

基于先验估计的自适应 Chirplet 信号展开

舒 畅 宋叔彪 李中群 裴承鸣 谭申刚*

(西北工业大学 西安 710072)

*(北京航空航天大学 北京 100083)

摘 要: 该文提出一种新的时频表示方法——自适应线性调频小波(Chirplet)信号展开算法。算法基于信号本征空间,融参数的初值估计和精确估计于一体,利用匹配追踪算法将信号自适应地展开在高斯线性调频小波基函数集上。通过展开系数和基函数参数获得信号的时频分布,其时频聚集性、抗噪性和时频分辨率不仅优于一般的时频分布而且优于已有的自适应时频分布,可以更好地刻画信号的本质。应用数值仿真检验了算法的有效性和时频分布的优良性能。

关键词: 信号处理, 高斯线性调频小波, 时频分布, 自适应信号展开

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)01-0021-05

Adaptive Chirplet Signal Expansion Based on Transcendental Estimation

Shu Chang Song Shu-biao Li Zhong-qun Pei Cheng-ming Tan Shen-gang*

(Data Processing Center, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China)

*(Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract In this paper, a new time-frequency representation method, adaptive signal expansion algorithm, is presented. The algorithm is based on that essential character of signal space, initial value estimation and precise resolution are obtained simultaneously. Signal is adaptively expanded to a sum of chirplet elementary functions by using match pursuit algorithm. Then, according to expansion coefficients and elementary function parameters, adaptive time frequency distribution is obtained. Its time frequency congregate, noise-reduction and time frequency resolution are not only better than the general time frequency distribution but also better than adaptive time frequency distribution reported and it is able to characterize the signal's nature exactly. The validity of the algorithm and the performance of adaptive time frequency distribution are tested by numerical simulations.

Key words Signal processing, Gaussian chirplet, Time-frequency distribution, Adaptive signal expansion

1 引言

线性调频(Chirp)信号是自然界最重要最常见的信号,许多自然现象,如鸟鸣和人类的语音,都可以用一系列的线性调频信号来逼近。如果线性调频信号具有光滑的包络,如高斯包络,那么它就变成如下典型的调幅调频(AM-FM)信号

$$h_k(t) = (\pi\sigma_k)^{-0.25} \exp\{(t-t_k)^2/(2\sigma_k)^2 + j[\omega_k(t-t_k) + 0.5m_k(t-t_k)^2]\} \quad (1)$$

式(1)中, σ_k 为标准差, t_k 为时间中心, ω_k 为频率中心, m_k 为线性调频率。文献[1, 2]称之为Chirplet函数。感兴趣的是, Chirplet函数是唯一的Wigner-Ville分布(WVD)为非负能量的函数,因此,它在联合时频分析中扮演着重要的角色。

采用基函数系列来表示和逼近信号的思想早已有之,

1992-1994年, Qian和Chen^[1]提出了信号的自适应Gauss基表示(AGR),同时, Mallat和Zhang^[4]使用匹配追踪算法得到了类似的结果。自适应Gauss基信号展开方法所用的基函数频率不变,即对时频平面的划分是一种格型分割,这样就导致对变频信号无法进行有效的匹配。1997-1999年, Aykut和Bultan^[5]提出将尺度、旋转、时移和频移算子作用于单位能量Gauss函数,并将这种方法与分数阶傅里叶变换相联系,以进行有效的计算。1997年,殷勤业等^[6]提出自适应旋转投影分解法。1998年, Qian等^[7]提出基于信号逼近的自适应Chirplet分解。2001年,邹虹、保铮^[8]提出一种有效的基于Chirplet自适应信号分解算法。2002年, Yin等^[9]提出已知参数初值如何快速估计参数精确值的快速算法。

在上述研究中,没有明确涉及初值的估计问题。而调频

率等参数初值估计又是该类算法速度和精度提高的关键因素之一。目前,如何高效、鲁棒地估计模型信号(Chirplet基函数)的参数问题,是非平稳信号时频分析研究的热点问题之一。基于此,本文提出一种新的融初值估计和快速精确估计于一体的自适应Chirplet信号展开(Adaptive Chirplet Signal Expansion, ACSE)算法。

