

奥罗管大信号相互作用的研究^{* **}

宋文森 郭开周
(中国科学院电子学研究所)

提 要

本文在各种场模型下对奥罗管(Orotron)进行了大信号相互作用的计算。场模型包括均匀的和高斯分布的；考虑单一模式的和考虑返波和高次谐波的。通过对一系列参量下的计算结果的分析，总结了奥罗管大信号相互作用的特点和相互作用设计中应该注意的地方。

一、引言

奥罗管(Orotron)是一种具有开放式谐振腔和反射光栅的新型电子器件。由于它在作为毫米波和亚毫米波宽频带可调谐功率源方面具有的前景，已经引起了广泛的注意^[1-3]。奥罗管中电子注与波的互作用的基本机理是，电子注与光栅表面的慢波场相互作用，而由开放式谐振腔提供一种特殊的反馈作用。由此可知，奥罗管中电子注与波的互作用机理与行波管或返波管中的有很多相似之处。苏联发表的一系列论文^[4-6]都采用恒定幅值和场型的行波相互作用方法研究奥罗管中的互作用过程。但是更确切地说奥罗管中的波是驻波，所以它的互作用过程更接近于分布作用振荡器中的情形。奥罗管与一般的分布作用振荡器之间的主要区别是反馈机理不同。在一般的分布作用振荡器中，系统的两端提供全反射的反馈作用，因而形成了一个简单的短路慢波线的谐振腔。这种结构中的场分布是比较简单的，当 π 或 2π 模时，场就是一系列空间谐波的等幅驻波的组合。而奥罗管中的工作模式是基本垂直于光栅平面传输的波。这个波在开放式谐振腔内来回反射而建立起包络很复杂的“准驻波”场型，这一包络通常称为“模斑”。开放式谐振腔既提供一个比波长大得多的互作用空间，又有高的 Q 值和稀疏的模式密度，所以在毫米波和亚毫米波运用具有十分诱人的前景。但是开放式谐振腔内复杂的场结构又给器件的分析和设计带来很多困难。

任何一种电子器件的相互作用模型都应该包含两方面的内容：一方面是电子注在场作用下的运动过程，从运动过程可以计算出电子注的高频电流分量，或者计算出电子注的能量改变；另一方面应从电子注的高频电流分量或电子的能量改变计算它所激励的场；这两者的结合才能得到完整的互作用过程。但是，迄今为止，对奥罗管的大信号相互作用过程的研究，实际上只考虑了第一个过程：即电子注在高频场作用下的运动过程，而未计算场的激励过程。也就是说这里所用的作用于电子注的场并不是由电子激励起的自治场，而

* 1985年4月19日收到，1985年7月15日修改完稿。

** 中国科学院基金资助课题。

只是一个假定的场。这就是说，只计算电子注在给定外场下运动过程中给出的能量，而不考虑场的建立过程。采用这一模型的原因是：(1) 由于人们对具有光栅的开放式谐振腔系统中场的理论和实验研究还不够深入，要建立起场激励的精确模型还有一定困难，这一困难主要是如何确定功率流和与电子注相作用的慢波场之间的精确关系。(2) 因为奥罗管中的开放式谐振腔有高的 Q 值，对这种高 Q 的谐振场型来说，电子注存在时的热波与本征场型之间的差别是很小的。既然相互作用过程中场型不变，那末，我们可以假定不同幅值的外场，终能反映出不同输出功率时的互作用情况，这就是采用假定场代替自治场模型而仍有一定实际价值的原因。当然，这里计算出来的电子效率，一般说来，只能反映互作用的可能情况。它的实际值不一定都是实际器件所能达到的。例如选择足够强的电场，我们可以得到大于百分之六十的电子效率。但是实际上是否可能产生这样强的电场呢，这就必须通过自治场的计算才能知道。

作为对奥罗管大信号互作用的初步研究，我们采用文献[4—6]采用的假定场的方式，先不考虑自治场的模型。文献[7]则采用每一光栅缝隙中场的幅度为不变的模型，这一模型实际上考虑了所有的高次谐波和返波。图1示出了奥罗管的简化模型。图2为文献[7]假定的光栅表面的场模型。根据一般的场理论可知，图2中的假定场与实际场仍有很大差别，在比较细致地进行场分析以前，我们这里主要计算单一基波直波模式的情况，但也计算返波和高次谐波对互作用的影响，以便估计只考虑单一基波直波模式的实际价值。

