \{gn\}$ 为相应的低通和高通脉冲响应，其值在文献 [8] 中给出，我们也可以图 1 的符号来表示上面的分解过程。

上述分解公式 (3) 或 (4) 的第一项即对原始信号 C_0^0 作了低通滤波，第二项作了高通滤波后再隔点取样，得到两个分解结点 C_0^1, C_1^1 ，数据量为原来的一半，对这两个子女结点又可施行上面的同样手续一直做下去，得到一个分解二叉树。上面的每次分解，频带分细，即频率分辨率提高，而采样间隔增加一倍，时间分辨率降低，分解二叉树的叶结点的系数值 $C_{f,p}^s$ 对应信号不同的时间分辨率和频率分辨率单元上的能量大小。图 2 画出了深度为 2 时的所有可能小波包分解二叉树。

2.3 最佳小波包基的选取

在深度相同时，信号的小包基分解，有许多种形式，也就是对应着不同的分解二叉树，图 3 画出了深度为 3 时的几种不同分解基。

(a) 是类 STFT 分解，亦称水平基或子带基分解，它每次分解时均把频带分半，最后分解二叉树叶结点所对应的时间分辨或频率分辨率都一样，这与 STFT 分解基类似；

(b) 即是通常所说的标准正交小波基分解，它每次只对分解的低频分量再作分解变换；

(c) 是任意小波包基分解。可见小波包基库中包含有众多的正交基，但并非所有的正交基都适合于信号的性态，必须在所有的正交基中找出最好的正交基，使信号在其上的表示最能体现信号的时频特性，这样的正交基称最佳基。Coifman 等人 [7] 依据最小熵原理提出了确定最佳基的快速算法，可以根据信号的非平稳性自适应地选取分解二叉树的形状，使叶结点所对应的时间和频率分辨率大小相互折衷以最佳地与信号的非平稳性相区配，可详见文献 [7] 的算法描述。

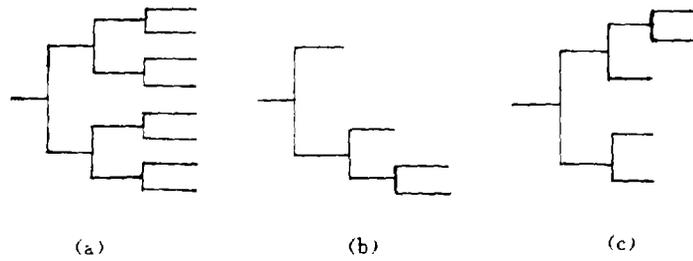


图3 深度为3时的几种小波包正交基分解
(a)类 STFT 分解, (b)小波分解, (c)任意小波包基分解

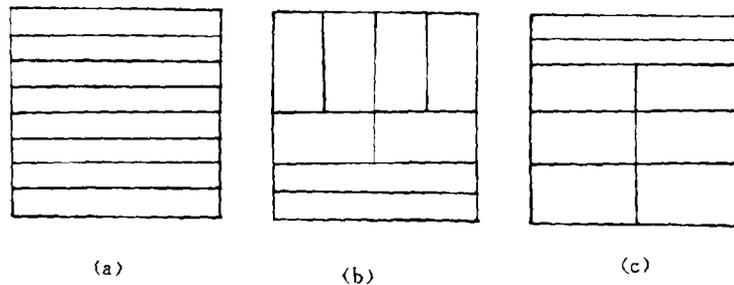


图4 图3所示的几种小波包正交基在相平面上的窗口形状

3 小波包变换用于电磁波的时频表示

3.1 信号的相平面表示

任意一个小波包正交基都对应着时-频相平面的一个覆盖,任意一个正交基的分解结果都可以在时-频相平面上表示出来,分解二叉树的叶结点所对应的基函数 $2^{-s/2}W_f(2^{-s}t-p)$ 决定相平面上相应的窗口大小,系数值 $C_{f,p}^s$ 表示在该窗口上信号能量的大小,作图时用相应的灰度级来表示。与任何时频表示方法一样,小波包方法同样受海森堡测不准原理的制约,即在相平面上的时间和频率分辨率 $\Delta t \times \Delta f$ 不能同时任意小。对不同的正交基,相平面被分解成 N 个窗口面积相同的矩形窗口,但是窗口形状是不同的,窗口越窄,表明时间分辨率越高而频率分辨率越低,反之窗口越宽,时间分辨率低而频率分辨率高,图4是图3所示的几种正交基分解所对应的相平面中的窗口形状(假定 $N=8$)。

3.2 模拟信号表示

下面是对一些典型模拟信号的分析结果,示于图5。(a)是一 δ 脉冲信号,在时域持续极短而充满整个频率轴,即在相平面上为一垂直线;(b)是正弦信号 $\sin(200\pi t)$,在相平面上表现为 $f=100\text{Hz}$ 的水平线;(c)是变频信号 $\sin(100\pi t^2)$,其瞬时频率为 $f=50t$.在相平面上为斜率是50的直线;(d)是调频信号 $\sin(500\pi t + 20\sin 20\pi t)$,其瞬时频率为 $f=250 + 200\cos t$,即为一余弦曲线。

