第 19 卷 第 1 期
1997 年 1 月
电 子 科 学 学 刊
JOURNAL OF ELECTRONICS
Vol.19 No.1
Jan. 1997

平面分层媒质中二维非均匀结构电磁散射的研究 [1]

王卫延　　张守融

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘　要　本文研究埋藏在平面分层媒质中的二维非均匀结构的电磁散射分析方法和散射特性。在推导平面分层介质中电流丝辐射的 Green 函数的基础上，建立非均匀结构相对于分层媒质的等效电流所产生散射场的电场积分方程，进而在离散的条件下求解。利用文中提出的方法，对于不同介质目标的散射进行了计算，并比较了埋藏深度、周围介质、分层结构等因素对埋藏目标散射特性的影响。

关键词　电磁散射，平面分层介质，二维非均匀结构，埋藏目标

中图号　O441

1 引　言

研究平面分层损耗媒质中非均匀结构的电磁散射的重要性，在于可以用它来模拟大地遥感、城市建设以及工业生产中的许多无损探查检测问题，而在微波和光学器件设计上也有意义。对多分层结构的研究拓宽了以往半空间中不均匀体电磁散射的模型，可以模拟更多的实际问题。在以下的分析中，我们仅对 TM 极化问题进行讨论。文章由以下几部分组成：首先推导平面分层媒质中电流丝辐射的 Green 函数；进而建立并求解分层媒质中等效电流产生散射场的电场积分方程；最后计算分析不同的非均匀埋藏介质体的散射特性。

2 平面分层媒质中的二维 Green 函数

如图 1 所示， N 个平行分界面 $z_1,z_2,\cdots z_N$ 把空间分成了 $N+1$ 个平面分层区域 $\Delta z_0,\Delta z_1,\Delta z_2,\cdots\Delta z_N$ 。我们取界面 $z_1=0$ ，并假设第 0 区域 Δz_0 为自由空间，波数为 k_0 ；其余各媒质层中的波数为 $k(z)=k_n,\ z\in\Delta z_n$ ，它可以是复数。当第 l 层媒质 (x',z') 中，有 y 方向单位电流丝 $\delta(x-x')\delta(z-z')\,\hat{y}$ ，那么在空间中的电场 $E_y(x,z)$ 将满足以下的波动方程：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2(z)\right)E_y(x,z)=-i\omega\mu_0\delta(x-x')\delta(z-z'). \tag{1}$$

对变量 x 作 Fourier 变换，

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2(z)-\alpha_x^2\right)\widetilde{E_y}=-i\omega\mu_0\frac{\exp(-i\alpha_x x')}{\sqrt{2\pi}}\delta(z-z') \tag{2}$$

[1] 1995-01-23 收到， 1996-03-01 定稿
国家自然科学基金资助项目

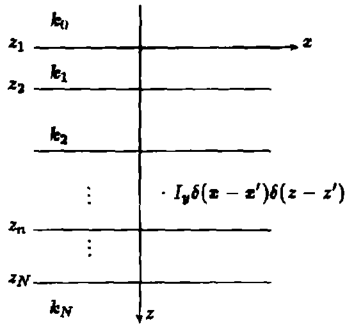


图 1 分层媒质中的电流丝

转化为一维波动方程。说明一维空间场 $\widetilde{E}_y(z)$ 是由 $z=z'$ 层面的面电流 $\frac{\exp(-i\alpha_x x')}{\sqrt{2\pi}}$ 支持的。从电路观点看，这个面电流带动着两个并联负载，这就是 $z=z'$ 层面的向下输入阻抗 $Z_{\rm inx}(z')$ 和向上输入阻抗 $Z_{\rm ins}(z')$，分别定义为

$$Z_{\rm inx}(z')=\widetilde{E}_y(z'^+)/-\widetilde{H}_x(z'^+),\qquad Z_{\rm ins}(z')=\widetilde{E}_y(z'^-)/\widetilde{H}_x(z'^-),$$

