

无线信道下 Turbo 码的信噪比估值新算法

吴湛击 孟德香 邹自明 吴伟陵

(北京邮电大学信息工程系 北京 100876)

摘 要: 该文基于高阶统计量的分析提出了用于 Nakagami- m 衰落信道下信噪比估值的新算法, 它比已有算法更加简单有效, 同时通过进行信噪比估值对 Turbo 码译码精度的灵敏性仿真测试证明了新算法的有效性。

关键词: Turbo 码, 信噪比估值与补偿, 高阶统计量分析, Nakagami 衰落信道

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)02-0181-03

A New SNR Estimator Applied to Turbo Codes in Wireless Channel

Wu Zhan-ji Meng De-xiang Zou Zi-ming Wu Wei-ling

(Dept of Info. Eng, Beijing Univ. of Post and Telecom., Beijing 100876, China)

Abstract A new algorithm is put forward on the basis of the higher order statistic analysis, and it is much simpler and more effective than the previous algorithm, and its validity is proved by the sensitivity simulation of SNR estimation to decoding quality of Turbo code.

Key words Turbo code, SNR estimation and compensation, Higher order statistic analysis, Nakagami fading channel

1 引言

在实践中, 信噪比估值算法在很多最优化的信号处理技术中都是必需的。例如目前已知的 Turbo 码的最优译码算法——最大后验概率(Maximum A Posteriori; MAP)需要知道信噪比^[1-6], 否则会带来一定的性能损失。当然对于 Max_Log_MAP 和软输出维特比算法(Soft Output Viterbi Algorithm, SOVA)这样的次优译码算法不需知道信噪比, 但是它们比 MAP 算法有 0.5dB 的信噪比损失。Nakagami- m 分布能够很好地描述无线信道的统计特性^[6,7], 并且由于其公式的简单性和普遍的适用性得到了广泛的关注, 因而成为无线信道仿真的公认的较好的数学模型。文献[8]基于低阶统计量的分析给出了信噪比估值的由二项式拟合的经验性公式, 但只能适用于高斯信道, 且能准确预测的信噪比范围有限。文献[9]同样基于低阶统计量的分析进一步推导了在 Nakagami 信道下的信噪比估值算法, 但是由于算式复杂只能用多项式拟合的方法得到近似解。本文根据高阶统计量的分析得出了信噪比估值的准确的解析表达式, 能准确预测的范围大大扩展了, 同时进行了信噪比估值对译码精度的灵敏性仿真对比测试, 证明了新算法的有效性。

本文的结构安排如下: 第 2 节, 信噪比估值的新算法; 第 3 节, Turbo 译码信道补偿估值算法及其对译码精度的灵敏性仿真对比测试; 最后是结论。

2 信噪比估值的新算法

首先假设 u 序列是信道编码后经过 BPSK 调制的等概独立的双极性比特 ($u \in \{-1, +1\}$), 它经历了大尺度的乘性干扰 μ 和小尺度的乘性干扰 a , 还有加性干扰 n ; 假设信道是经过充分交织的无记忆的平坦的 Nakagami 衰落信道, μ , a 和 n 之间独立分布, 可知信道特性由三元向量 $c = (\mu, m, \sigma)$ 描述; r 序列是在接收端采用了精确同步的相干解调后得到的, 对 r 序列进行统计分析得到信道补偿值 $Lc/2$ 并将两者相乘送入信道译码器中, 则 $r = a\mu u + n$ 。为简约起见, 文中将 r 称为 Nakagami 衰落随机变量。 μ 在相当长的统计时间内(如一个编码块)可以认为是常数, a 是均方归一化的参量为 m 的 Nakagami 分布的随机变量, n 是均值为零标准差为 σ 的高斯分布的随机变量, 则信噪比为 $Es/N_0 = \mu^2 E(a^2)/2\sigma^2 = \mu^2/2\sigma^2$ 。 a 的概率密度分布函数为

$$\text{pdf}(a) = \frac{2m^m a^{2m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-ma^2), \quad m > 0.5, \quad a > 0 \quad (1)$$

