# 利用结合局域优化的遗传算法求解脑磁逆问题 [1]

李 军 朱红毅 * Sailing He**

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室 光及电磁波研究中心 杭州 310027)
*(浙江近代物理中心 浙江大学理学院物理学系 杭州 310027)
**(Dept. of Electromag. Theory, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden)

**摘 要** 脑磁逆问题的求解是脑磁研究中的一个关键问题，其中对多电流偶极子源参数的推断一般采用非线性全局优化方法，但收敛速度较慢。为提高计算速度，该文采用结合局域优化的遗传算法，既克服了局域优化的局部极小问题，又可以加快收敛速度。基于真实头模型的仿真计算表明该方法是有效的。

**关键词** 脑磁图，逆问题，优化法，边界元法
**中图号** TN-051.1, TN911.7

## 1 引 言

脑磁技术 (Magnetoencephalography, MEG)[1] 是近年来发展起来的一种无损脑功能检测手段，利用基于超导量子干涉仪 (Supercoducting Quantum Interference Device, SQUID) 的磁强计或梯度计，在头外测量脑神经电活动产生的磁场信号，进而获得脑神经的活动信息，比如活动神经元的位置与强度等 [2]。脑磁技术的最大特点在于其兼有高的时间分辨率 (小于 1 ms) 与空间分辨率 (定位精度在 2 — 4mm 左右)[1]。目前脑磁技术主要用于脑功能的研究，比如通过检测自发脑磁及各种诱发脑磁，来了解脑神经的活动规律。在临床上，主要用于对癫痫病灶的定位 [3]，特别对于具有局域病灶的抗药性癫痫的定位，为外科手术治疗 (比如利用伽玛刀摧毁病灶) 提供帮助。

脑磁技术的一个关键问题是对脑磁逆问题的求解，即根据脑磁图数据推断脑磁源参数，磁源一般采用电流偶极子模型，该模型表示脑内一个局域的电活动，对于每一个偶极子要推断的参数为 3 个位置与 3 个偶极矩参数。由于头外磁场与磁源位置参数之间呈非线性关系，故逆问题求解时，采用非线性优化方法。当脑内只有一个磁源时，参数推断一般采用局域优化算法 [4]，如 Marquardt 算法。考虑到在目标函数空间结构复杂时，局域优化算法有可能陷入局部极小点，所以对于两个及两个以上磁源参数的推断采用全局优化算法 [5]，如模拟退火法、遗传算法。这些全局优化算法在求解脑磁逆问题时，可以有效地摆脱局部极小点的吸引而搜寻到全局最优点，得到理想的参数推断结果，但收敛速度慢，计算耗时多，特别对于进一步提高推断参数的精度时，就要付出更大的时间代价。基于此我们采用结合局域优化的遗传算法，将参数推断的优化过程分成两步，首先利用遗传算法进行粗略的计算，然后将计算结果作为迭代初始值代入局域优化的 Levenberg-Marquardt(L-M) 算法，进行最后的优化搜寻。基于真实头模型的仿真计算表明，该方法既可以克服单一局域优化算法陷入局部极小的可能，在相同参数推断精度下，又比单一全局优化算法具有更快的收敛速度。

## 2 计算模型

在脑磁研究中，头模型一般有两种：球对称导体模型与真实头模型。前者表示头内电导率呈球对称分布，有相对简单的磁场计算公式，正逆问题均有较快的计算速度，但该模型有一定

[1] 2000-08-04 收到，2001-02-19 定稿
国家自然科学基金资助项目，基金项目编号：59947004, 30000034

的局限性，特别当磁源位于脑内额颞区时，模型不再适用。所谓真实头模型一般是基于 CT 或 MRI 数据，将头分成若干区域，比如头皮、颅骨、脑组织等，假设每一个区域是均匀的，具有相同的电导率。使用真实头模型时，磁场的计算比较复杂且耗时较多，对此的一个简化处理是采用脑外形的均匀导体模型，电导率取脑组织的，实际上相当于忽略了颅骨及头皮内的电流对磁场的贡献，仅考虑脑组织中的电流产生的磁场。该简化的真实头模型在脑磁研究中被证实是可行的 [6]，既有较快的计算速度又有较好的计算精度。以下我们采用该种头模型。

在脑外形均匀导体模型下，位于 $\boldsymbol{X}_p$ 处的电流偶极子 $\boldsymbol{P}$ 产生的头外磁场 $\boldsymbol{B}$ 为