其中 z'^- 和 z'^+ 分别是 $z=z'$ 的上下侧面。借助于描述不同层面切向场之间联系的级联矩阵 [1]，$Z_{\rm inx}(z')$ 和 $Z_{\rm ins}(z')$ 分别可以用第 N 区域的波阻抗 W_N 和第 0 区域的波阻抗 W_0 来表示，这就是

$$Z_{\rm inx}(z')=\frac{A_{z'^+,z_N}\,W_N+B_{z'^+,z_N}}{C_{z'^+,z_N}\,W_N+D_{z'^+,z_N}},\qquad Z_{\rm ins}(z')=\frac{A_{z'^-,z_1}\,W_0+B_{z'^-,z_1}}{C_{z'^-,z_1}\,W_0+D_{z'^-,z_1}},\tag{3}$$

式中系数 A,B,C,D 分别是级联矩阵的元素，其下标表示相关的两个层面，它们的具体含义是

$$\begin{pmatrix}\widetilde{E}_y(z'^+)\\-\widetilde{H}_x(z'^+)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A_{z'^+,z_N}&B_{z'^+,z_N}\\C_{z'^+,z_N}&D_{z'^+,z_N}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\widetilde{E}_y(z_N)\\-\widetilde{H}_x(z_N)\end{pmatrix},\tag{4a}$$

$$\begin{pmatrix}\widetilde{E}_y(z'^-)\\\widetilde{H}_x(z'^-)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A_{z'^-,z_1}&B_{z'^-,z_1}\\C_{z'^-,z_1}&D_{z'^-,z_1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\widetilde{E}_y(z_1)\\\widetilde{H}_x(z_1)\end{pmatrix}.\tag{4b}$$

根据切向电场和切向磁场的边界条件，可以确定 $z=z'$ 的两个侧面 $z'^{\pm}$ 上的切向场：

$$\widetilde{H}_x(z'^+)=\frac{Z_{\rm ins}(z')}{Z_{\rm ins}(z')+Z_{\rm inx}(z')}\frac{\exp(-i\alpha_x x')}{\sqrt{2\pi}},\tag{5a}$$

$$\widetilde{H}_x(z'^-)=\frac{-Z_{\rm inx}(z')}{Z_{\rm ins}(z')+Z_{\rm inx}(z')}\frac{\exp(-i\alpha_x x')}{\sqrt{2\pi}},\tag{5b}$$

$$\widetilde{E}_y(z'^+)=\widetilde{E}_y(z'^-)=\frac{-Z_{\rm ins}(z')Z_{\rm inx}(z')}{Z_{\rm ins}(z')+Z_{\rm inx}(z')}\frac{\exp(-i\alpha_x x')}{\sqrt{2\pi}}.\tag{5c}$$

$z'^{\pm}$ 两侧面的场确定后，利用 z' 层面与上下任意层面间的级联矩阵，能给出任意层面的场，其中 $\widetilde{E}_y(z)$ 可表示为

$$\widetilde{E}_y(z)=G_z(z,z',\alpha_x)\exp(-i\alpha_x x')/\sqrt{2\pi},\tag{6}$$

其中 $G_z(z,z',\alpha_x)$ 具体为

$$G_z(z,z',\alpha_x)=\begin{cases}(D_{z'-,z_1}\ Z_{\text{ins}}(z')-B_{z'-,z_1})e^{i\alpha_{0z}(z_1-z)}\dfrac{-Z_{\text{inx}}(z')}{Z_{\text{ins}}(z')+Z_{\text{inx}}(z')}, & (z\le z_1);\\ (D_{z'-,z}\ Z_{\text{ins}}(z')-B_{z'-,z})\dfrac{-Z_{\text{inx}}(z')}{Z_{\text{ins}}(z')+Z_{\text{inx}}(z')}, & (z_1\le z\le z');\\ (D_{z'+,z}\ Z_{\text{inx}}(z')-B_{z'+,z})\dfrac{-Z_{\text{ins}}(z')}{Z_{\text{ins}}(z')+Z_{\text{inx}}(z')}, & (z'\le z\le z_N);\\ (D_{z'+,z_N}\ Z_{\text{inx}}(z')-B_{z'+,z_N})e^{i\alpha_{Nz}(z-z_N)}\dfrac{-Z_{\text{ins}}(z')}{Z_{\text{ins}}(z')+Z_{\text{inx}}(z')}, & (z>z_N);\end{cases}$$