2 自适应 Chirplet 信号展开

自适应Chirplet信号展开的难点在于优化模型参数。本文的思路是先利用信号的先验知识和信号处理手段估计出参数的初值,然后利用Chirplet的本质特征进行精确估计。与已有的类似算法^[5,6,8]不同,本文算法无需在四维空间进行参数搜索,在不影响精度的情况下,可以大大提高计算速度。

为简化算法描述,假设待估计的信号 $s(t)$ 为一由单Chirplet构成的信号,即 $s(t) = h_k(t)$, 其参数为 $(\sigma_k, t_k, \omega_k, m_k)$ 。

2.1 估计参数 $(\sigma_k, t_k, \omega_k, m_k)$ 的初值

(1) 估计信号 $s(t)$ 的调频率: 对信号 $s(t)$ 做分数维傅里叶变换(FRFT)或Radon-Wigner变换(RWT), 在得到的 (θ, u) 平面搜索幅值最大的点对应的 θ , 并令调频率估计初值为 $m_{k0} = \tan(\theta)$ 。FRFT和RWT都是基于坐标轴旋转的思想提出的检测线性调频信号的有力工具。

(2) 对信号 $s(t)$ 解调频: 产生信号 $h(t) = \exp\{j0.5(-m_{k0})t^2\}$, 得到 $s_1(t) = s(t)h(t)$ 。 $s_1(t)$ 为一个窄带信号, 令 $\omega'_k = \omega_{s_1}$, ω_{s_1} 为 $s_1(t)$ 的中心频率。完全的解调频在 $h(t)$ 中应该用 $(t - t_k)$ 代替 t , 但是时间中心 t_k 较难估计, 故 $h(t)$ 不包含时间中心信息, 这样会使 $s_1(t)$ 相对 $s(t)$ 产生频移, 即 $\omega_{s_1} = \omega_k - m_{k0}t_k$ 。但是, 当频移量过大时, 直接计算 ω_{s_1} 会超出原来频率范围, 实际上的频率会按采样定律和周期特性折回原来的频率范围。

(3) 对信号 $s_1(t)$ 进行带通滤波, 抑制其他分量, 滤波后的信号为 $s_2(t)$ 。

(4) 对信号 $s_2(t)$ 进行自适应(变窗长)短时傅里叶变换: 自适应变窗长短时傅里叶变换可自动找到分析信号的最佳窗长; 使信号的短时傅里叶变换具有最佳的时频分辨能力, 同时估计出信号的参数: 方差、时间中心和频率中心, 即得到参数 $(\sigma_{k0}, t_{k0}, \omega'_{k0})$ 。

2.2 参数 $(\sigma_k, t_k, \omega_k, m_k)$ 的精确估计

(1) 对解调频后的信号 $s_1(t)$, 用 $(\sigma_{k0}, t_{k0}, \omega'_{k0}, 0)$ 得到精确估计参数 $(\sigma_k, t_k, \omega'_k, 0)$ 。

原理 设参数 $(\sigma_k, t_k, \omega_k, 0)$ 对应的基元函数为 $g_k(t)$, 参数 $(\sigma_{k0}, t_{k0}, \omega_{k0}, 0)$ 对应的基元函数为 $g_{k0}(t)$, 计算二者的内积, 内积是变量集合 $(\sigma_k, t_k, \omega_k, \sigma_{k0}, t_{k0}, \omega_{k0})$ 的函数。令

$\langle g_k(t), g_{k0}(t) \rangle = p(\sigma_k, t_k, \omega_k, \sigma_{k0}, t_{k0}, \omega_{k0})$, 则有

$$p(\sigma_k, t_k, \omega_k, \sigma_{k0}, t_{k0}, \omega_{k0}) = \left[\frac{(\sigma_k^2 + \sigma_{k0}^2)^2}{4\sigma_k^2 \sigma_{k0}^2} \right]^{-0.25} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2(\sigma_k^2 + \sigma_{k0}^2)} (t_k - t_{k0})^2 \right\} \times \exp \left\{ -\frac{\sigma_k^2 + \sigma_{k0}^2}{2\sigma_k^2 \sigma_{k0}^2} (\omega_k - \omega_{k0})^2 \right\} \quad (2)$$

