

一种提高递归相关联想记忆器 (RCAM) 容量的方法¹

王保云 杨绿溪 何振亚

(东南大学无线电工程系 南京 210096)

摘 要 本文从信噪比分析的角度对递归相关联想记忆 (RCAM) 模型中的非线性函数如何影响其性能的问题进行了研究, 给出了一新的非线性函数。理论分析及仿真实验皆表明本文的模型有着更好的记忆性能。

关键词 联想记忆器, 神经网络, 容量, 纠错能力

中图分类号 TP391, TN-052

1 引言

联想记忆器可用作内容可访问存储器及模式分类器, 这方面的研究受到了人们的普遍关注。用神经网络设计联想记忆自 Hopfield^[1] 开创性工作开始已先后产生了许多模型。递归相关联想记忆 (RCAM)^[2] 是一双层递归神经网络, 第一层用于计算输入初始模式与所有记忆模式的相关值, 这些相关值经过一非线性变换后被送入第二层, 第二层神经元的作用是进行加权求和并取阈值从而产生出网络的下一时刻的状态, 然后再反馈回第一层。与 Hopfield 网络不同, 它直接采用记忆模式的分量作为网络的连接权值。由于在相关值上作用了一非线性函数, RCAM 有着较好的性能。

本文对 RCAM 中非线性如何影响记忆性能的问题进行了研究。给出一较为满意的非线性函数。它可使相应模型 (MRCAM) 在保证一定纠错能力下有着较大的容量且较小的动态范围又可保证在目前的 VLSI 技术下实现中大规模的网络。仿真实验比较了 MRCAM 与 RCAM 的回忆性能。

2 RCAM 中非线性函数对模型记忆性能的影响

在 RCAM 中, 非线性函数对记忆性能有着极大的影响, 它起着放大较大的相关值限制较小相关的作用, 从而使一个或一些较大的相关支配着所有的相关值。

假设 $\{X^i = [X_1^i, X_2^i, \dots, X_n^i], X_j^i \in \{-1, +1\}, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n\}$ 是记忆模式集, X_j^i 被看作随机变量。

RCAM 可由下面的回忆规则来描述:

$$X' = \text{sgn} \left\{ \sum_{i=1}^m f(\langle X^i, X \rangle) \cdot X^i \right\}, \quad (1)$$

其中 X 是初始模式, X' 是网络经过一步回忆后的状态。 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 是相关运算, 亦即内积运算。 $f(x)$ 是一非线性函数, 文献 [2-5] 中列出了如下几种非线性函数:

¹ 1995-05-30 收到, 1995-11-20 定稿

国家攀登计划认知科学 (神经网络) 重大关键项目资助课题

(1) $f(x) = c^x$, (2) $f(x) = (x+c)^s$, (3) $f(x) = (n-x)^{-s}$ 。

2.1 模型的信噪比分析 对联想记忆性能的理论分析一般采用统计的方法。由于信噪比分析方法可从统计上反映出一个模型的回忆性能^[6]。采用这种方法对 RCAM 的非线性函数进行分析,得到了如下结果:

定理 1 如果 RCAM 中的非线性函数 $h(x)$ 具有奇偶性, 则用 $H(x)$ 替代 $h(x)$, 这里, $H(x) = h(x)$, 当 $x > 0$; $H(x) = 0$, 当 $x \leq 0$, 可使相应的联想记忆模型对任一输入模式 X 的信噪比提高一倍。

证明 设在所有记忆模式中 X^β 与 X 的 Hamming 距离最近, 记为 r , $\langle X^\beta, X \rangle = n - 2r$ 。我们这里定义信噪比为 $\text{SNR} = \text{Var}(\text{信号项}) / \text{Var}(\text{噪声项})$, 模型对 X 的信噪比展式为

$$\sum_{i=1}^m h(\langle X, X^i \rangle) X^i = h(n - 2r) X^\beta + \sum_{i \neq \beta}^m h(\langle X, X^i \rangle) X^i. \quad (2)$$

如果用 $H(x)$ 替代 $h(x)$, 则展式为

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m H(\langle X, X^i \rangle) X^i &= H(n - 2r) X^\beta + \sum_{i \neq \beta}^m H(\langle X, X^i \rangle) X^i \\ &= h(n - 2r) X^\beta + \sum_{i \neq \beta}^m H(\langle X, X^i \rangle) X^i. \end{aligned} \quad (3)$$