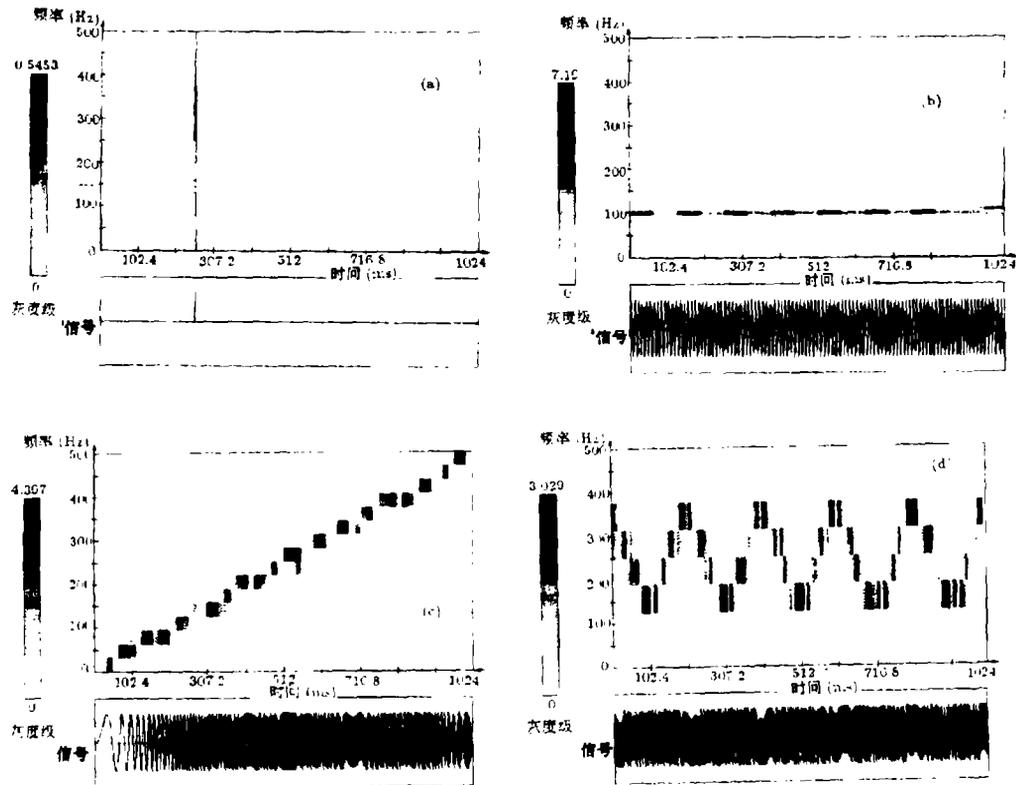


图5 几类典型模拟信号的小波包时频分析

(a) 时域脉冲信号, (b) 正弦信号 $\sin(200\pi t)$, (c) 变频信号 $\sin(100\pi t^2)$, (d) 调频信号 $\sin(500\pi t + 200\sin 20\pi t)$

3.3 实际电磁波散射数据处理结果

图6是对实际测得的电磁波散射数据所做的处理结果。在电磁散射信号的早时部分包含了高频成分,即散射目标的不连续突变,这时小波包变换自动采取短时窗以较高的时间分辨率对其聚焦,而在晚时部分信号变化平稳频率分辨率相对提高。在相平面上极清楚地表示出了信号的这种多尺度机制。为便于比较,我们用H.Kim和H.Ling所采用的连续小波变换和STFT作了处理,结果示于图7,此时公式(1)中的窗函数 h 取成Kaiser-Bessel窗。可见尽管他们包含了较丰富的信息,但不如小波包表示那样简洁清楚。

4 总 结

本文采用最新的小波包变换技术(WPT)对电磁波散射数据进行了分析,相对于文献[2-4]所采用的连续小波变换(CWT)技术,主要具有下面优点:

(1) WPT是个正交变换,它所提供的信息是无冗的,不象CWT所提供的信息冗余度很大,在时频相平面上不易分析。如正弦波若采用CWT表示在相平面是一锥形的带,如图8所示,而用WPT表示则是一条很细的线(见图5(b)),与理论结果更接近。