设有另外一组参数 $(\sigma_{ki}, t_{ki}, \omega_{ki}, 0)$, 对应的基元函数为 $g_{ki}(t)$, $\sigma_{ki} = \sigma_{k0}$ ($i=1,2,3,4$), 同样计算 $g_k(t)$ 和 $g_{ki}(t)$ 的内积, 令 $ki = \langle g_k(t), g_{ki}(t) \rangle / \langle g_k(t), g_k(t) \rangle$, 有

$$\ln ki = -\frac{1}{2(\sigma_k^2 + \sigma_{k0}^2)} [(t_{k0}^2 - t_{ki}^2) + 2t_k(t_{ki} - t_{k0})] - \frac{\sigma_k^2 + \sigma_{k0}^2}{2\sigma_k^2 \sigma_{k0}^2} [(\omega_{k0}^2 - \omega_{ki}^2) + 2\omega_k(\omega_{ki} - \omega_{k0})] \quad (3)$$

算法 已知参数 $(\sigma_{k0}, t_{k0}, \omega_{k0}, 0)$, 选择 $dt, d\omega$, (本文 $dt = \sigma_{k0}/32; d\omega = 1/(64\sigma_{k0})$)。

令 $t_{k1} = t_{k2} = t_{k0} + dt, t_{k3} = t_{k4} = t_{k0} - dt; \omega_{k1} = \omega_{k3} = \omega_{k0} + d\omega, \omega_{k2} = \omega_{k4} = \omega_{k0} - d\omega$; 得到邻域参数 $(\sigma_{ki}, t_{ki}, \omega_{ki}, 0)$, 对应的基元函数为 $g_{ki}(t)$, 令 $T_i = t_{ki}^2 - t_{k0}^2, W_i = \omega_{ki}^2 - \omega_{k0}^2$; ($i=1,2,3,4$); $p_1 = 2p_2t_k, p_2 = 1/[2(\sigma_k^2 + \sigma_{k0}^2)], p_3 = 2p_4\omega_k, p_4 = (\sigma_k^2 + \sigma_{k0}^2)/(2\sigma_k^2 \sigma_{k0}^2)$ 。

分别计算得到 ki, T_i, W_i , 解线性方程组:

$$\begin{bmatrix} -dt & T_1 & -d\omega & W_1 \\ -dt & T_2 & d\omega & W_2 \\ dt & T_3 & -d\omega & W_3 \\ dt & T_4 & d\omega & W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln k1 \\ \ln k2 \\ \ln k3 \\ \ln k4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

求得未知向量 $[p_1, p_2, p_3, p_4]$, 进而求得精确参数估计如下: $t_k = p_1/(2p_2), \omega_k = p_3/(2p_4), \sigma_k = \sigma_{k0}^{-1}(4p_2p_4)^{-0.5}$ 。

(2) 利用精确估计参数 $(\sigma_k, t_k, \omega'_k, 0)$, 以及参数 m_{k0} 消除解调频的频移, 若令 $m_k = m_{k0}$, 则得到参数 $(\sigma_k, t_k, \omega_k, m_k)$, 若需得到更精确的估计可以在极小的范围内再搜索 (t_k, m_k) , 得到更好的调频率估计, 并消除 t_k 对初相位的影响。使用 $\omega_k = \omega'_k + m_{k0}t_k$ 消除频移时, 要考虑频移量过大的情况, ω'_k 应该是折回前的频率。初相对多分量的信号使用以上的迭代算法时, 影响较大。

以上的描述针对单分量信号进行, 但算法已考虑了多分量的影响, 将上面的步骤直接代进匹配追踪算法(详见文献[4,6]), 算法将按照能量大小分解出一系列的Chirplet信号分量, 也就实现了ACSE算法。计算每一个基函数的(WVD)并叠加, 可以得到不含任何交叉项干扰和负能量的自适应时频分布。