式中 B,D 同样是联系不同层面场量的级联矩阵的元素，其下标是两个相应的层面。再对 (6) 式作逆 Fourier 变换，便得到分层媒质中电流丝辐射电场的 Green 函数，在形式上它写为

$$\begin{aligned}G(x,z,x',z')=E_y(x,y)&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\widetilde{E}_y(z)\exp(i\alpha_x x)\mathrm{d}\alpha_x\\&=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}G_z(z,z',\alpha_x)\cos(\alpha_x(x-x'))\mathrm{d}\alpha_x.\end{aligned}\tag{7}$$

(7) 式给出了平面分层媒质中电流丝辐射电场的 Green 函数。已经验证，当仅有两层媒质时，它具有与以往作者 [2-4] 推导的半空间媒质的二维 Green 函数一致的形式。

3　平面分层媒质中二维非均匀结构散射的电场积分方程

我们研究 TM 波 (对入射平面而言) 照射到包含有二维非均匀结构的平面分层媒质时的电磁散射问题。假设二维非均匀结构沿 y 方向均匀，波数 $k(z)$ 和 $k_1(x,z)$ 分别描述分层媒质中没有或有非均匀结构时空间各点的介质特性。当电场矢量与 y 方向平行的 TM 入射波 $(\boldsymbol{E}^i(x,z),\boldsymbol{H}^i(x,z))$ 投射到分层媒质上，各媒质层中电场将仅有 y 分量。用 $E_y^i(x,z)$ 表示入射电场，$E_{0y}(x,z)$ 表示分层媒质的初始场 (即入射波照射到不包含非均匀结构的平面分层媒质时的总场分布)，$E_y(x,z)$ 和 $E_y^s(x,z)$ 则分别表示分层媒质中出现非均匀结构时相应的总电场和散射电场。引入差场 $\Delta E_y(x,z)=E_y(x,z)-E_{0y}(x,z)$，它有双重含义，既表示分层媒质中有或没有非均匀结构时总电场的差，也反映了相应的散射电场的变化。分层媒质中非均匀结构的散射问题可以在求解差场 $\Delta E_y(x,z)$ 的基础上完成。这是由于初始场和总电场分别满足：

$$(\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial z^2+k^2(z))\ E_{0y}(x,z)=0,$$

$$(\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial z^2+k_1^2(x,z))\ E_y(x,z)=0.$$

所以差场 $\Delta E_y(x,z)$ 将满足二维非齐次波动方程：

$$\begin{aligned}&(\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial z^2+k^2(z))\ \Delta E_y(x,z)=-i\omega\mu_0\ J_y(x,z),\\&J_y(x,z)=[1/(i\omega\mu_0)](k_1^2(x,z)-k^2(z))\ E_y(x,z).\end{aligned}\tag{8}$$

(8) 式说明当平面分层媒质中出现非均匀结构后，差场 $\Delta E_y(x,z)$ 是由非均匀结构相对于分层媒质产生的等效电流 $J_y(x,z)$ 在这平面分层媒质中支持的。显然等效电流 $J_y(x,z)$ 仅分布在非均匀结构出现的区域 S 上。

对比 (8) 式与 (1) 式，我们可以用 (7) 式导出的平面分层媒质中的二维 Green 函数，建立差场的积分方程：

$$\Delta E_y(x,z)=\frac{1}{i\omega\mu_0}\int\int_S G(x,z,x',z')(k_1^2(x',z')-k^2(z'))E_y(x',z')\mathrm{d}\,\mathrm{S}';$$

