

基于增量维纳滤波和空间自适应规整的超分辨率图像复原

闫 华 刘 璐 李道真 孙建德

(山东大学信息科学与工程学院 济南 250100)

摘 要: 该文提出一种新的超分辨率图像复原方案, 该方案利用了空间自适应规整方法的空间分段平滑特性和增量维纳滤波的快速收敛能力, 将解的先验约束结合到迭代过程中, 通过多幅低分辨率降晰图像来估计一幅高分辨率图像。计算机仿真结果表明, 该方法可以有效实现超分辨率图像复原, 有效地提高了复原的自适应控制能力和收敛性能。

关键词: 超分辨率, 图像复原, 增量维纳滤波, 空间自适应规整

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)01-0035-04

Incremental Wiener Filter and Space-Adaptive Regularization Based Super-Resolution Image Restoration

Yan Hua Liu Ju Li Dao-zhen Sun Jian-de

(School of Info. Sci. and Eng., Shandong University, Jinan 250100, China)

Abstract A new method of super-resolution image restoration is proposed in the paper. In this method, the piecewise smoothness of space-adaptive regularization combines with the rapid convergence of incremental Wiener filter and through an iteration process with *a priori* constraint about image, one super-resolution image is estimated from several low-resolution images. Simulations show that the method can implement restoration effectively and has good convergence.

Key words Super-resolution, Image restoration, Incremental Wiener filter, Space-adaptive regularization

1 引言

红外成像仪和 CCD 照相机等许多成像系统, 在采集宽快速视场图像的过程中, 受其固有的传感器阵列排列密度的限制, 图像的分辨率不可能很高; 同时欠采样效应也会造成图像的频谱交叠, 使获取的图像因变形效应而发生降质。虽然成像系统的光学元件能够有效地限制传感器阵列上图像的频带宽度, 使获取的图像有可能避免变形效应的发生, 但这要求光学元件与传感器阵列进行有效组合, 这在实际应用场合中是很难做到的。如果采用增加传感器阵列密度的办法来提高图像分辨率和消除变形效应, 则费用可能很昂贵或者很难实现。超分辨率复原技术就是解决这一问题的一个有效办法, 它是图像融合技术的一种。图像融合技术是把相关性和互补性很强的多幅图像上的有用信息综合在一起, 产生一幅(或多幅)携带更多信息的图像, 以便能够弥补原始观测图像承载信息的局限性。超分辨率复原技术就是利用一些低分辨率变形图像(或视频序列)来估计出一幅较高分辨率的非变形图像, 同时还能够消除加性噪声以及由有限检测器尺寸和光学元件产生的模糊。

超分辨率复原技术应用于实际当中的许多方面, 如: 根据视频信号打印超分辨率静态图像, 以扩大图像和增加细节;

把普通视频信号转化成高清晰度电视标准或产生合成视频变焦(合成视频变焦就是把视频显示的一个区域按某一倍数进行放大, 然后重新播放); 在采集军事和气象遥感图像时, 由多幅低分辨率图像来复原高分辨率图像来获得清晰度很高的图像, 克服成像条件和成像系统分辨率的限制; 在医学成像系统中(如 CT、核磁共振成像仪和超声波仪器等), 也可以用超分辨率复原技术来提高分辨率。

大多数超分辨率复原方法是从经典的单帧图像复原技术发展而来的。超分辨率(SR)图像复原问题最早由 Tsai 与 Huang 提出, 并给出了基于频域逼近的重建 SR 图像的方法^[1]。此后研究者在这一领域又提出了很多其他的实现方法, 如最小均方误差法(MMSE)^[2], 迭代反投影法(Iterative Back Projection, IBP)^[3], 凸集投影法(Projection Onto Convex Sets, POCS)^[4], 最大期望法(Expectation Maximization, EM)^[5], Bayes 分析法^[6-8]等, 各种方法在不同的情况下其超分辨率复原能力也各不相同。

空间自适应规整(SAR)算法是一种针对降晰图像的复原方法, 采用空间自适应规整法可以缓解空间不变的规整方法在图像强度突变处产生的严重的振铃效应。本文提出的超分

分辨率图像复原方案利用了空间自适应规整方法的空间分段平滑特性和增量维纳滤波的快速收敛能力,利用棱边提取算法将解的先验约束结合到迭代过程中,通过多幅低分辨率降晰图像来估计一幅高分辨率图像。计算机仿真结果表明,本方法可以有效实现超分辨率图像复原,有效地提高了复原的自适应控制能力,收敛性能好。