瑞利信道是 Nakagami 信道在 m 为 1 时的特例, 而高斯信道是 Nakagami 信道在 m 趋于无穷时的特例。 a 的 k 阶矩为

$$E(a^k) = \Gamma(m + k/2) / [\Gamma(m)m^{k/2}] \quad (2)$$

同时, 本文定义 β 为估测的信噪比, $\beta \equiv (\mu^2/2\sigma^2)$; z 为高阶统计量的比值, $z \equiv E(r^4)/[E^2(r^2)]$ 。

信噪比估值算法的主要目的是通过对一定长度的接收

比特 r 序列的统计特性的分析, 得到估测的信噪比 β , 进而求出信道补偿值 L_c 。上文已讲过 Nakagami 衰落信道特性由三元向量 $c = (\mu, m, \sigma)$ 描述, 本文是在假设 m 已知的条件下估值 μ, σ , 采用经典概率论中的矩估计方法, 两个未知参量需要联立两个矩方程。为简便起见, 本文以二阶矩和四阶矩方程联立求解, 并提出了 Nakagami 信道下信噪比估值定理。

Summers 在文献[8]中基于低阶统计量的分析, 定义 $z \equiv E(r^2)/[E^2(|r|)]$ 。在 AWGN 信道下, Summers 提出了一个基于二项式拟合的经验性公式:

$$\beta(\text{dB}) \approx -34.0516z^2 + 65.9548z - 23.6184 \quad (3)$$

同时文献[8]还指出式(3)的有效预测的 β 的范围是 0 到 6dB, 从而它的预测范围存在着很大的局限性。Ramesh 在文献[9]中同样基于低阶统计量的分析, 进一步推导了 Nakagami 信道下的 z 和信噪比 γ (等同于本文中的 β) 关系式:

$$z = (1+2\gamma) / \left[\sqrt{\frac{2}{n}} \left(\frac{m}{m+\gamma} \right)^m + \sqrt{\frac{2\gamma}{m}} \cdot \frac{\Gamma(m+\frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \cdot \left(1 - \frac{2I(m)}{\pi} \right) \right]^2 \quad (4)$$

可见上式也十分繁杂, 无法得到以 z 值为变量的 β 的解析函数, 因而 Ramesh 在文献[9]中也是用多项式拟合的方法得到信噪比估值的近似解, 不仅方法繁琐, 而且它的预测范围存在着很大的局限性, 在高信噪比和低信噪比都有较大误差。Ramesh 给出了 Rayleigh 信道 ($m=1$) 下的估值公式:

$$z_{\text{rayleigh}} = \frac{\pi}{2}(1+2\gamma) / \left[1 + \sqrt{\gamma} \left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{1+\gamma}} \right) \right) \right]^2 \quad (5)$$

上式无法得到 γ 函数的解析解, 所以 Ramesh 用四项式来近似:

$$\gamma = 10971.3670 z^4 - 64731.6368 z^3 + 143212.2372 z^2 - 140825.8014 z + 51838.6459$$

Nakagami 信道下 SNR 信噪比估值定理 定义 β 为估测的信噪比, $\beta \equiv \mu^2/(2\sigma^2)$; z 为高阶统计量的比值, $z \equiv E(r^4)/(E^2(r^2))$, 则

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{4(1+1/m)\beta^2 + 12\beta + 3}{4\beta^2 + 4\beta + 1}, & \beta > 0 \\ \beta &= \frac{c}{2(1-c)}, & c = \sqrt{\frac{3-z}{2-1/m}}, & z \in (1+\frac{1}{m}, 3) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3 Turbo 译码信道补偿估值算法及其对译码精度的灵敏性仿真对比测试

首先假设在 k 时刻 Turbo 编码器输出的双极性码字是 $C_k \equiv (u_k, x_k^p)$ (u_k 是系统位, x_k^p 是校验位), 经过 Nakagami