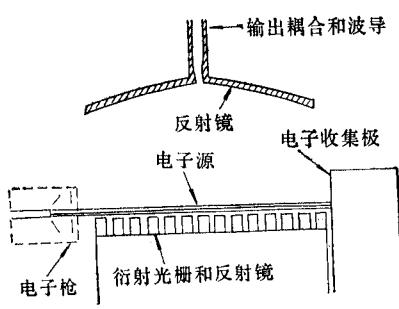


图1 奥罗管的简化模型

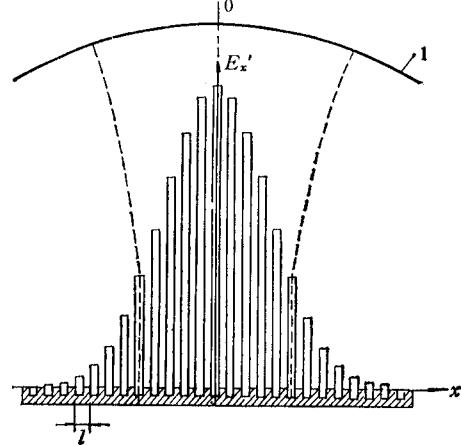


图2 光栅隙缝间的等幅慢波场的模型^[7]

二、互作用的基本模型

1. 场型

光栅表面的电场根据文献 [8] 可以表示为：(只考虑与电子注相互作用的 y 方向分量)

$$E_y(x, y, z) = E_0 \sqrt{\frac{W_{0x} W_{0y}}{W_x(z) W_y(z)}} [2 \sin K(z - z_0)]$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{r=1}^{\infty} a_r \frac{\Gamma_r}{K} \cos\left(\frac{2\pi r y}{l}\right) e^{-r_x z} \left[H_n \left[\sqrt{2} \frac{x}{W_x(z)} \right] \cdot H_m \left[\sqrt{2} \frac{y}{W_y(z)} \right] \right. \\
& \times \exp \left[-\frac{x^2}{W_x(z)^2} - \frac{y^2}{W_y(z)^2} + iK \frac{x^2}{2R_x(z)} + iK \frac{y^2}{2R_y(z)} \right. \\
& \left. \left. - i \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_x(z) - i \left(m + \frac{1}{2} \right) \eta_y(z) \right] e^{i\omega t} + c.c. \quad (1)
\end{aligned}$$

这里 E_0 表示本征场的幅度； H_n 和 H_m 是 n 阶和 m 阶的埃尔米特 (Hermite) 多项式； $W_x(z), W_y(z), R_x(z), R_y(z), \eta_x(z)$ 和 $\eta_y(z)$ 都是与谐振腔尺寸有关的函数，在实际计算中，我们进行了简化； l 是光栅周期； r 是谐波次数。从 (1) 式可以看出，奥罗管的基本场型是包括 TEM 模和各次谐波模式的驻波，而所含 W, R 和 η 函数的各项可以看作对驻波的幅度调制，如用 $F(x, y, z)$ 来表示，则 (1) 式可以简化为：

$$E_y(x, y, z) = E_0 F(x, y, z) \left[2 \sin K(z - z_0) + \sum_{r=1}^{\infty} C_r \cos \left(\frac{2\pi r y}{l} \right) \right] e^{i\omega t}. \quad (2)$$

$F(x, y, z)$ 应该是复数，也就是说包络中不光有幅度调制，还有相位调制。这里，我们忽略相位调制，而把 $F(x, y, z)$ 看成实数。下面为了简化起见，我们假定电子注是很薄的，这样就可以忽略 z 方向的分布，而 x 方向的分布我们用平均值来代替，同时还假定电子注在适当的聚焦磁场的约束下只有 y 方向的运动，这样就把问题转化为一维的了。此外还假定 y 方向上的场是高斯分布的，即假定 $H_m \left[\sqrt{2} \frac{y}{W_y(z)} \right]$ 为常数，这比较接近于最低的模式，即 $m = 0$ 时的情况。 (2) 式便可进一步简化为：

$$E_y = 2E_1 e^{-A(y-D)^2} \sum_{r=1}^{\infty} C_r \cos \left(\frac{2\pi r}{l} y \right) e^{i\omega t}. \quad (3)$$