并进一步得到

$$E_y(x,z)-\frac{1}{i\omega\mu_0}\int\int_S G(x,z,x',z')(k_1^2(x',z')-k^2(z'))E_y(x',z')\mathrm{d}\,\mathrm{S}'=E_{0y}(x,z). \tag{9}$$

应用不同的数值方法可以对 (9) 式的积分方程求解，并由此给出所要求区域各点的总场或散射场。

4 数值分析和模拟计算

我们采用脉冲基-点匹配的矩量方法做数值分析。把出现非均匀结构的区域划分成 M 个充分小的矩形单元 s_m，(x_m,z_m), $m=1,2,\cdots M$, 表示每个单元的中心位置，可以合理地认为在每个单元内的场量和电参数是均匀的。首先在区域 S 内的所有点对积分方程 (9) 式匹配，建立并求解关于非均匀区域内总电场的线性方程组：

$$E_y(x_n,z_n)+\sum_{m=1}^{M}\frac{k_1^2(x_m,z_m)-k^2(z_m)}{-i\omega\mu_0}\iint_{s_m}G(x_n,z_n,x',z')\mathrm{dS}'E_y(x_m,z_m)=E_{0y}(x_n,z_n),$$
$$n=1,2,\cdots M.$$

得到 S 区域内的总电场后，再按要求依次计算出不同场点的总电场或散射场。需要指出的是，在计算 $G_{nm}=\int\int_{s_m}G(x_n,z_n,x',z')\mathrm{dS'}$ 时，会涉及到 α_x 的取值范围和在小域 s_m 上的积分。我们采用以下公式做近似计算：

$$G_{nm}=\begin{cases}\dfrac{\Delta x\Delta z}{\pi}\displaystyle\int_0^{pk_0}G_z(z_n,z_m,\alpha_x)\cos(\alpha_x(x_n-x_m))\frac{\sin(\alpha_x\Delta x/2)}{\alpha_x\Delta x/2}\,\mathrm{d}\alpha_x, & (|z_n-z_m|\ge q\Delta z);\\[2ex] \dfrac{\Delta x}{\pi}\displaystyle\int_0^{pk_0}\int_{\Delta z_m}G_z(z_n,z',\alpha_x)\,\mathrm{d}z'\cos(\alpha_x(x_n-x_m))\frac{\sin(\alpha_x\Delta x/2)}{\alpha_x\Delta x/2}\,\mathrm{d}\alpha_x, & (|z_n-z_m|<q\Delta z);\end{cases}$$

其中 pk_0 是 α_x 的取值上限，一般当 $p\ge 2\sqrt{|\epsilon_{\max}|}$ 时，可以满足计算的精度，这里 $\epsilon_{\max}$ 是各层媒质中最大的复介电常数；$q\Delta z$ 是做简化计算的一个判据，通常我们取 $q=5\sim 10$ 。

应用所提出的方法，对不同的非均匀介质目标在分层媒质中的散射特性做数值分析。我们用包含二维非均匀结构的三界面四层平面分层损耗媒质模型，来模拟地下介质管道的电磁散射问题，如图 2(a) 所示。三个界面的位置 z_1,z_2,z_3 分别为 0, 0.3m, 6.2m ；四层媒质中的波数分别为 k_0，$k_1=(3+i0.06)k_0$，$k_2=(20+i6)k_0$，$k_3=(20+i30)k_0$ ；非均匀区域的截面 S 是一个边

长为 1.8m 的正方形，S 内各点的波数 $k(x,z)$ 随位置变化。为了便于计算和比较不同的实例，使非均匀区域 S 分成 I 、 II 、 III 、 IV 、 V 五个部分，并使它们全部被包围在第 2 层媒质中，如图 2(b) 。计算中，采用 TM 极化平面波照射分层媒质，波长选作 10m ，并可以改变入射角 θ 。为了分析目标的散射特性，我们将通过计算给出目标上方 $z=-1\mathrm{m}$ 处 (在第 0 区域) 的总电场。