衰落信道后的接收码字是 $Y_k \equiv (y_k^s, y_k^p)$ (y_k^s 是接收到的系统位, y_k^p 是接收到的校验位), 则 $y_k^s = a_k^s \mu u_k + u_k^s$, $y_k^p = a_k^p \mu x_k^p + n_k^p$ 。其中, a_k^s, a_k^p 分别是系统位和校验位经历的 Nakagami 分布的乘性干扰; n_k^s, n_k^p 分别是系统位和校验位经历的正态分布的加性干扰; 这些干扰相互独立。现在, 定义由 $k-1$ 时刻的 S' 状态转移到 k 时刻的 S 状态的转移概率 $\gamma_k(s', s) \equiv P(Y_k, S_k = S / S_{k-1} = S')$ 并定义转移度量 $C(s', s) = \ln \gamma(s', s)$, 经推导, 在已知 Nakagami 分布的乘性干扰 a_k^s, a_k^p 的条件下, $C(s', s, a_k^s, a_k^p) \propto u_k L(u_k)/2 + (L_c/2)(u_k a_k^s + x_k^p a_k^p)$ 。此时, $L_c \equiv 2\mu/\sigma^2$, L_c 被称为信道可靠性度量(channel reliable measurement)。在未知 Nakagami 分布的乘性干扰 a_k^s, a_k^p 的条件下 $C(s', s) \propto u_k L(u_k)/2 + [\mu g(m)/\sigma^2](u_k + x_k^p)$ 。此处, $g(m) = \Gamma(m+0.5)/[\sqrt{m}\Gamma(m)]$ 。 $g(m)$ 是单调递增的有界函数, 且 $\lim_{m \rightarrow \infty} g(m) = 1$ 。

我们以 Visual C++6.0 为编程工具实现了 Turbo 码的编译码算法和估值算法, 进行了信噪比估值对译码精度的灵敏性仿真对比测试。相关的实验参数为: 八进制表示的生成多项式 $g1 = (13)_8$, 八进制表示的反馈多项式 $g2 = (15)_8$, 信道编码效率 $R = 1/3$, 10 次迭代的 MAP 算法, 交织器都采用块交织。BPSK 调制方式下码率为 $1/3$ 的 E_b/N_0 的香农限是 -0.55dB 。所有的估值算法都是基于一个编码块的统计长度, 对于每个从 Nakagami 衰落信道下输出的编码块进行信道估值, 得出 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{L}_c$, 再将信道输出的编码块数据流与 $\hat{L}_c/2$ 相乘送入 Turbo 译码器中。图 1 是 m 为 5 时的信噪比估值仿真测试结果图, 我们取帧长 1156 和 196, 分别进行了没有估值补偿 ($L_c = 1$), 新算法估值补偿和已知信道补偿的对比测试。4 条实线是短帧长 196 的测试结果, 而 4 条虚线是长帧长 1156 的测试结果。从图中可以看到: (1) 已知衰落幅度 a 的估值补偿算法与已知信道状态时的误码率曲线已经相当接近, 尤其是在帧长较长和 m 较大的条件下, 这证明了本文的估值补偿算法的有效性。(2) 长帧下的经过新算法估值补偿的误码率曲线比短帧更接近已知信道的曲线, 帧长越小, 仿真曲线总体上就越分散, 从而对信道估值就越敏感。