3 ACSE算法数值仿真

用于数值仿真的测试信号由式(1)定义的信号模型产生,构成一个包含 5 个 Chirplet 的组合信号 $s(t)$ 。信号采样率为 32 Hz, 采样点数为 512。

在图 1 中, 显示了信号的时域波形、功率谱和 WVD。图 2 则给出了重构信号的时域波形、功率谱和由 ACSE 算法得到的自适应时频谱。

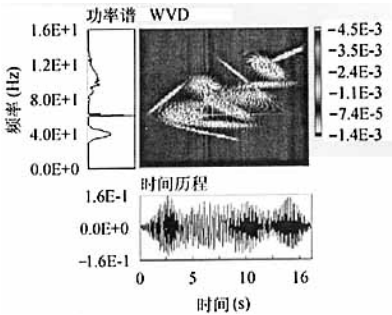


图 1 原始信号时间历程、频谱及魏格纳分布

表 1 为参数列表。其中, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 列为 5 个 Chirplet 的设计参数, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 列为对应的估计参数。对比二者, 可见精度非常高。在本例中, 当信号的分解次数为 5 时, 将原信号展开成 5 个 Chirplet, 剩余的能量为 3.04%。

为了检验算法的抗噪性, 在原信号上加一标准差为 0.04 的高斯白噪声。当分解 5 次时, 剩余的能量为 20.48%, 可以认为是残余噪声。表 2 列出了对应的 Chirplet 参数, 由此可见估计精度仍然较高, 抗噪性好, 亦即 ACSE 算法受随机噪

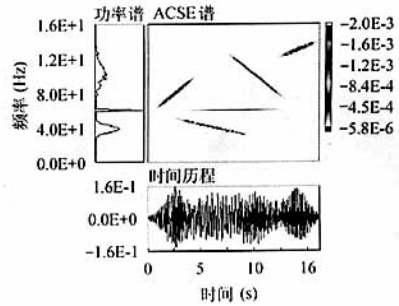


图 2 重构信号时间历程、频谱及自适应谱

声的影响很小。

前面例子信号分量强度相近, 当信号强度起伏剧烈时, 即信号中某个或某几个分量幅度值明显强于其他几个, 算法也可以很好地提取弱信号分量。强度起伏信号加上一标准差为 0.04 的高斯白噪声的仿真结果见表 3, 效果仍很好。

当我们不知道信号含有多少 Chirplet 基元时, 算法将按照能量大小分解出一系列的 Chirplet 信号分量, 当信号展开残余能量降为原来的 5% 以下可以认为分解结束。图 3 显示了实际 Bat 信号在分解到 20 个基元时获得自适应时频谱, 此时能量降为 3.38%。

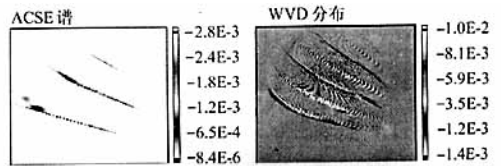


图 3 Bat 信号时间历程、频谱及自适应谱和 WVD

表 1 原始及重构信号参数列表

	T_1	E_1	T_2	E_2	T_3	E_3	T_4	E_4	T_5	E_5
幅值	1.0000	0.9499	1.0000	0.9937	1.0000	0.9977	1.0000	0.9961	0.5000	0.5035
标准差	1.5000	1.6168	2.0000	1.9870	1.0000	0.9686	1.0000	1.0022	4.0000	3.9638
时间	10.0000	10.0000	6.0000	6.0000	14.0000	14.0000	2.5000	2.5000	8.0000	8.0000
频率	10.0000	10.0465	4.0000	4.0116	13.0000	12.9878	8.0000	8.0243	6.0000	5.9999
调频率	-1.0000	-1.0000	-0.3000	-0.2957	0.5000	0.4852	1.0000	0.9957	0.0000	0.0000

表 2 原始及重构信号参数列表 (加噪)