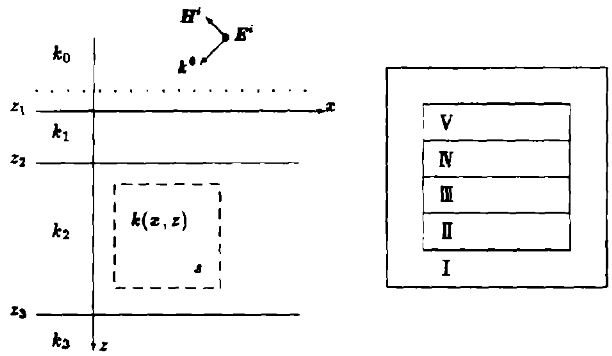
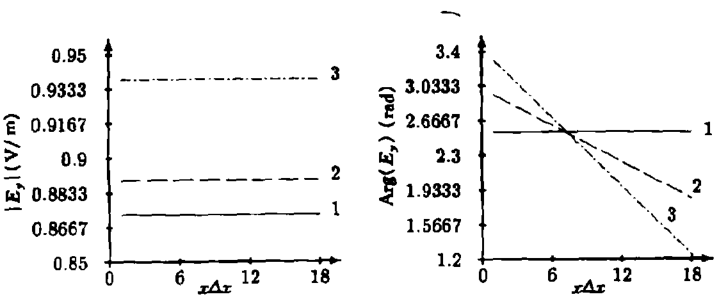
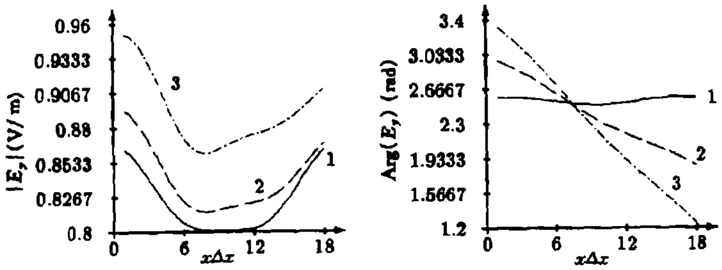