在 (2)、(3) 式中, 信号项是相同的, 故只须考虑噪声项的方差。作如下记号: $U = \sum_{i \neq \beta}^m h(\langle X, X^i \rangle) X^i$, $V = \sum_{i \neq \beta}^m H(\langle X, X^i \rangle) X^i$ 。设 U 的所有能取到的值的集合为 SU , V 的所有值的集合为 SV , 则 $SU = SV$ 。由于 $f(x)$ 的奇偶性及 X 的分量取 $+1$ 或 -1 的概率相同, $E\{U\} = E\{V\} = 0$ 。对任意 $w \in SU$, 有 $P\{U = w\} = 2P\{V = w\}$ 。因此, $\text{Var}(U) = 2\text{Var}(V)$ 。

证毕

为方便计, 下文中采用如下记号: (1) $f_1(x) = x^s$; (2) $f_2(x) = (x+n)^s$; (3) $f_3(x) = (x+n)^s$, 当 $x > 0$; $f_3(x) = 0$, 其它; (4) $g(x) = x^s$, 当 $x > 0$; $g(x) = 0$, 其它。

引理 1 对任意的正数 c , 有

$$\frac{(m+c)^s - (m-1+c)^s}{(m-1+c)^s} < \frac{m^s - (m-1)^s}{(m-1)^s},$$

这里 m 取值于区间 $[-n, +n]$, s 是自然数。

证明 考虑函数 $f(x) = [(m+x)^s - (m-1+x)^s] / (m-1+x)^s$, 可以证明 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 不小于 0。

证毕

引理 1 说明添加一个正数 c 将使相对差别缩小, 进一步的结果在定理 2 中给出。

定理 2 设非线性函数分别为 $f_3(x)$ 及 $g(x)$ 的两 RCAM 网络 Net1 及 Net2 中记忆同样数目的模式, 则对任意输入 Net1 产生的信噪比小于 Net2 中的信噪比。

证明 设 X 是输入模式, 有 m 个记忆模式, X 与记忆模式中 X^i 最为相近, $\text{Hamming}(X, X^i) = r$, 而 $\text{Hamming}(X, X^j) = r_j$, 则 X 在 Net1 与 Net2 中的信噪比分别为

$$\text{SNR1} = f_3^2(2n-2r) \left/ \left[2(m-1) \sum_{r_j=r+1}^{n-1} C_{r_j}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} f_3^2(2n-2r_j) \right] \right., \quad (4)$$

$$\text{SNR2} = g^2(n-2r) \left/ \left[2(m-1) \sum_{r_j=r+1}^{n-1} C_{r_j}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} g^2(n-2r_j) \right] \right. \quad (5)$$

对比 (4) 式与 (5) 式, 可得到

$$\begin{aligned} \text{SNR2} &= \frac{g^2(n-2r)}{2(m-1) \sum_{r_j=r+1}^{n-1} C_{r_j}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} g^2(n-2r_j)} \\ &\geq \frac{(2n-2r)^{2s} \left(\frac{n-2r}{2n-2r}\right)^{2s}}{2(m-1) \sum_{r_j=r+1}^{I_n} C_{r_j}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (2n-2r_j)^{2s} \left(\frac{n-2r_j}{2n-2r_j}\right)^{2s}} \\ &> \left(\frac{(n-2r)[n-(r+1)]}{(n-r)[n-2(r+1)]} \right)^{2s} \frac{(2n-2r)^{2s}}{2(m-1) \sum_{r_j=r+1}^{I_n} C_{r_j}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (2n-2r_j)^{2s}} \\ &= \left(\frac{(n-2r)[n-(r+1)]}{(n-r)[n-2(r+1)]} \right)^{2s} \text{SNR1} > \text{SNR1}. \end{aligned}$$

这里 I_n 为 $n/2$ 的整数部分.

证毕

2.2 MRCAM 模型 基于前面的理论分析, 我们提出了采用一种新的非线性函数的 RCAM, 为了区别方便将其记为 MRCAM 模型, 其非线性函数为 $g(x) = x^s$, $x > 0$; $g(x) = 0$, 其它; 其网络结构基本上同 RCAM, 只是在对相关值进行非线性变换前加上一“开关”, “开关”起到截掉负的相关值的作用. 关于 MRCAM 的稳定性有如下结论:

推论 1 MRCAM 网络无论并行还是异步工作总是渐近稳定的.