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{X}) = \frac{\mu}{4\pi}\boldsymbol{P}\times\frac{\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}_p}{|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}_p|^3} - \frac{\mu}{4\pi}\sigma\int_{\partial G} V(\boldsymbol{X}')\boldsymbol{n}(\boldsymbol{X}')\times\frac{\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}'}{|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}'|^3}\mathrm{d}S' \tag{1}$$

(1) 式中，$\boldsymbol{X}$ 表示场点坐标，$\partial G$ 表示导体的表面，$\boldsymbol{n}$ 表示表面的外法向方向，$V$ 为表面的电势，$\mu$ 表示磁导率，$\sigma$ 为脑组织的电导率。对于多个偶极子的磁场采用叠加原理即可。可见要计算磁场，首先要计算头表面的电势 $V$，电势的计算公式为

$$V(\boldsymbol{X}) = \frac{\boldsymbol{P}\cdot(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}_p)}{2\pi\sigma|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}_p|^3} + \frac{1}{2\pi}\int_{\partial G} V(\boldsymbol{X}')\frac{\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}'}{|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}'|^3}\cdot\boldsymbol{n}(\boldsymbol{X}')\mathrm{d}S' \tag{2}$$

(1), (2) 式的联合使用，即可完成磁场的计算，具体计算时可采用边界元方法。上述方程的得出是基于电磁场的准静态近似处理，即忽略场的时间变化。生物电磁研究中通常处理的是低频生理信号，故上述近似是可行的。可以证明在准静态近似下，磁场与电势均与源电流偶极子呈线性关系，即可以用如下关系表示：$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{L}_b\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{L}_v\boldsymbol{p}$, 其中 $\boldsymbol{b}$ 为头外多点处的磁场测量值组成的列向量，$\boldsymbol{v}$ 为电势值组成的列向量，$\boldsymbol{p}$ 为电流偶极子偶极矩分量组成的列向量，$\boldsymbol{L}_b$, $\boldsymbol{L}_v$ 分别称为磁场、电势的引导场 (lead field) 矩阵。引导场矩阵的获得可基于 (1) ,(2) 式及边界元方法，详见文献 [7] 。

对于逆问题的求解采用非线性优化方法，取优化的目标函数为 $F = \|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{L}_b\boldsymbol{p}\|^2$，其中 $\boldsymbol{b}$ 为磁场的多点测量值组成的列向量，$\boldsymbol{L}_b\boldsymbol{p}$ 为取磁源偶极子参数时相应点处的磁场计算值组成的列向量。对目标函数极小优化时，将 $F$ 化为 $F = \|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{L}_b\boldsymbol{L}_b^+\boldsymbol{b}\|^2$, 其中 $\boldsymbol{L}_b^+$ 为 $\boldsymbol{L}_b$ 的 Moore-Penrose 广义逆。这样处理使目标函数中不含有偶极子的偶极矩参数，减少优化的参数数目。待求出源的位置参数后，再通过 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{L}_b^+\boldsymbol{b}$ 计算偶极矩参数。

对于一个偶极子源的情况，通常采用局域优化算法，而两个及两个以上源时则采用全局优化算法，我们这里对后一种情况采用结合局域优化的全局优化算法，具体使用的是结合 L-M 算法的遗传算法。执行时首先利用遗传算法进行粗略的搜寻，然后将搜寻的结果作为迭代初值代入 L-M 算法进行最后的连续空间的搜寻，得到逆问题的解。

遗传算法是对生物进化过程的一种仿真，算法执行前先对反演参数进行二进制编码，就是在解空间范围内，将解点以一定的精度用二进制表示的整数来近似，这一二进制编码的字符串相当于遗传染色体。以随机产生的一定数量的染色体，按照生物遗传进化的规律，通过配对、杂交、变异不断地产生后代，目标函数对后代起“适者生存”的作用，即保留使目标函数减小的后代，抛弃使目标函数增大的后代，以使传代的过程向目标函数极小优化的方向发展。

上述遗传算法是以一定精度的二进制整数表示解空间点的参数，若提高参数的编码精度，优化时就要付出更大的时间代价，所以对更精确的优化我们采用局域优化的 L-M 算法，该算法是以函数二次近似为基础的高斯 - 牛顿算法的一种变形，具有较快的收敛速度。

## 3 仿真计算与讨论

将真实的人头颅骨内表面进行三角元分割，分成 2588 个面积近似相等的三角元，见图 1 。仿真磁场由头内的两个偶极子产生，偶极子参数见表 1 。通过正向计算得到头外 74 个位置处