图 2　(a) 分层媒质中的非均匀结构，(b) 非均匀结构的分区



(a) 电场的振幅　　　　(b)电场的相位

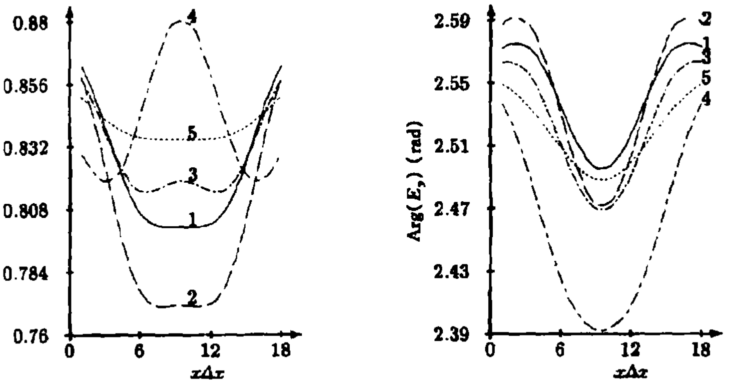
图 3　没有非均匀结构时分层媒质对不同角度入射平面波散射的地上总电场



(a) 电场的振幅　　　　(b)电场的相位

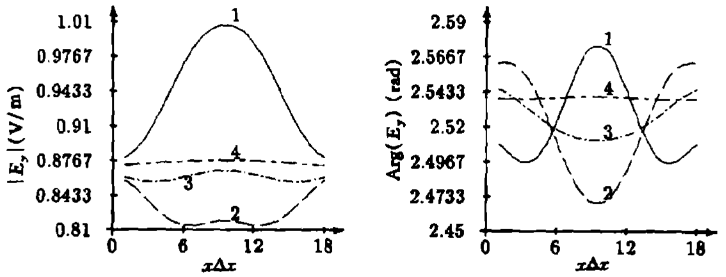
图 4　存在非均匀结构时分层媒质对不同角度入射平面波散射的地上电场

图 3 和图 4 比较了分层媒质中没有或有介质管道，对于不同角度的入射平面波的散射，其中曲线 1,2,3 对应的入射角分别是 0°， 10° 和 20°。可以看到在没有异物时，无论以什么角度照射，各点电场的振幅均匀，相位呈线性规律分布；出现异物后，场的振幅和相位都会发生变化。在垂直照射下，对称目标导致了对称的场分布。对应图 4， S 域的 I 区模拟地下管道，波数 $k(x,z)=(25+i3)k_0$ ； II~V 区模拟管道内部的空气，波数 $k(x,z)=k_0$ 。



(a) 电场的振幅 (b) 电场的相位

图 5 分层媒质中地下管道内水面升降对垂直入射平面波散射的地上电场



(a) 电场的振幅 (b) 电场的相位

图 6 分层媒质中不同深度的地下管道对垂直入射平面波散射的地上电场

图 5 比较了垂直照射下，上例的地下管道中水的液面上升引起地上电场的变化。曲线 1~5 分别与管道中没有水、水面上升到 II 、 III 、 IV 、 V 区对应。可以见到，随着水面升降，地上电场会有很大变化，但这变化并不一定是单调的。水中波数取 $k(x,z)=(80+i3)k_0$ 。

图 6 是目标在媒质层不同深度时，地面上电场的变化。模拟的管道目标同前，管道中 II 、 III 区是水， IV 、 V 区是空气。曲线 1~4 分别对应于管道处于地下 0.5m 、 1m 、 2m 和 4m 。由于地层都具有一定的损耗，有些甚至很大，所以当目标很深时，地面上的电场变化不大。这可以通过对比图 6 的曲线 4 和图 3 的曲线 1 见到。

计算表明，地面上电场的分布是受到多种因素影响的。这包括入射波的入射角、分层媒质的电参数、几何参数，以及地下目标的尺度、埋藏深度和非均匀电参数的分布。通过测量地面上的场，可以判断较浅地下目标的存在。但是在没有其它任何先验条件的情况下，仅从地上电场的分布规律，是很难具体地描述地下的非均匀目标，这是需要借助逆散射理论才能确定的。

参 考 文 献

[1] 杨弃疾，电磁场理论 (上册)，北京，高等教育出版社，1992 年，第三章.

[2] Wait J R. Electromagnetic Waves in Stratified Media, Oxford: Pergamon Press, 1970, Ch.2.

[3] Chiu C-C, Kiang Y-W, Inverse scattering of a buried conducting cylinder. Inverse Problems, 1991, 7(1): 187–202.

[4] 鲁 述，徐鹏根. 电磁场边值问题解析方法. 武汉：武汉大学出版社，1992，第二章.

A STUDY ON DIRECT EM SCATTERING OF 2-DIMENSIONAL INHOMOGENEITIES BURIED IN A LOOSY STRATIFIED MEDIUM

Wang Weiyan　　Zhang Shourong

(*Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing* 100080)

Abstract Direct TM-Scattering problem of two-dimensional inhomogeneities buried in a loosy stratified medium is presented. Analysis work mainly consists of two parts: one is to derivate the Green's function of a filament buried in a loosy stratified medium, another is to constitute a electric field integral equation of an equivalent current caused by the differences between the inhomogeneities and the stratified medium. Based on these works, illustrative numerical results are given to model inhomogeneous underground tubes embedded in a stratified medium, and to describe the scattering field affected by different factors such as permittivity distribution, dimension and buried depth of the inhomogeneities and so on.

Key words EM scattering, Stratified medium, 2-D inhomogeneities, Buried objects

王卫延：　男，1947 年生，副研究员，从事电磁散射、逆散射及微波成象的研究.

张守融：　男，1942 年生，副研究员，从事电磁散射、逆散射及微波成象的研究.