

端馈阵列天线的冲激响应*

胡 汉 南

(上海船舶运输科学研究所)

(一) 引言 在各种军用和民用雷达中,广泛使用各种型式的端馈阵列天线. 这种天线在脉冲信号激励时产生的瞬变过程会影响雷达系统的角分辨力、测角精度、杂乱回波电平、探测距离和距离分辨力^[1-3]. 由于分析天线瞬变过程的有效工具是天线的冲激响应,因而它在雷达检测理论中是一个重要的特性函数.

但是,端馈阵列天线的冲激响应问题在现有文献中尚未得到系统的研究. 文献[1]对这一问题略有论述:认为通常所说的天线远场波瓣图的傅里叶反变换便是天线的冲激响应;在天线口径幅度分布为均匀分布的情况下,给出了具体结果;并且认为对于大多数口径分布来说,需运用傅里叶变换近似法才能计算出天线的冲激响应.

本文将从夫累涅尔-基尔霍夫标量衍射场方程出发,导出一维端馈阵列天线在任意口径幅度分布时的冲激响应,以及对窄带射频信号及其包络的冲激响应,并且指出文献[1]的有关论述和结论的适用条件.

(二) 端馈阵列天线的冲激响应 所谓天线的冲激响应,就是当冲激函数 $\delta(t)$ 从天线馈源端激励天线时(以 $\delta(t)$ 到达天线口径中心的时刻为时间 t 的原点)观察点处的照射场强—时间函数. 这是对发射天线而言. 对于接收天线,它的冲激响应是当 $\delta(t)$ 在观察点处向空间均匀辐射时天线收到并呈现在其输出端的场强—时间函数(但在时间上要扣除信号从天线中心至输出端的延时). 根据互易定理,同一天线工作在发射状态与工作在接收状态的冲激响应是相同的. 众所周知,天线作为线性系统,它的传递函数的傅里叶反变换便是它的冲激响应.

本文限于研究一维端馈阵列天线在远场区的冲激响应. 这里所谓的一维天线,是指口径长度 L 比口径宽度 W 大得多、宽度方向的口径分布为同相均匀分布并且与长度方向距离无关的二维天线(见图1). 对于这样的天线,通常只需在由口径面法线和口径长度方向决定的主平面内讨论问题,因而口径长度可简称为口径.

当角频率为 ω 的单频信号 $e^{j\omega t}$ 激励天线时,在远场区距离为 R 、角度为 θ 的观察点处

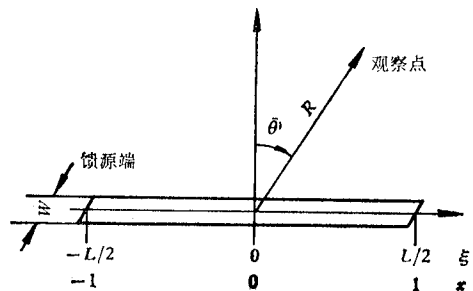


图1 一维端馈阵列天线

Fig.1 One-dimensional end-fed array antenna

* 1982年12月9日收到.

1983年5月3日修改定稿.

的夫累涅尔-基尔霍夫衍射场(指空间标量、时间向量,其余同)为^[1]

$$E(\omega, \theta) = \frac{j(1 + \cos \theta)e^{-jkR}W}{2\lambda R} \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi, \omega)e^{jk\xi \sin \theta} d\xi, \quad (1)$$

式中 $A(\xi, \omega)$ 为天线口径分布, ξ 为沿天线口径的距离(原点在天线中心), λ 为信号波长, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, 而因子 W 是沿口径宽度方向相应积分的结果. 式(1)可改写为

$$E(\omega, \theta) = \frac{LW(1 + \cos \theta)}{8\pi Rc} j\omega e^{-j\omega \frac{R}{c}} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, \omega)e^{j\omega \frac{L}{2c} \sin \theta x} dx, \quad (2)$$

式中 $A(x, \omega)$ 为归一化口径分布, $x = 2\xi/L$, c 为光速. 式(2)还可改写为

$$E(\omega, \theta) = \frac{LW(1 + \cos \theta)}{8\pi Rc} j\omega e^{-j\omega \frac{R}{c}} F(\omega, \theta), \quad (3)$$