这里略去了 TEM 模，因为当电子注接近光栅表面时，TEM 模为零；即使电子注与光栅有一定距离，TEM 不等于零，它与电子注之间的相互作用也是可以忽略的。(3) 式就是进行一维的奥罗管大信号计算时通常所采用的基本场型。图 2 的场可以看成是 (3) 式的一种简化模型。在 (3) 式中困难是确定系数 C_r 。在本工作中，我们不去严格的计算 C_r ，也不采用图 2 的模型，而首先计算 $r = 1$ 的直波模式：

$$E_y = E_1 e^{-A(y-D)^2} \operatorname{Re} \left\{ e^{-i\left(\frac{2\pi}{l} y - \omega t\right)} \right\}; \quad (4)$$

然后考虑 $r = 1$ 的返波和 $r = 2$ 的直波，计入这两个模式后，场可表示为：

$$E_y = E_1 e^{-A(y-D)^2} \operatorname{Re} \left\{ e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{l} y\right)} + e^{i\left(\omega t + \frac{2\pi}{l} y\right)} + C_2 e^{i\left(\omega t - \frac{4\pi}{l} y\right)} \right\}, \quad (5)$$

这里 C_2 表示谐波和基波的幅度比，由于其他模式的影响远远小于这两个模式，所以从这两个模式对单模模型的影响，可以估计单模模型的精确程度。 C_2 这里只是取假定的值。

2. 归一化参量

为了使计算方便，并使结果有比较普遍的意义，我们采用行波管中类似的归一化方法^[9]。归一化距离 χ

$$\chi = \frac{\omega y}{u_0} \quad (6)$$

和初始相位

$$\varphi_0 = \omega t_0. \quad (7)$$

这里, ω 是角频率, u_0 是电子注的直流速度。这两个参量类似于一般行波管大信号理论中的两个归一化自变量。而与行波管大信号理论中相对应的变量只剩下两个了, 因为电场在这里不再是变量, 而是输入量了。归一化的电子注速度 u 定义为:

$$u(\chi, \varphi_0) = \frac{1}{u_0} \frac{dy}{dt}. \quad (8)$$

而电子相位则简单地定义为:

$$\varphi(\chi, \varphi_0) = \omega t. \quad (9)$$

为了方便起见定义非同步参量

$$b = \frac{u_0 - v_\varphi}{v_\varphi}. \quad (10)$$

与行波管相比, 这里的 b 相当于行波管中的 bc , 所以, 在正常工作范围内, b 比行波管中小约一个数量级。 v_φ 表示基波的相速

$$v_\varphi = \frac{\omega l}{2\pi}. \quad (11)$$

在上述归一化情况下, (4)式所示电场可表示为:

$$E_y = E_1 e^{-A'(\chi-D')^2} \operatorname{Re}\{e^{i[\varphi-(1+b)\chi]}\}. \quad (12)$$

考虑返波和 $r = 2$ 的直波时, (5)式变为:

$$E_y = E_1 e^{-A'(\chi-D')^2} \operatorname{Re}\{e^{i[\varphi-(1+b)\chi]} + e^{i[\varphi+(1+b)\chi]} + C_2 e^{i[\varphi-2(1+b)\chi]}\}. \quad (13)$$

3. 运动方程和电子效率

这里我们不计算空间电荷力的影响, 从牛顿方程得:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{e}{m} E_y. \quad (14)$$

代入归一化参量后得:

$$\frac{\partial u}{\partial \chi} = \frac{1}{u} F_0 e^{-A'(\chi-D')^2} \operatorname{Re}\{e^{i[\varphi-(1+b)\chi]} + e^{i[\varphi+(1+b)\chi]} + C_2 e^{i[\varphi-2(1+b)\chi]}\}, \quad (15)$$

这里

$$F_0 = \frac{e E_1}{m \omega u_0}. \quad (16)$$

为了计算方便, (15)式可写成:

$$\frac{\partial}{\partial \chi} (u^2) = 2 F_0 e^{-A'(\chi-D')^2} \operatorname{Re}\{e^{i[\varphi-(1+b)\chi]} + e^{i[\varphi+(1+b)\chi]} + C_2 e^{i[\varphi-2(1+b)\chi]}\}. \quad (17)$$

从原则上讲, 不难计算所有的高次空间谐波的直波和返波, 而真正困难的倒是系数 C_2 的确定。从(17)式计算出 u 后, 再从(8)式和(9)式可以计算相位 φ ,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \chi} = \frac{1}{u(\chi, \varphi_0)}. \quad (18)$$

而电子注的效率则可表示为:

$$\eta_e = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - u^2) d\varphi_0. \quad (19)$$