2 问题的数学模型

超分辨率问题被认为是一个大的稀疏线性优化问题,在实际的运算中采用几何变换、卷积、采样的描述^[3],在理论的分析中一般采用如下矩阵-向量的数学描述^[8]

$$g_k = DH_k F_k x + e_k \quad (1)$$

其中 g_k 为第 k 幅 $M_1 \times M_2$ 的低分辨率图像 $\bar{g}_k$ 按一定顺序重排得到的列向量; x 为 $N_1 \times N_2$ 的高分辨率图像 $\bar{x}$ 按同样顺序重排得到的列向量; e_k 为第 k 幅图像中 $M_1 \times M_2$ 正态分布的加性噪声 $\bar{e}_k$ 按同样顺序重排得到的列向量,一般认为是加性零均高斯噪声; D 为欠采样矩阵,大小为 $M_1 M_2 \times N_1 N_2$; F_k 为第 k 幅低分辨率图像对应的几何变换矩阵,大小为 $N_1 N_2 \times N_1 N_2$; H_k 为第 k 幅低分辨率图像对应的降晰函数 h_k 产生的卷积核矩阵,大小为 $N_1 N_2 \times N_1 N_2$; $1 \leq k \leq K$; K 为低分辨率图像的个数。 K 个低分辨率图像的公式合并为

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DH_1 F_1 \\ \vdots \\ DH_K F_K \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_K \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_K \end{bmatrix} \Leftrightarrow g = Bx + e \quad (2)$$

当 D 为单位阵,即采样率为 1:1,低分辨率图像为单帧时, $g = Bx + e$ 就是一个经典的单帧图像复原的模型,这里 B 看作降晰函数 b 的卷积核矩阵。由此可见,单帧图像复原是超分辨率图像复原的特例。超分辨率图像复原与单帧图像复原的最大区别是超分辨率复原中存在欠采样问题。我们可以将单帧图像复原问题的解决方案经过改进运用到超分辨率图像复原问题。

高分辨率图像 $\bar{x}$ 与第 k 幅低分辨率图像 $\bar{g}_k$ 间的采样率由欠采样矩阵 D 决定,也可以由高分辨率图像 $\bar{x}$ 的像素数 $N_1 \times N_2$ 与第 k 幅低分辨率图像 $\bar{g}_k$ 的像素数 $M_1 \times M_2$ 的比得到。复原得到的高分辨率图像 $\bar{x}$ 的像素数是任意的,如果选择的像素数过高,将导致问题的病态,可通过规整来改善;如果过少,将导致低分辨率图像中的信息冗余,但可以较好地抑制噪声。一个直观的规律有助于我们决定 $(N_1 \times N_2)$:

$(N_1 \times N_2) < \sum_K M_1 \times M_2$, 即所给的低分辨率图像的信息量应

大于复原图像所需的信息量^[9]。

3 增量维纳滤波^[9]

增量维纳滤波器是在维纳滤波器的基础上引入额外的约束对解进行限制,是一种利用傅里叶变换对解进行估计的

迭代算法。

将单帧图像复原的数学模型用卷积形式表示:

$$\bar{g} = b * \bar{x} + \bar{e} \quad (3)$$

通过离散傅里叶变换将式(3)变换到频域:

$$\bar{G}(w) = \bar{B}(w) \bar{X}(w) + \bar{E}(w) \quad (4)$$

定义频域反卷积误差为

$$\bar{S}(w) = \bar{G}(w) - \bar{X}(w) \bar{B}(w) \quad (5)$$

假定已经有一个估计 $\bar{X}_{old}(w)$, 则

$$S_1(w) = \bar{G}(w) - \bar{X}_{old}(w) \bar{B}(w)$$

我们找一个改进的估计 $\bar{X}_{new}(w)$ 使得反卷积误差的 L_2 泛数平方 $\|S(w)\|^2$ 减小。维纳滤波器提供的估计可以写成:

$$\bar{X}(w) = \frac{\bar{B}^*(w) S_1(w)}{|\bar{B}(w)|^2 + \frac{S_{ee}(w)}{S_{xx}(w)}} + \frac{|\bar{B}(w)|^2}{|\bar{B}(w)|^2 + \frac{S_{ee}(w)}{S_{xx}(w)}} \bar{X}_{old}(w) \quad (6)$$

式中 $*$ 表示复数共轭,右边第二项的分式小于等于 1。增量维纳滤波器是上式的一个近似:

$$\bar{X}_{new}(w) = \bar{X}_{old}(w) + \frac{\bar{B}^*(w) S_1(w)}{|\bar{B}(w)|^2 + \gamma} \quad (7)$$

