## July 2003

## 考虑互耦影响下的 DOA 估计算法 1

孙长果 態 兵 张晓丽\* 张进民 黄际英

(西安电子科技大学天线与电磁散射研究所 西安 710071) \*(大唐电信科技产业集团 TD-SCDMA 研究开发部 北京 100083)

摘 要 研究了考虑互耦情况下的 DOA 估计算法— MUSIC 算法,互耦改变了阵列响应矢量和接收信 号相干矩阵的特征值结构,因此影响了 DOA 估计的精度。用矩量法计算了由半波振子阵列的单元之间的 互耦,通过得到的阻抗矩阵来估计互耦的影响.最终给出了计算机仿真的结果.

互耦, DOA 估计, MUSIC 算法, MOM

中图号 TN911.23

## 1概述

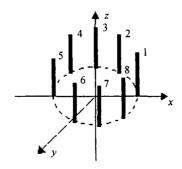
互耦是阵列天线固有的特征, 由于各单元之间通过空间电磁场的相互作用和影响, 发生电磁 耦合效应,特别是当单元间距较小的时候,耦合作用表现得很强烈。对高性能阵列天线来讲互耦 效应的研究是必不可少的,例如超低副瓣天线、相控阵天线以及自适应天线等, MUSIC(Multiple Signal Classification) 算法是一种高分辨率的 DOA(Direction-of-Arrival) 估计算法, 通过对接收 信号相干矩阵的特征结构进行处理, 得到来波方向的信息.

互耦改变了阵列响应矢量,因此接收信号相于矩阵的特征值结构也改变了,所以影响了 DOA 估计的精度。Gupta[1] 建立了阵列天线的等效网络模型,通过阵列天线的互阻抗矩阵来表征互 耦, 计算互阻抗矩阵的方法因阵列单元的不同而异, 以半波振子为例, 感应电动势 (EMF) 法和 矩量法  $(MoM)^{[1-4]}$  是比较常用的两种方法。前者的特点是解析的形式,但是计算的精度不如后 者; 而矩量法是一种经典的数值计算方法, 在电磁计算中已经广泛应用。

本文首先用矩量法计算了由半波振子阵列的单元之间的互耦、再通过得到的阻抗矩阵来估 计互耦的影响。结果表明,互耦对 MUSIC 算法的影响不容忽略。

#### 2 阵列模型及其矩量法分析

假设一个 8 单元的圆形阵列, 单元间距为 0.5 个波长, 振子为中间馈电形式. (如图 1 所 示),在传统的互耦分析文献中,人们并没有考虑各单元上电流分布的差异,而认为各单元上电 流分布规律相同[1,2],这样降低了得到的互阻抗矩阵的精度, $Sarkar^{[3]}$ 提出了对阵列的全波分 析,得到了广义阻抗矩阵,本文就是利用矩量法对整个阵列进行建模,得到8单元之间的广义 阻抗矩阵。





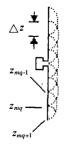


图 2 分段正弦基及分段情况

<sup>1 2001-09-18</sup> 收到、 2002-02-25 改回

基函数采用分段正弦基,如图 2 所示,表达式为

$$f_{mq}(z') = \begin{cases} \sin[k_0(z' - z_{m,q-1})] / \sin(k_0 \Delta z), & z_{m,q-1} \le z' \le z_{mq} \\ \sin[k_0(z_{m,q+1} - z')] / \sin(k_0 \Delta z), & z_{m,q} \le z' \le z_{m,q+1} \\ 0, & \sharp \dot{\Xi} \end{cases}$$
(1)

根据电磁场积分方程和矩量法,我们得到了矩量法表达形式:

$$\frac{j}{\omega\varepsilon_0} \sum_{m=1}^{M} \sum_{q=1}^{N} I_{mq} \int_{z_{n,p-1}}^{z_{n,p+1}} \int_{z_{m,q-1}}^{z_{m,q+1}} f_{np}(z) f_{mq}(z') \left[ \frac{\partial^2 G(z,z')}{\partial z^2} + k_0^2 G(z,z') \right] dz' dz$$

$$= \int_{z_{n,p-1}}^{z_{n,p+1}} f_{np}(z) E_z^i(z) dz \tag{2}$$

上式用一个简洁的方式表示就是:

$$[\mathbf{Z}_{np,mq}]_{MN\times MN}[\mathbf{I}_{mq}]_{MN\times 1} = [\mathbf{V}_{np}]_{MN\times 1}$$
(3)

其中 M 和 N 分别为每个单元的分段数和天线的单元数。 Z 就是含有互耦信息的广义阻抗矩阵。

#### 3 阵列等效模型和阵列信号描述

据 Gupta<sup>[1]</sup> 的接收等效网络模型  $^{[2]}$ : 将 N 元天线阵等效为 N+1 端口网络 (如图 3 所示)。于是各单元上的实际接收电压与开路电压的关系如下:

$$\begin{bmatrix} 1 + Z_{11}/Z_L & Z_{12}/Z_L & \cdots & Z_{1N}/Z_L \\ Z_{21}/Z_L & 1 + Z_{22}/Z_L & \cdots & Z_{2N}/Z_L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1}/Z_L & Z_{N2}/Z_L & \cdots & 1 + Z_{NN}/Z_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{01} \\ V_{02} \\ \vdots \\ V_{0N} \end{bmatrix}$$

$$(4)$$

这里的互阻抗矩阵就可以通过(3)式求得.