三、计算和结果的讨论

整个计算过程就是以 F_0 , A' 和 D' 为参量来计算(17)、(18)和(19)式。考虑谐波时, 还要输入 C_2 。采用本文形式的方程而不用文献[4—6]中的运动方程的主要原因是易于处理电子反转的问题。由于我们先计算电子速度, 当电子速度为负时, 我们可以在程序中作专门处理, 把该电子从运动电子注中排除(认为它被电路截获), 如按文献[4]的运动方程计算, 当电子反转时, 结果就出现问题, 而计算表明, 在奥罗管中比在行波管中更容易出现电子反转的情况。效率大于百分之四十后, 一般都有反转电子出现。采用本文形式的方程组的另一优点是只有一阶导数, 一阶微分方程比二阶微分方程容易计算, 精度和稳定性都容易保证。按以前行波管计算的经验, 我们取32个电荷盘。步长的选择对计算精度和计算时间影响很大, 必须慎重选择, 以保证有一定精度, 而又节省计算时间。在只考虑单一模式的情况下, 由于电子注与基波基本同步, 所以场的变化是缓慢的, 这时步长大一些不会产生很大的误差, 所以我们取步长为0.2进行计算, 结果完全满足要求。而考虑高次谐波和返波时, 由于电子注和这些波不同步, 场随距离变化很快, 为了达到同样的精度, 步长必须大大缩短, 我们取步长为0.02, 以保证得到反映返波和空间谐波对电子效率影响的、有足够精度的结果。

图3示出了返波和谐波对电子效率的影响。图3中上面一组曲线为 $A' = 0$ (即幅度是均匀的) $b = 0.04$, $F_0 = 0.0075$ 时的电子效率 η_e 随归一化距离 χ 的变化; 而下面一组曲线则表示 $A' = 0.005$ 时的结果。图中实线只考虑基波直波时的结果, 它是一条很平滑的曲线; 虚线是考虑基波直波和返波时的情况。从所得结果可以看出, 返波对效率的影响主要是在只考虑基波直波的曲线上附加一个比较有规律的起伏。图4中示出的不同 b 值下的 $\eta_e-\chi$ 曲线都有相似的结果。其中有几条曲线还画出了返波的影响。图3中的点划线是考虑二次谐波时的结果, 同时给出了两条曲线: 一条 $C_2 = 1$, 另一条 $C_2 = 0.4$ 。 $C_2 = 1$ 时, 谐波和基波幅度相等, 这是一种极端的情况, 实际上是不可能的。谐波的影响和返波的影响类似, 也是在只考虑单一模式时的 $\eta_e-\chi$ 曲线上附加一个起伏。当然, $C_2 = 1$ 时起伏是相当大的, $C_2 = 0.4$ 时起伏就小得多了。在实际电路中, C_2 一般为零, C_3 约为 $1/3$ 左右, 所以在实际电路中, 谐波的影响比图上所表示的要小得多。由于其他谐波离同步更远, 而且幅度更小, 所以其影响也会小得多。所以作为对奥罗管互作用的初步研究, 忽略返波和高次谐波的影响, 以了解其基本特性是完全可行的。

根据上面的计算, 当然并不能认为返波和谐波的影响可以忽略不计。在计算过程中, 我们也发现, F_0 越大, 作用区长度越短时, 则返波和谐波的影响越大。但是正如图中所

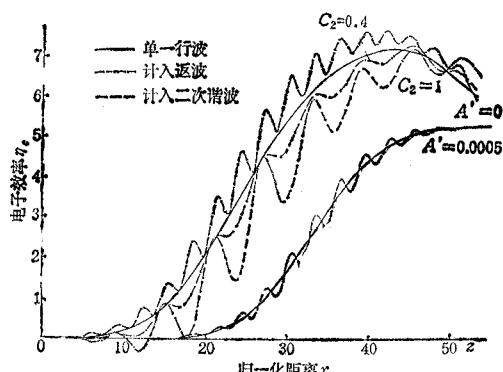


图3 返波和谐波对电子效率的影响

示,这种影响带有一定的随机性,这与耦合腔行波管中的情况类似,返波和空间谐波的影响主要是造成特性随频率的波动。所以,我们把返波和谐波的影响留待对奥罗管的具体管型的特性作更深入研究时再来仔细考虑,而作为研究奥罗管大信号相互作用的一般规律,我们将只研究单一模式的情况。

图4给出了 $F_0 = 0.0075$ 时以 b 作为参变量的电子效率随归一化距离的变化。图4(a)是 $A' = 0$ 的,即场是均匀分布的情况,图4(b)是 $A' = 0.005$ 的情况,这时的场型