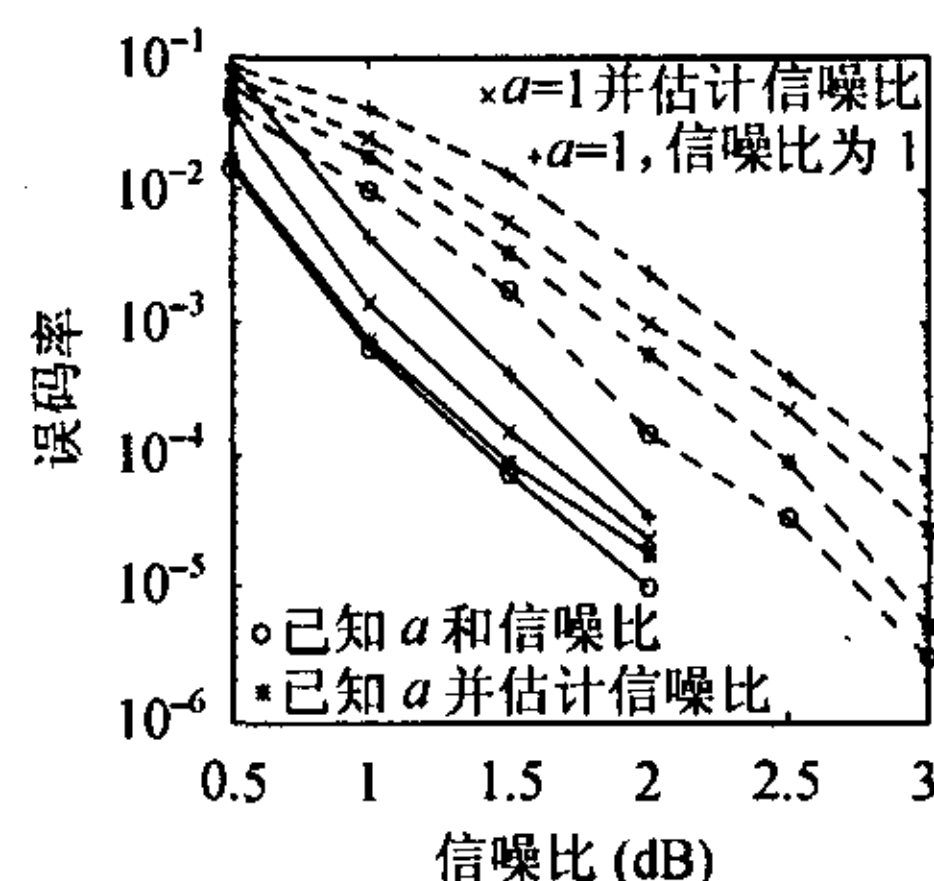


图 1 Nakagami($m=5$)信道下的信噪比估值仿真测试结果图

4 结论

(1) 基于高阶统计的信噪比估值的本文算法比基于低阶统计的 Summers 和 Ramesh 的算法更加简单有效。(2) 本文提出了 Nakagami 衰落信道下在未知衰落幅度 a 时和已知它时的两种 Turbo 译码补偿算法。已知衰落幅度 a 的估值补偿算法与已知信道状态时的误码率曲线已经相当接近, 尤其是在帧长较长和 m 较大的条件下, 这证明了本文的估值补偿算法的有效性。帧长越小对信道估值就越敏感。

参 考 文 献

[1] 王新梅. 纠错码——原理与方法. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001 年 4 月第 3 版: 505 – 533.

[2] Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes[A]. in Proc. ICC'93, Geneva, Switzerland[C], 1993, 5: 1064 – 1070.

[3] 吴伟陵. 通向信道编码的 Turbo 码及其性能分析[J]. 电子学报, 1998, 28(7): 35 – 40.

[4] 孙毅. Turbo 码在移动通信中的应用[D]. [博士学位], 北京: 北京邮电大学, 1999 年.

[5] Heegard Edward. The Turbo Coding. Boston: Kluwer Academic Publisher, 1999/01/01, 1st edition: 121 – 145.

[6] Michel Daoud Yacoub, Jos' e Edson Vargas Bautista, Leonardo

Guerra de Rezende Guedes. On higher order statistics of the Nakagami-distribution. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 1999, 48(3): 790 – 794.

[7] Nakagami M. The m -Distribution—A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading. in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, NY: Pergamon, 1960: 234 – 243.

[8] Summers T A, Wilson S W. SNR mismatch and online estimation in Turbo Decoding. *IEEE Trans. on Communications*, 1998, 46(4): 421 – 423.

[9] Ramesh A, Chockaligam A, Milstein L B. SNR estimation in generalized fading channels and its application to Turbo decoding. *IEEE International Conference on Communication*, Helsinki, Finland, 2001, Vol 4: 1094 – 1098.

吴湛击: 男, 1977年生, 博士, 研究范围包括宽带通信、编码理论、移动通信等.

吴伟陵: 男, 1938年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会信息论分会主任委员. 主要从事信息论、信息处理与移动通信方面的教学和科研工作.

孟德香: 男, 1973年生, 博士生, 主要研究方向: 移动通信信号处理、信道编码等.