考虑互耦的修正,一种是对接收信号进行处理,从接收信号中恢复理想信号,由(4)式,可以得到修正后的接收信号为

$$V_0 = Z_0 V \tag{5}$$

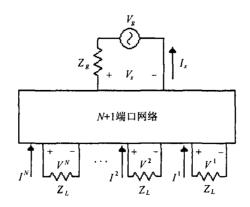


图 3 天线系统等效为 N+1 端口网络

考虑接收情况,假设有M个信号,共有N个阵列单元,于是接收信号可以写成:

$$V_0(t) = \sum_{m=1}^{M} S_m(t) b_m \tag{6}$$

其中  $S_m$  是第 m 个接收信号, 而  $b_m$  是各个单元的空间接收相位差:

$$\boldsymbol{b}_{m} = \begin{bmatrix} e^{jk\rho_{1}\cdot\boldsymbol{r}_{m}} \\ e^{jk\rho_{2}\cdot\boldsymbol{r}_{m}} \\ \vdots \\ e^{jk\rho_{N}\cdot\boldsymbol{r}_{m}} \end{bmatrix}$$
(7)

写成矩阵形式为

$$V_0(t) = BS(t) \tag{8}$$

在考虑互耦的情况下, 实际接收信号为

$$V(t) = Z_0^{-1} BS(t) (9)$$

如果加入各天线单元的噪声,则

$$V(t) = Z_0^{-1} BS(t) + n(t)$$
(10)

这样,基本上表示了天线系统接收信号的情况。

### 4 考虑互耦情况下的 MUSIC 算法

MUSIC 算法是一种子空间分离的算法 [5,6]. 其基本假设是信号源是互不相关的,噪声是相互独立的。假设噪声等的平均功率是  $\sigma^2$  ,于是,接收信号的协方差矩阵为 (为了方便,省略时间因子 t 和干扰信号):

$$R_{vv} = E[VV^{+}] = (B)R_{ss}(B)^{+} + \sigma^{2}I$$
(11)

考虑  $R_{vv}$  的特征向量和特征值:

$$R_{vv}e_n = \lambda_n e_n \tag{12}$$

解释: 因为  $R_{vv}$  包含 M 个互不相关的信号,因此,  $R_{ss}$  有 M 个非零特征值,也就是说,  $R_{vv}$  的 N 个特征值可以这样划分:  $\lambda_n > \sigma^2$ ,  $n=1,2,\cdots,M$  ,对应的特征向量张成信号空间;  $\lambda_n=\sigma^2$ ,  $n=M+1,M+2,\cdots,N$  ,对应的特征向量张成噪声空间。因此,最终得到的谱函数的形式为

$$P_{mu}(\theta) = 1/\|E_N^+ B\|^2 \tag{13}$$

其中  $E_N^+$  是  $R_{vv}$  的特征向量矩阵.  $P_{mu}$  在信号方向上形成峰值. 于是, 在考虑互耦的情况下, 接收信号受到互耦的影响, 其特征值结构发生变化, 于是最终得到的谱函数的形式也发生变化. 这就是互耦的影响.

一种修正互耦影响的方法是利用(5)式直接进行修正.还有一种是从最终谱函数的公式来修正,修正后的谱函数表达式为

$$P_{mu}(\theta) = 1/\|E_N^+ Z_0^{-1} B\|^2 \tag{14}$$

我们可以看出,第一种补偿是一种比较理想的情况,如果互阻抗矩阵可以精确的知道的话,只要对接收信号做一个矩阵计算就可以恢复出理想的信号.然而在实际情况下,除了互耦还有

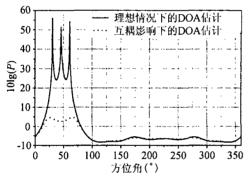
其他非理想因素、因此更好的办法是对这个非理想因素进行估计,得到一个矩阵  $C_0$ ,然后在算 法中进行补偿, 因此第二种补偿方式更受关注。