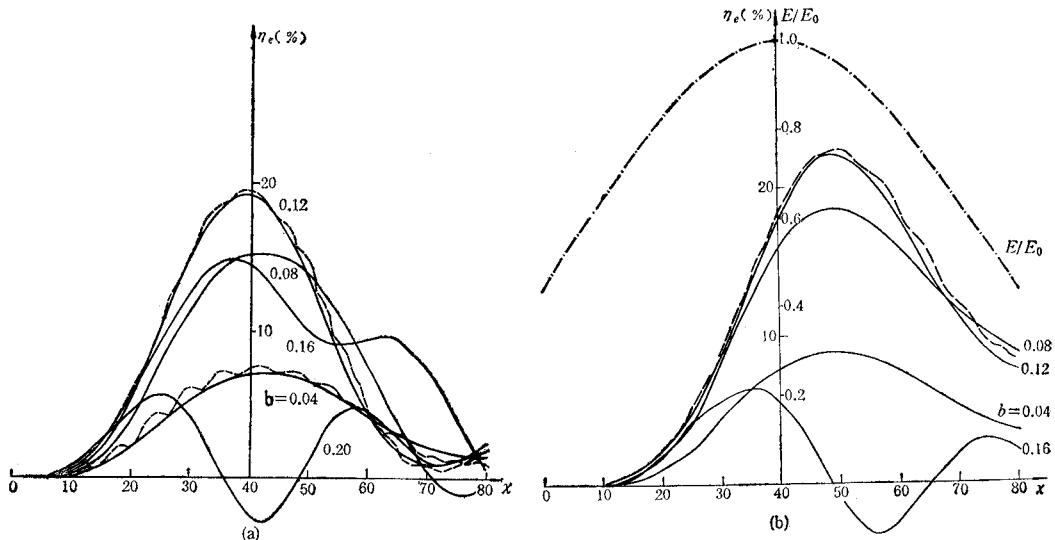


图4. 不同非同步参量 b 值下,电子效率随归一化距离的变化虚线表示考虑返波时的情况

- (a) $A' = 0, F_0 = 0.0075$, 电场均匀分布
- (b) $A' = 0.005, F_0 = 0.0075$, 电场分布如点划线

分布如点划线所示。虚线是计及返波时的结果。从图可以看出,对于这种情况,返波的影响也是不明显的。这个图给我们一个启示:对奥罗管来说,管长的选择也许是临界的。对于给定的 F_0 值(即对于给定的输出功率),最佳相互作用距离几乎不随非同步参量而变化。从图4可见, b 从0.04变到0.12,最佳相互作用距离几乎不变。然而如果 F_0 改变,最佳相互作用距离就会有所改变,这将大大影响工作效率。因此,我们有必要把最佳作用距离作为一个重要的参数加以考虑。

图5给出了 η_e 、 b 和 χ 与归一化电场 F_0 的关系。这里非同步参量 b 是最佳非同步参量, χ 是最佳归一化作用距离, η_e 是最大电子效率,即最佳 b 和 χ 下的电子效率。 A' 表示场型系数。图5(a)为对称场型的情况,即模斑的中心为最佳作用距离的一半;图5(b)表示“半模斑”场型时的相应结果,即这时最强场的位置(或称模斑中心)为最佳作用距离的终端,也就是说只有模斑的一半是作用区。当 $A' = 0$ 时图5(a)和(b)的情况是一样的,所以图5(a)和(b)中 $A' = 0$ 时的曲线实际上是一样的。为了得到这一组最佳工作参数的曲线,我们首先对非同步参量 b 设计了优选程序,然后调整输入和模斑中心的距离,使得给出最大输出的距离正好满足图5(a)和(b)的要求。这种调整一般要进行两到三次,使得给出最大功率的距离与所要求的位置(即模斑中心或两倍于模斑中心的距离)之间相差小于 $\pm z$,这时的效率相差约为百分之一到五。每次调整输入位置都要对 b 进行