的磁场值，作为逆问题求解时的磁场“测量值”，这 74 个位置分成两组，脑的左右半球外各 37 个，对应脑磁实验中磁场探测线圈的位置。

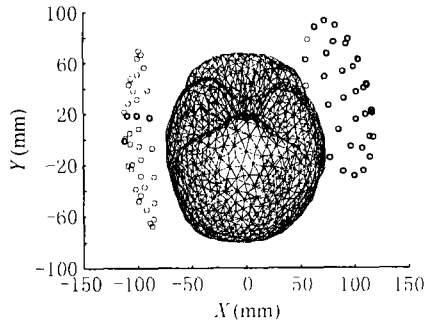



图 1 真实人脑的边界元三角元分割及探测器位置示意图

**表 1 产生仿真磁场数据的两个电流偶极子参数**

| 源 | $X$(mm) | $Y$(mm) | $Z$(mm) | $P_x$(nAm) | $P_y$(nAm) | $P_z$(nAm) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | 30 | 29 | −56 | 1 | 0 | 0 |
| $P_2$ | −30 | 29 | −56 | −1 | 0 | 0 |

逆问题求解首先利用遗传算法，对偶极子位置参数进行二进制编码时，考虑位置参数三个坐标分量的数值宽度均为 20cm，编码精度为 6.25mm，则每个偶极子位置的一个坐标分量对应一个 5 位整数，两个偶极子的位置参数以串联方式表示，即以一个 30 位的二进制整数（染色体）表示两个偶极子的位置。

优化时，初始染色体取 4000 个，传代过程中种群保持 2000 条染色体，杂交概率取 0.9，变异概率为 0.05，繁衍 40 代后，取使目标函数最小的染色体表示的偶极子位置参数，作为遗传算法的计算结果，见表 2。

**表 2 遗传算法的计算结果**

| 源 | $X$(mm) | $Y$(mm) | $Z$(mm) |
|---|---|---|---|
| $P_1$ | 29.0323 | 29.0323 | −54.8387 |
| $P_2$ | −29.0323 | 29.0323 | −48.3871 |

对照表 1 可以看到，表 2 解的误差还是较大的，但已位于真解的附近。以表 2 的结果作为 L-M 算法的迭代初值，进一步进行连续空间的优化，最后得到相对高精度的逆问题解，结果见表 3。

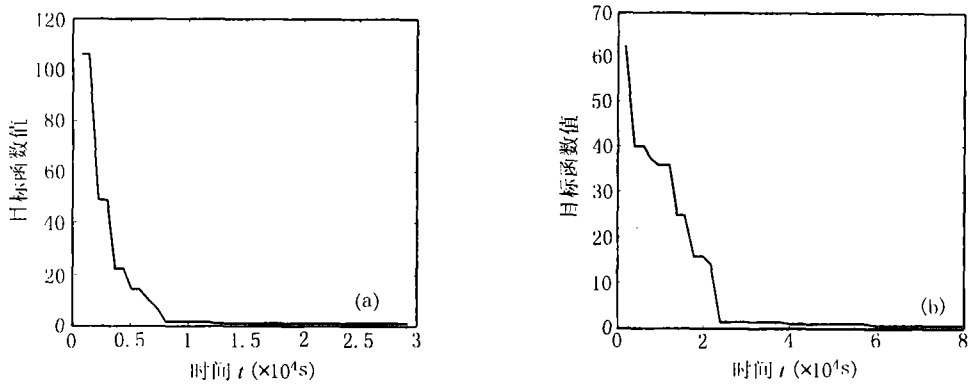
**表 3 逆问题的最终解**

| 源 | $X$(mm) | $Y$(mm) | $Z$(mm) | $P_x$(nAm) | $P_y$(nAm) | $P_z$(nAm) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | 29.9276 | 29.0085 | −56.0323 | 1.0000 | −0.0021 | −0.0003 |
| $P_2$ | −29.7647 | 29.1221 | −56.0134 | −0.9996 | −0.0134 | 0.0253 |

为进一步说明上述结合局域优化的全局优化算法，比单一一种或局域或全局优化算法具有更大的优势，我们分别单独使用 L-M 算法及遗传算法求解上述两个偶极子源的脑磁逆问题。

可以发现，单独使用 L-M 算法时，不同的迭代初值将导致不同的计算结果，其中多数情况并不收敛到真解附近。也就是说，计算时很难选择合适的迭代初值，而迭代结果经常性地陷入局部极小点。