#### 5 仿真结果和结论

根据上述算法进行仿真、假设有 3 个用户的情况、噪声为高斯白噪声、图 4 是对 3 用户情 况进行仿真, 假设来波方向分别为 30°, 45°, 60°, 从仿真结果看, 互耦对 DOA 估计结果影 响很大、 45° 用户的来波没有估计出来,对 30° 和 60° 的来波估计精确度也很差,最大值落在 25°和65°,图5是前面讲过的2种补偿、直接恢复理想信号法(第一种补偿方法)如我们预料 的那样,和理想情况差不多,曲线基本重合(因为从仿真公式讲是一个等式),我们关心的是第 二种方法的性能,从图中看到,第二种方法也可以较好地补偿互耦带来的影响。

图 6 和图 7 是将来波角度间隔逐渐增大的仿真结果、图 6 中、来波角度分别为 30°, 60° 和 90°,在这个角度间隔的情况下,互耦的影响依然明显,虽然基本上可以判断 3 个用户,但 是效果很差。图 7 的来波角度增大到 50° 间隔 (30°, 80°, 130°), 这时, 虽然互耦影响依然 明显、但是对用户来波的判断基本上还是可以精确实现的。

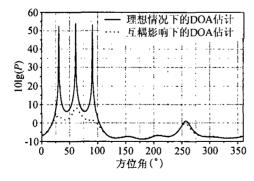
本文只是以 MUSIC 算法为例来研究互耦对 DOA 估计算法的影响, 实际上对于不同的 DOA 估计算法、互耦带来的影响未必相同、这也是将来研究的主要内容、另外、如何从复杂的接收 信号中得到阵列响应矢量、也越来越引起人们的注意。



60 50 理想情况下的DOA估计 - 第一种补偿方法 40 第二种补偿方法 (d) 30 20 20 10 0 150 50 100 200 250 300 350 方位角(\*)

图 4 2 种情况下的 DOA 估计 (30°,45°,60°)

图 5 2 种补偿算法比较



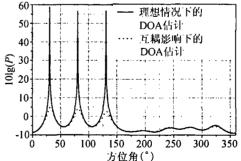


图 6 2 种情况下的 DOA 估计 (30°,60°,90°)

图 7 2 种情况下的 DOA 估计 (30°,80°,130°)

#### 参考文献

- I. J. Gupta, A. A. Ksienski, Effect of mutual coupling on the performance of adaptive arrays, IEEE Trans. on AP, 1983, AP-31(9), 785-791.
- [2] R. F. Harrington, 著, 王尔杰, 肖良勇等译, 计算电磁场的矩量法, 北京, 国防工业出版社, 1981 年, 73-88.
- [3] R. S. Adve, T. K. Sarkar, Compensation for the effects of mutual coupling on direct data domain adaptive algorithms, IEEE Trans. on AP, 2000, 48(1), 86-94.
- [4] J. A. G. Malherbe, Analysis of linear antenna array including the effects of mutual coupling, IEEE Trans. on Education, 1989, 32(1), 29-34.
- [5] C. C. Yeh, M. L. Leou, D. R. Ucci, Bearing estimations with mutual coupling present, IEEE Trans. on AP, 1989, AP-37(10), 1332-1335.
- [6] K. R. Dandekar, H. Ling, G. Xu, Effect of mutual coupling on direction finding in smart antenna applications, Electronics Letters, 2000, 36(22), 1889–1991.

# PERFORMANCE OF DOA ESTIMATION ALGORITHMS INCLUDING MUTUAL COUPLING

Sun Changguo Xiong Bing Zhang Xiaoli\* Zhang Jinmin Huang Jiying

(Institute of Antennas and Electromagnetic Scattering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

\*(Datang Telecom Technology & Industrial Group TD-SCDMA-Dept., Beijing 100083, China)

Abstract The effect of mutual coupling among array elements on the performance of MUSIC algorithm is investigated. The presence of mutual coupling distorts array response vector and the eigenstructure of the covariance matrix. The Method of Moment(MoM) is used to evaluate the mutual coupling among the dipoles. The admittance matrix is then used to eliminate the effects of mutual coupling. Finally, the results of computer simulation are given.

Key words Mutual coupling, DOAs estimations, MUSIC algorithms, MoM

- 孙长杲: 男,1974 年生,博士生,主要研究方向为移动通信系统中的智能天线技术、 CDMA 系统分析以及天线设计与测量等.
- 熊 兵: 男, 1977 年生, 硕士生, 主要研究方向为自适应天线算法、微带天线分析与设计等.
- 张晓丽: 女, 1963 年生,高级工程师,大唐电信 TD-SCDMA 基站射频部负责人,主要从事第三代移动通信 TD-SCDMA 标准制定和产品开发工作.
- 张进民: 男,1942 年生,教授,主要研究方向为天线设计、近场测量系统的研制与开发等.
- 黄际英: 女, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会会士, 主要从事随机媒质中电波传播与散射及其应用的研究工作.