如果令 $S_2(w) = \bar{G}(w) - \bar{X}_{new}(w) \bar{B}(w)$, 简单的推导可以得出:

$$S_2(w) = \frac{\gamma}{|\bar{B}(w)|^2 + \gamma} S_1(w) \quad (8)$$

既然 $\gamma \geq 0$, 并且 $|\bar{B}(w)|^2 \geq 0$, 有

$$\|S_2(w)\|^2 \leq \|S_1(w)\|^2 \quad (9)$$

这表明增量维纳滤波器的迭代能够使反卷积误差减小。

4 基于增量维纳滤波和 SAR 的超分辨率图像复原方法

4.1 空间自适应规整 (SAR) 算法^[10]

SAR 算法是一种针对降晰图像的复原的方法,它的基本原理如下:

在降晰函数 b 已知的情况下,用于图像复原的 SAR 算法中的代价函数:

$$J(\bar{x}) = \frac{1}{2} \sum_{(m,n) \in \Omega} w_1(m,n) \times [\bar{g}(m,n) - b(m,n) \times \bar{x}(m,n)]^2 + \frac{1}{2} \lambda \sum_{(m,n) \in \Omega} w_2(m,n) \times [c(m,n) \times \bar{x}(m,n)]^2 \quad (10a)$$

或用矩阵-向量表示代价函数:

$$J(x) = \frac{1}{2} (\|g - Bx\|_{w_1}^2 + \lambda \|Cx\|_{w_2}^2) = \frac{1}{2} [(g - Bx)^T w_1 (g - Bx) + \lambda (Cx)^T w_2 (Cx)] \quad (10b)$$

其中 $0 \leq \min_val \leq \bar{x}(m,n) \leq \max_val \leq \infty$ 。式(10a)中 $\Omega \subset R^2$ 是真实图像的支持域。式(10a)右边第一项体现了复原图像相对于观测图像的逼真度, 如果直接最小化第一项, 如 IBP 法, 由于降阶函数的病态, 会造成噪声的过度放大, 所以通过第二项加以平滑的限制。 $c(m,n)$ 为规整化算子, 一般为高通滤波器(如拉普拉斯算子)。 λ 为规整化参数, 可以控制相对于观测图像的逼真度和复原图像的平滑性之间的折衷程度。由于自然图像是分段平滑的, 且噪声一般不是空间平稳的, 这个折衷必须根据图像和噪声的局部性质来实现空间自适应, 如果过度的规整化(平滑), 图像的突变处会出现振铃效应, 如果规整化程度不够, 光滑区域就会出现噪声。空间自适应规整法是通过引入权系数 $w_1(m,n)$, $w_2(m,n)$ 来实现的。在噪声较小或强度突变处, $w_1(m,n)$ 应该大, 以强调对观测图像的逼真度; 反之, $w_1(m,n)$ 应该小。在光滑区域或噪声较大处, $w_2(m,n)$ 应该大; 反之, 应该小。

许多最优化算法都可以最小化代价函数 $J(\bar{x})$, 其中 $J(\bar{x})$ 的梯度为

$$\begin{aligned} p(m,n) &= \frac{\partial J}{\partial \bar{x}(m,n)} \\ &= -\{w_1(m,n) \times [\bar{g}(m,n) - b(m,n) \times \bar{x}(m,n)]\} \times b(-m,-n) \\ &\quad + \lambda \{w_2(m,n) \times [c(m,n) \times \bar{x}(m,n)]\} \times c(-m,-n) \end{aligned} \quad (11)$$

4.2 基于增量维纳滤波和 SAR 的超分辨率图像复原方法

在超分辨率复原 SAR 算法的实现公式中, 我们给出矩阵-向量表示的超分辨率复原的代价函数:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \left(\sum_k \|\mathbf{g}_k - \mathbf{D}\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}\|_{w_{1,k}}^2 + \|\mathbf{C}\mathbf{x}\|_{w_2}^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\sum_k (\mathbf{g}_k - \mathbf{D}\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x})^T w_{1,k} (\mathbf{g}_k - \mathbf{D}\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}) \right] \\ &\quad + \lambda (\mathbf{C}\mathbf{x})^T w_2 (\mathbf{C}\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)中括号内第一项与式(10b)不同的是体现了超分辨率复原图像相对于多个低分辨率图像的逼真度的总和。当采样率为 1:1, 低分辨率图像为单帧, 那么式(12)与式(10b)一致。