对于遗传算法的单独使用，为获得较高的参数推断精度，必须增大参数的二进制编码位数，比如位置参数精度达到 1mm，则两个偶极子位置参数对应的染色体的二进制编码为 48 位．将达到相近参数推断精度情况下的遗传算法耗时与上述结合算法耗时比较，见图 2．　在图 2(a) 中，目标函数收敛到 1.624，耗时 8.3h，切换到 L-M 算法，经过 79.04s，找到全局最小值．图 2(b) 单独使用基因算法，当目标函数收敛到 0.425 时，结果与左图达到同等精度，耗时 22.2h．通过比较可以看到，单独遗传算法的收敛速度是较慢的，特别进入真解附近的搜寻 (对应较小的目标函数)，而结合 L-M 算法的遗传算法，由于在真解附近时，已转入 L-M 算法，进入快速搜寻阶段，故总体呈现较快的收敛速度．本文的计算是基于 Matlab5.3，在 PIII-500 微机上完成的。




(a)4000 初始人口，40 代，30 位编码　　(b) 6000 初始人口，40 代，42 位编码

图 2　目标函数随时间演化图

综上可见，在求解脑磁逆问题时，对于两个电流偶极子源参数的推断 (在诊断癫痫病灶及其镜像源时，即为处理两个源的情形)，利用结合 L-M 算法的遗传算法，既可以有效地克服单独局域优化算法的局部极小问题，又具有比单一全局优化算法更快的收敛速度，仿真计算表明该种处理方法是可行的．在实际问题中，测量数据会受到噪声等因素的影响，在噪声较小的情况下，本方法可以得到较好的结果．如果噪声较大，则可以根据噪声的统计特性，考虑采用加权最小二乘法构造目标函数，或采用时域－空域测量数据进行反演计算．若考虑更精确的非均匀介质模型，则在正问题的计算中需要采用其它的方法，比如 FEM(Finite Element Method) 或 FDTD(Finite Difference Time Domain) 等，对此我们正在进一步的研究。

## 参　考　文　献

[1] M. Hamalainen, R. Hari, *et al.*, Magnetoencephalography theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain, Rev. Mod. Phys, 1993, 65(2), 413–497.

[2] R. Hari, O. V. Lounasmaa, Recording and interpretation of cerebral magnetic fields, Science, 1989, 244, 432–436.

[3] N. Forss, Magnetoencephalography.(MEG) in epilepsy surgery , ActaNeurochur, [suppl], 1997, 58, 81–84.

[4] B. N. Cuffin, Effects of fissures in the brain on electroencephalograms and magnetoencephalograms, J. Appl. Phys, 1985, 57(1), 146–153.

[5] K. Uutela, M. Hamalainen, R. Salmelin,Global optimization in the localization of neuromagnetic sources, IEEE Trans. on Biomed. Eng., 1998, 45(6), 716–723.

[6] M. Hamalainen, J. Sarvas, Feasibility of the homogeneous head model in the interpretation of neuromagnetic fields, Phys. Med. Biol., 1987, 32(1), 91–97.

[7] J. C. Mosher, R. M. Leahy, P. S. Lewis, EEG and MEG: Forward solutions for inverse methods, IEEE Trans. on Biomed. Eng., 1999, 46(3), 245–259.

# GENETIC ALGORITHM COMBINED WITH LOCAL OPTIMIZATION IN MEG'S INVERSE SOLUTION

Li Jun Zhu Hongyi* Sailing He**

(*Center for Optical and Electromagnetic Research, Information College, Zhejiang Univ., Hangzhou* 310027, *China*)

*(*Zhejiang Inst. of Modern Phy. and Dept. of Phy., Zhejiang Univ., Hangzhou* 310027, *China*)

**(*Dept. of Electromag. Theory, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden*)

**Abstract** MEG's inversion is an important aspect in MEG studies. Generally, global optimization methods are usually used on estimating parameters of multidipole source, but these methods are of low convergence speed. To increase the computing speed, a strategy based on genetic algorithm combined with local optimization is adopted. This method has the ability of overcoming the problem of local minima, and has fast convergence speed. Computer simulation with real brain-shaped head model demonstrated the efficiency of the proposed strategy.

**Key words** Magnetoencephalography, Inverse problem, Optimization, Boundary element method

李 军: 男，1965 年生，博士，目前在浙江大学信息学院光及电磁波研究中心作博士后，主要从事生物电磁学与生物光学研究.

朱红毅: 男，1976 年生，硕士生，从事计算电磁学的研究.

Sailing He: 男，1966 年生，瑞典皇家工学院电磁系终身教授，浙江大学“教育部长江学者奖励计划”首批特聘教授，主要从事光通信、计算电磁学、生物医学工程等方向的研究.