	T_1	E_1	T_2	E_2	T_3	E_3	T_4	E_4	T_5	E_5
幅值	1.0000	0.9452	1.0000	0.9266	1.0000	1.0130	1.0000	1.0182	0.5000	0.4142
标准差	1.5000	1.5885	2.0000	2.0784	1.0000	1.0501	1.0000	1.0006	4.0000	5.1384
时间	10.0000	9.9062	6.0000	6.0000	14.0000	14.0000	2.5000	2.5000	8.0000	9.3437
频率	10.0000	10.1048	4.0000	4.0381	13.0000	12.9861	8.0000	8.0207	6.0000	5.9967
调频率	-1.0000	-0.9600	-0.3000	-0.2957	0.5000	0.4852	1.0000	0.9757	0.0000	0.0000

表3 原始及重构信号参数列表(起伏,加噪)

	T_1	E_1	T_2	E_2	T_3	E_3	T_4	E_4	T_5	E_5
幅值	3.0000	2.9980	2.0000	1.9800	1.0000	0.9213	1.0000	1.0048	0.5000	0.4214
标准差	1.0000	0.9952	1.5000	1.5412	2.0000	2.0988	1.0000	1.0479	4.0000	5.1595
时间	2.5000	2.5000	10.0000	10.0000	6.0000	5.7500	14.0000	14.0000	8.0000	8.3437
频率	8.0000	8.0281	10.0000	9.9863	4.0000	4.0407	13.0000	13.0163	6.0000	5.9968
调频率	1.0000	0.9857	-1.0000	-1.0000	-0.3000	-0.2957	0.5000	0.5274	0.0000	0.0000

4 自适应时频分布性能研究

4.1 与一般时频分布的比较

图4是原始信号加一标准差为0.04的高斯白噪声的ACSE谱和其他几种时频谱的比较。ACSE谱的时频聚集性比STFT和Gabor谱高得多,其时频聚集性和WVD谱一样,但没有WVD谱的交叉项干扰。与Chio-Williams分布和Cone Shape分布相比,其时频聚集性和抗干扰程度也有很大的提高。

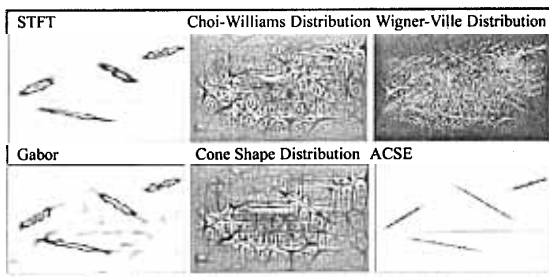


图4 加噪组合Chirplet信号的时频分布

同时,由图4可见,随机噪声在双线性时频分布中都较明显,在线性时频分布中不太明显,而ACSE抑制随机噪声的能力明显增强,采用5个Chirplet基合理的提取了目标信号。同时,与Cohen类时频分布相比,ACSE谱的能量分布是非负的,避免了Cohen类时频分布负能量的物理解释困难。

4.2 与已有的自适应时频分布比较

图5是组合Chirplet信号自适应时频分布的比较,AGR为自适应Gauss基表示(其算法来自文献[3]),ACR为自适应Chirplet基表示(较好的Chirplet分解算法,来自文献[7,9])。

由图5(a~c)可见,相比ARG谱,ACSE谱的时频描述能力大大增强,ARG的零阶逼近使时频谱产生断裂,而ACSE谱的一阶逼近更真实的反映了信号的物理特征;在收敛速度上,ARG需要20个时频原子才能使残余信号的能量下降到4.73%,而ACSE只要5个时频原子就使残余信号的能量下降到3.04%。对原信号上加一标准差为0.04的高斯白噪声后,由图5(d~f)可见,AGR抑制随机噪声的能力较好,但是在搜索最佳基的时候仍会受影响,ACSE几乎不受影响,随机噪声对参数估计产生影响较小;加噪后,ARG分解20次