最小化 $J(\mathbf{x})$, 得到下式:

$$\left[\left(\sum_k \mathbf{F}_k^T \mathbf{H}_k^T \mathbf{D}^T w_{1,k} \mathbf{D} \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \right) + \lambda \mathbf{C}^T w_2 \mathbf{C} \right] \mathbf{x} = \sum_k \mathbf{F}_k^T \mathbf{H}_k^T \mathbf{D}^T w_{1,k} \mathbf{g}_k \quad (13)$$

在仿真中采用共轭梯度对 $\mathbf{x}$ 进行迭代求解: 令梯度为

$$\mathbf{p}' = - \left[\sum_k \mathbf{F}_k^T \mathbf{H}_k^T \mathbf{D}^T w_{1,k} (\mathbf{g}_k - \mathbf{D}\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}') - \lambda \mathbf{C}^T w_2 \mathbf{C} \mathbf{x}' \right] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{t+1} &= \mathbf{x}' + \alpha \left\{ \sum_k \left[\mathbf{F}_k^T \mathbf{H}_k^T \mathbf{D}^T w_{1,k} (\mathbf{g}_k - \mathbf{D}\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}') \right] - \lambda \mathbf{C}^T w_2 \mathbf{C} \mathbf{x}' \right\} \\ &= \mathbf{x}' + \alpha \mathbf{p}' \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\mathbf{D}^T$ 是对 $(\mathbf{g} - \mathbf{D}\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}')$ 的上采样, 按采样率进行零值插

入; $\mathbf{F}_k^T$ 是逆移动。 $\mathbf{C}, \mathbf{C}^T$ 是由拉普拉斯算子生成的卷积核矩阵。

SAR 算法通过对复原和平滑加以局部的适应性控制, 可以有效地克服在图像灰度值跳变的地方出现的振铃式寄生波纹。在文献[10]中 Lagendijk 等人提出利用图像的初始估计的局部方差求解自适应规整的加权系数, 这样并不能得到精细的加权系数。文献[9]中介绍了一种用频域算法提供的解, 使用棱边提取算法来计算自适应规整的加权系数, 以提高加权系数的精细程度。

增量维纳滤波器提供了一个迭代改进方式, 能够方便地将解的先验约束结合到迭代过程中, 保证正确和快速收敛, 以及能够依据主观判断对迭代进行控制; 不需要信号和噪声功率谱的准确值。我们可以利用增量维纳滤波提供的解, 用一阶差分提取棱边, 得到精细的加权系数, 提高图像的自适应规整的控制能力。

我们将增量维纳滤波和空间自适应规整相结合, 给出一种新的超分辨率图像复原方法。详细步骤描述如下:

(1) 对 K 幅低分辨率图像进行增量维纳滤波得到一个高分辨率近似图像, 通过一阶差分提取棱边, 获得规整化权系数矩阵 w_2 , 令 w_1 为全 1 阵。

(2) 初始化: 利用双线性插值得到的图像作为初始估计 $\mathbf{x}^0$;

(3) 进行外迭代: $1 \leq l \leq L$, L 为最大的迭代次数; 对 K 幅低分辨率图像分别进行共轭梯度最优化算法, $1 \leq k \leq K$:

(4) 进行内迭代 $1 \leq i \leq I$, I 为内迭代的最大次数。令 $\beta = 0$, $\mathbf{p}^0$ 由式(11)求得;

(5) $\mathbf{u}_{k,i} = -\mathbf{p}_{k,i} + \beta \mathbf{u}_{k,i-1}$;

(6) 计算更新图像步长:

$$\begin{aligned} \alpha &= \sum_{(m,n) \in \Omega} [p_{k,i}(m,n)] \\ &\quad + \sum_{(m,n) \in \Omega} \{w_{1,k}(m,n) \times [b_k(m,n) \times u_{k,i}(m,n)]^2 \\ &\quad + \lambda w_2(m,n) \times [c(m,n) \times u_{k,i}(m,n)]^2\} \end{aligned}$$

(7) 新图像估计 $\mathbf{x}_{k,i}^l(m,n) = \mathbf{x}_{k,i}^{l-1}(m,n) + \alpha \mathbf{u}_{k,i}(m,n)$;

(8) 约束 $0 \leq \min_val \leq \mathbf{x}_{k,i}^l(m,n) \leq \max_val \leq \infty$;

(9) 更新梯度 $\mathbf{p}_{k,i+1}$, 并计算 $\beta = \frac{\sum_{(m,n) \in \Omega} [p_{k,i+1}(m,n)]^2}{\sum_{(m,n) \in \Omega} [p_{k,i}(m,n)]^2}$;

(10) 如果 $i < I$, 转到 (5); 否则转到下一步;