证明 $g(x)$ 在 $(-n, +n)$ 内是单调不增的, 由文献 [2] 中引理 1 可证得本结论.

3 仿真实验

关于 MRCAM 的记忆性能, 我们进行了大量的数值试验. 采用模型在保证一定纠错能力下的记忆容量作为比较的标准. 实验中选用记忆 60 维模式的网络, 所用到的模式皆是随机产生

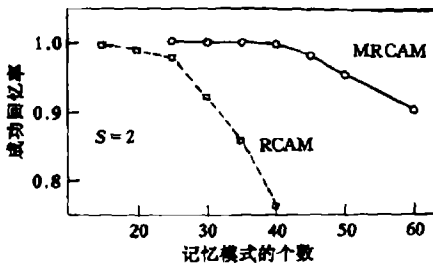


图 1 MRCAM 与同阶的 RCAM 在 1/6 的纠错率下的容量对比

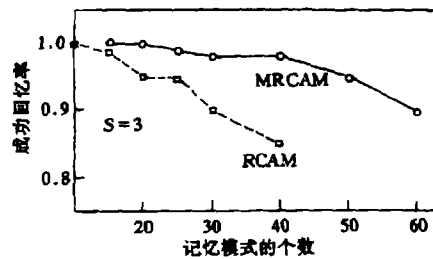


图 2 MRCAM 与同阶的 RCAM 在 4/15 的纠错率下的容量对比

的. 试验结果是在 1000 次试验的基础上计算出来的. 由于当网络取 $f(x) = (x+n)^s$ 及 $f_3(x)$ 时

仅能记忆很少的模式不便于在同一图中对比。图 1, 图 2 分阶次为 2 与 3 两种情况分别对比了取 $f_1(x)$ 的 RCAM 模型与取 $g(x)$ 的 MRCAM 的性能。

在图 1, 图 2 上, 对应于 MRCAM 的曲线始终位于对应于 RCAM 的那条曲线的上方, 这说明无论阶次 s 是奇数还是偶数 MRCAM 的记忆性能均大大优于相应的 RCAM。

4 结 论

本文对 RCAM 采用一种新的非线性函数得到了 MRCAM 模型, 在实现时仅需对 RCAM 中的相关值施加一“门限”截掉负的相关值, 所以所需的额外复杂度很小。理论分析及仿真实验都显示 MRCAM 有着更好的记忆性能。

参 考 文 献

- [1] Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computation abilities. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 1982, 79(7): 2554-2558.
- [2] Chiueh T D, Goodman R M. Recurrent correlation associative memories. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1991, 2(2): 275-284.
- [3] Marks II R J, Atlas L E, Choi J J, *et al.* Performance analysis of associative memories with nonlinearities in the correlation domain. *Appl. Opt.*, 1988, 27(14): 2900-2904.
- [4] Selviah D R, Midwinter J E, Rivers A W, *et al.* Correlating matched-filter model for analysis and optimization of neural networks. *IEE Proc.-F*, 1989, 146(3): 143-148.
- [5] Psaltis D, Park C H, Hong J. Higher order associative memories and their optical implementation. *Neural Networks*, 1988, 1(1): 149-163.
- [6] Wang C C, Don H S. An analysis of high-capacity discrete exponential BAM. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1995, 6(2): 492-496.

AN APPROACH TO INCREASE THE CAPACITY OF RECURRENT CORRELATION ASSOCIATIVE MEMORY

Wang Baoyun Yang Luxi He Zhenya

(*Department of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing 210096*)

Abstract This paper addresses the effect of nonlinearity of RCAM on its recall performance with the help of signal-to-noise analysis and presents a new nonlinear function. Theoretical analysis and computer simulations show that the presented memory model offers more satisfactory performance.

Key words Associative memory, Neural network, Capacity, Error-correcting capability

王保云：男，1967 年生，博士生，研究方向：联想记忆神经网络，模式识别及图象处理。

杨绿溪：男，1963 年生，博士，研究方向：并行体系结构及神经网络的 VLSI 实现。

何振亚：男，教授，博士生导师，IEEE Fellow，研究方向：自适应信号处理，多维信号处理，神经网络理论及应用。