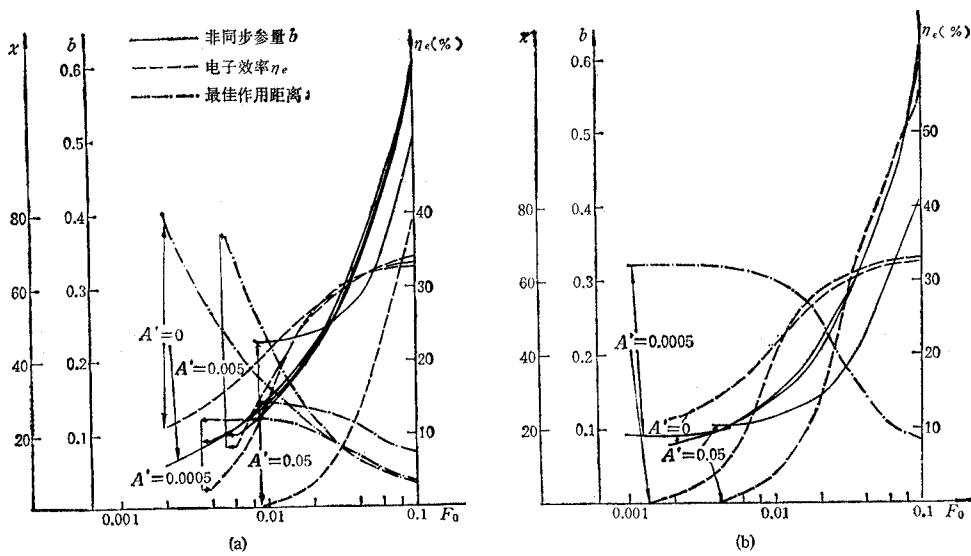


图 5 最佳归一化作用距离,最佳非同步参量和电子效率与归一化场强 F_0 的关系
 (a) 场为对称分布时, (b) 场为不对称分布时

优选。计算结果除了个别点外,都有规律地落在光滑的曲线上。这些个别的点,主要是一些效率很高的点,如图 5(b) 上效率大于百分之四十的那些点。由于这时出现电子反转,而我们又认为反转电子交出了全部功率后被吸收了,所以算得的功率就偏大。图 5(b) 中效率最高的一点,计算过程中出现了六个电子盘反转。当然在这种情况下,计算误差是较大的。但是在实际工作状态下,不大可能出现这么高的效率。对于考虑返波的情况也进行了一些计算,发现最佳距离和最佳非同步参量都不是平滑地变化,所以得不到类似的最佳曲线。

四、小结

上述非线性相互作用的分析是比较粗糙的,最主要的不足之处是没有仔细地讨论和分析场型,而是根据假定场型进行分析的。尽管如此,这一非线性相互作用的模型和设计程序还是可以作为进一步分析和计算的基础,在这个基础上,根据一定的场模型就可以建立包括自洽场解的比较完善的非线性相互作用的模型和设计程序。但是根据上面的计算结果可以看到,在考虑了各种复杂情况的场型下进行计算,虽然可以为具体的管子提供较精确的数据,但是对于某些参量,所得结果是有波动的,因此,缺乏普遍意义。就这点来说,只考虑单一模式进行计算对于了解奥罗管的非线性互作用的基本特性和指导设计是有实际意义的。

参考文献

- [1] S. G. Hibben, *Microwave Jour.*, 12(1969), 59.
- [2] K. Mizuo, S. Ono and Y. Shibata, "A new electron tube with a Fabry-Perot resonator for the generation of millimeter and submillimeter wave", Proc. Symp. Submillimeter waves, Brooklyn, N. Y., Polytechnic

- Press, (1977), 115.
- [3] D. E. Wortman et. al., *IEEE J. of QE*, **QE-17**(1981), 1341.
- [4] А. Н. Денисов, В. Е. Цайка, *Известия Вузов Радиозелектроника*, **15**(1972), 1022.
- [5] М. Б. Цейтлий и т. д. *Радиотехника и Электроника*, **24**(1979), 1164
- [6] М.Б.Цейтлий и т. д. *Радиотехника и Электроника*, **22**(1977),1575.
- [7] В. А. Велявский, *Радиотехника и Электроника*, **29**(1984), 948.
- [8] R. P. Leavitt et. al., *IEEE J. of QE*, **QE-17**(1981), 1333.
- [9] 宋文淼等, 电子科学学刊, **7**(1985), 136 .

INVESTIGATION ON LARGE SIGNAL INTERACTION IN OROTRON

Song Wenmiao, Guo Kaizhou

(Institute of Electronics, Academia Sinica)

In this paper, the computations of large signal interaction in Orotron with several models of field are carried out. Models of field include uniform and Guassian distribution field; the mode including only one foundamental forward wave and modes including the backward wave and harmonics are both considered. After analysing all the results of the computation for a series of the parameters, the useful results for further investigation of the characteristics of Orotron and for designning the Orotron rae got.