(11) 如果 $k < K$, 转到 (4); 否则转到下一步;

(12) 计算代价函数, 如果 $J > \delta$, 则返回 (3), 否则转到下一步;

(13) 输出 x ，结束。

5 计算机仿真结果和性能分析

仿真中采用像素为 256×256 ，灰度级为 256 的 Cameraman 图像，作为原始高分辨率图像。图 1 是通过降晰过程产生 16 幅低分辨率图像。降晰函数为 5×5 的散焦函数，采样率为 4:1，加性高斯零均噪声方差为 5，旋转角度分布在 $[0, 50^\circ]$ 之间。仿真中认为移动参数和降晰函数已知。图 2 是利用不同的空间规整方法得到的高分辨率图像与原图像均方误差的比较图。图 2 中“+”划线表示的是空间不变规整方法的结果，“。”划线表示的是空间自适应规整方法的结果。图 3 是根据第一幅低分辨率图像，利用双线性插值得到的图像。图 4 是利用空间自适应规整方法复原得到的高分辨率图像。

通过图 2，图 3 和图 4 的比较可以看出，文中的基于增量维纳滤波和空间自适应规整的超分辨率算法利用频域算法提供的解进行棱边提取得到的规整权矩阵，有效地提高了复原的自适应控制能力，使整个图像的复原质量得到提高。

图 2 的比较也表明这种方法具有更好的收敛特性。



图 1 低分辨率图像

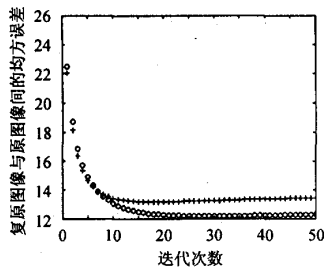


图 2 复原图像与原图像的
均方误差比较图



图 3 双线性插值得到的图像



图 4 超分辨率复原得到的图像

6 结论

本文提出了一种基于增量维纳滤波和空间自适应规整化结合的图像复原算法，仿真实验的结果表明了它在同样复

原效果下的良好的收敛性。在图像降晰函数未知的情况下进行超分辨率图像盲复原是我们下一步研究的重点。

参考文献

- [1] Tsai R Y, Huang T S. Multiframe image resolution and registration. in *Advances in Computer Vision and Image Processing*, T. S. Huang, Ed. Greenwich, CT: Jai Press, 1984, vol.1: 317 – 319.
- [2] Srinivas C, Srinath M D. A stochastic model-based approach for simultaneous restoration of multiple miss-registered images. *SPIE*, 1990, 1360: 1416 – 1427.
- [3] Peleg S, Keren D. Improving image resolution using subpixel motion. *Pattern Recognit Lett.*, 1987, 5(3): 223 – 226.
- [4] Ozkan M K, Tekalp A M, Sezan M I. POCS-based resolution of space-varying blurred images. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1994, 3(7): 450 – 454.
- [5] Tom B C, Katsaggelos A K. Reconstruction of a high resolution image from registration and restoration of low resolution images. *Proc. of IEEE Int. Conf. Image Processing*, Austin, TX, 1994, 3: 553 – 557.
- [6] Schultz R R, Stevenson R L. Improved definition video frame enhancement. *ICASSP*, Detroit, MI., 1995, 4: 2169 – 2172.
- [7] Patti A J, Sezan M I, Tekalp A M. Super-resolution video reconstruction with arbitrary sampling lattices and nonzero aperture time. *IEEE Trans. on Images Processing*, 1997, 6(8): 1064 – 1076.
- [8] Elad M, Feuer A. Restoration of a single super-resolution image from several blurred, noise, and undersampled measured images. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1997, 6(8): 1646 – 1658.
- [9] 邹谋炎. 反卷积和信号复原. 北京: 国防工业出版社, 2001.3, 第 4, 6 章.
- [10] Lagendihk R L, Biemond J, Boeke D E. Regularized iterative image restoration with ringing reduction. *IEEE Trans. on Acoust. Speech Signal Proc.*, 1988, 36(2): 1874 – 1888.
- [11] 刘良云, 李英才, 相里斌. 超分辨率图像重构技术的仿真实验研究. *中国图像图形学报*, 2001, 6(7): 629 – 635.

闫 华: 女, 1973 年生, 硕士生, 主要研究方向超分辨率图像复原.

刘 璐: 男, 1965 年生, 教授, 博士生导师, 通信工程系主任, 山东大学-美国德州仪器(TI)公司数字信号处理实验室主任, 从事盲信号处理、多媒体通信等研究, 发表论文 40 余篇.