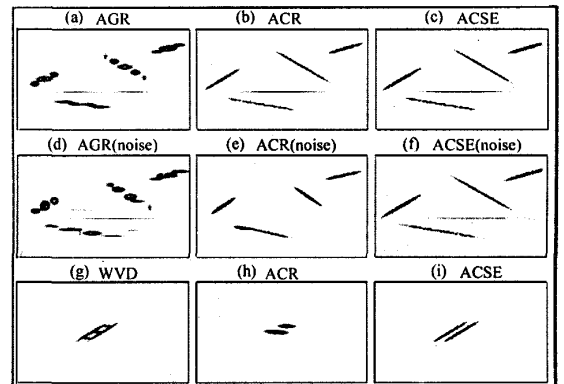


图5 Chirplet信号自适应时频分布的比较

可使残余信号的能量下降到25.22%,ACSE只分解5次就使残余信号的能量下降到20.48%。虽然同样是基于Chirplet的信号展开,但是相比ACR谱,ACSE的抗噪性更好,同样展开5次,ACR只得到了4个Chirplet基,没有获得信号的最弱分量,而ACSE得到了5个Chirplet基。为了考察ACSE谱的时频分辨率,对两个靠近($\Delta t = 1s$)的组合Chirplet信号分别作WVD,ACR和ACSE自适应时频分布。由图5(g~i)见,ACR已经失效,而ACSE准确地刻画了原信号,理论上其时频分辨率与WVD分布中的自项相当。

5 结束语

在时频平面上如何反映信号的真实能量分布是时频分析的首要目的,本文提出的自适应Chirplet信号展开算法可以更好地获得与刻画信号的时频分布特性,其本质是采用了一系列任意角度的时频原子——Chirplet基来逼近信号的真实时频能量分布。数值仿真表明这种优良的时频分布计算方法有效地克服了交叉项干扰和负能量问题,具有极佳的时频聚集性、抗噪性和很好的时频分辨率,在非平稳信号的分析和处理方面具有广阔的应用前景。

参考文献

- [1] Mihovlovic D, Bracewell R N. Adaptive chirplet representation of signal on time-frequency plane[J]. *Electronics Letters*, 1991, 27(13): 1159 - 1161.

- [2] Mann S, Haykin S. The chirplet transform: physical considerations[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43 (11): 2745 – 2761.
- [3] Qian Shie, Chen Dapang, Chen Kebo. Signal approximation via data-adaptive normalized Gaussian functions and its application for speech processing[J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1992, 1(1): 141 – 144.
- [4] Mallat S G, Zhang Zhifeng. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397 – 3415.
- [5] Bultan A. A four-parameter atomic decomposition of chirplets[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(3): 731 – 745.
- [6] 殷勤业, 倪志芳, 钱世镔, 等. 自适应旋转投影分解法[J]. 电子学报, 1997, 25(4): 52 – 58.
- [7] Qian Shie, Chen Dapang, Yin Qinye. Adaptive chirplet based signal approximation[J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1998, 3(5): 1781–1784.
- [8] 邹虹, 保铮. 一种有效的基于Chirplet自适应信号分解算法[J]. 电子学报, 2001, 29(4): 515 – 517.
- [9] Yin Qinye, Qian Shie, Feng Aigang. A fast refinement for adaptive Gaussian chirplet decomposition[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(6): 1298 – 1306.
- 舒畅: 男, 1979年生, 硕士生, 主要从事数字信号处理理论与应用的研究, 感兴趣的研究领域为时-频分析、自适应信号处理等。
- 宋叔鹰: 女, 1974年生, 博士生, 主要从事语音信号处理与数值仿真设计方面的工作。
- 李中群: 男, 1974年生, 博士生, 主要从事数字信号处理及系统仿真方面的工作。
- 裴承鸣: 男, 1957年生, 教授, 主要从事数字信号处理理论与应用的研究, 在时间序列分析、随机信号分析和自适应控制等领域进行了长期的研究工作, 应用领域主要包括机械振动信号的监测、分析与控制。
- 谭申刚: 男, 1958年生, 研究员, 主要从事飞机设计与结构强度等方面的研究工作。