(2) 从算法的复杂度来讲, WPT变换是快速变换,复杂度如同FFT,而CWT计算量是很大的,随尺度变化急剧增加^[5],不能实时运算。

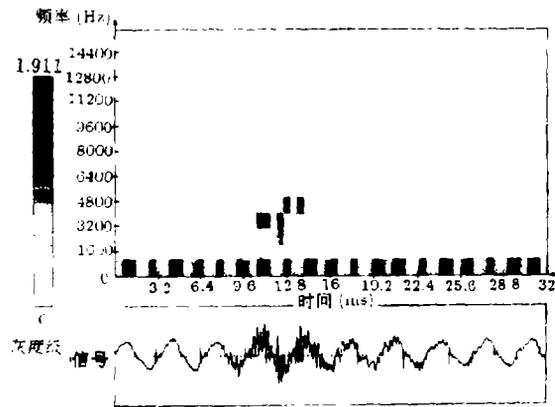


图 6 实际电磁波散射数据的小波包时频分析

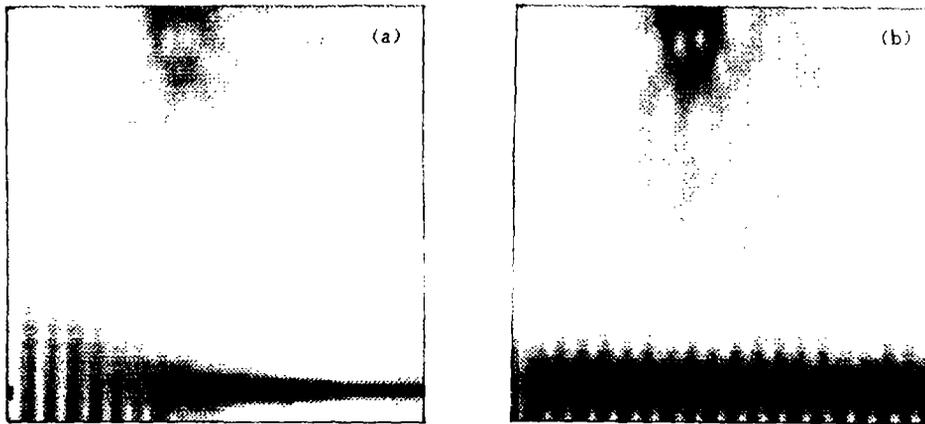


图 7 采用 CWT 和 STFT 的时域分析
(a)CWT, (b)STFT

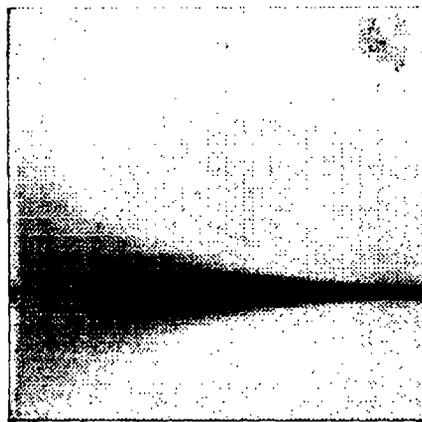


图 8 正弦信号的 CWT 和 STFT 表示

因此, 从上面的意义上来讲, 我们可以说本文采用了与文献 [2-4] 不同的小波方法, 对其作了改进和发展, 同时也为小波分析方法在时变电磁场中进一步应用提供了新的途径。

致谢 感谢耿中行博士为本文绘制了部分插图。

参 考 文 献

- [1] Flandrin P, *et al.* IEEE Trans. on ASSP, 1990, ASSP-38(2): 350-352.
- [2] Kim H, Ling H. IEEE Trans. on AP., 1993, AP-41(2): 200-207.
- [3] Ling H, Kim H, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1992, 2(4): 140-142.
- [4] Kim H, Ling H, Electron. Lett., 1992, 28(3): 279-280.
- [5] Grossmann A, *et al.* Reading and Understanding Continuous Wavelet Transforms, in Wavelets, Time-Frequency Methods and Phase Space. J. Combes, *et al eds.*, Proceedings of the International Conference, Marseille, France: Springer Verlag, 1987, 2-20.
- [6] Wickerhauser M V. Lectures on Wavelet Packet Algorithms, Preprint, Washington University, St. Louis, Missouri: 1991.
- [7] Coifman R, Wickerhauser M V. IEEE Trans. on IT, 1992, IT-38(2): 713-718.
- [8] Daubechies I. Commun. Pure and Appl. Math. 1988, 41: 909-996.

WAVELET PACKET ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC BACKSCATTERING DATA

Wang Yuping Cai Yuanlong Peng Yuhua

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract An analysis of electromagnetic backscattering data using Wavelet Packet Transform (WPT) is presented. Due to its adaptive multiresolution property, WPT is well adapted to resolve the multiscale features of backscattering data. In particular, with respect to the consequence of analysis and computational complexity, WPT results in a better representation of backscattering data over Continuous Wavelet Transform (CWT) which was employed by H. Kim, H. Ling (1992, 1993). So WPT method makes a contribution to the time-frequency analysis of the electromagnetic wave. Furthermore, it is shown that WPT method offers a new approach for the further application of wavelet to instantaneous magnetic field.

Key words Electromagnetic wave, Wavelet packet transform, Continuous wavelet transform, Scattering

王玉平: 男, 1968 年生, 博士生, 现从事通信与电子系统专业方面的研究.

蔡元龙: 男, 1928 年生, 教授, 博士生导师, 现从事通信与电子系统方面的教学和研究工作.

彭玉华: 女, 1966 年生, 博士, 现从事电磁场与微波技术方面的研究.