式中 $F(\omega, \theta)$ 就是通常所说的远场波瓣图.

$$F(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x, \omega)e^{j\omega x} dx, \quad (4)$$

$$u = \omega \frac{L}{2c} \sin \theta = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta. \quad (5)$$

一般都把 $F(\omega, \theta)$ 看作天线的传递函数,因而把它的傅里叶反变换

$$f(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega, \theta)e^{j\omega t} d\omega \quad (6)$$

作为天线的冲激响应^[1,2]. 显然,如把 $E(\omega, \theta)$ 看作天线的传递函数,则更为严谨. 因为尽管在某些场合下,常数因子 $\frac{LW}{4\pi c}$ 、距离因子 $\frac{1}{R}$ 和延时因子 $e^{-j\omega \frac{R}{c}}$ 可不予考虑,但微分因子 $j\omega$ 和因子 $(1 + \cos \theta)/2$ (由于在分析瞬变过程时,通常要涉及大角度范围的情况,因而不能认为是常数)是不能略去的. 故应把 $E(\omega, \theta)$ 的傅里叶反变换作为天线的冲激响应

$$h(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega, \theta)e^{j\omega t} d\omega, \quad (7)$$

这里延迟时间 $t = t - \frac{R}{c}$. 根据傅里叶变换的时间平移定理和时间微分定理,由式(3)、

(6) 和 (7) 可知

$$h(t, \theta) = \frac{LW(1 + \cos \theta)}{8\pi Rc} \frac{\partial}{\partial t} f(t, \theta). \quad (8)$$

对于端馈线性阵列天线,口径分布为^[1]

$$A(x, \omega) = B(x)e^{-j\frac{T_a}{2}(\omega - \omega_c)x}, \quad (9)$$

式中 $B(x)$ 为归一化口径幅度分布, T_a 为射频脉冲从天线一端传输至另一端的时间, ω_c 为天线的中心角频率. 把式(9)代入式(4)可得

$$F(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(x)e^{-j\omega x} dx, \quad (10)$$

式中

$$\omega' = \frac{aT_a}{2} \left(\omega - \frac{\omega_c}{a} \right), \quad (11)$$

$$a = 1 - \frac{T_{a0}}{T_a} \sin \theta, \quad (12)$$

$T_{a0} = \frac{L}{c}$ 为电磁波越过距离为天线长度的自由空间的传播时间. 因而对于变量 ω' 来说, $B(x)$ 是 $F(\omega, \theta)$ 的傅里叶反变换

$$B(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega, \theta) e^{j\omega'x} d\omega'.$$

把式(11)代入上式, 并作必要的积分变量变换后可得

$$B(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F \left[\frac{2}{aT_a} \left(\omega + \frac{T_a}{2} \omega_c \right), \theta \right] e^{j\omega x} d\omega.$$

根据傅里叶变换的相似定理和频率平移定理, 由上式和式(6)可知

$$B(x) = \frac{aT_a}{2} f \left(\frac{aT_a}{2} x, \theta \right) e^{-j\frac{T_a}{2} \omega_c x}.$$

如令 $\frac{aT_a}{2} x = t$, 则上式可改写为

$$f(t, \theta) = \frac{2}{aT_a} B \left(\frac{2t}{aT_a} \right) e^{j\frac{\omega_c}{a} t}. \quad (13)$$

最后, 把上式代入式(8), 我们便得到一维端馈阵列天线的冲激响应的两个等效的基本表达式:

$$\left. \begin{aligned} h(t, \theta) &= \frac{LW(1 + \cos \theta)}{8\pi Rc} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{2}{aT_a} B \left(\frac{2t}{aT_a} \right) e^{j\frac{\omega_c}{a} t} \right], \\ h(t, \theta) &= \frac{LW(1 + \cos \theta)}{2\pi Rc a^2 T_a^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[B(x) e^{j\frac{T_a \omega_c x}{2}} \right] \Bigg|_{x=\frac{2t}{aT_a}}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由此可见, 对于任意的口径分布, 很易求出天线的冲激响应, 而毋需象文献[1]所说的那样要运用傅里叶变换近似法. 值得注意, 即使幅度分布 $B(x)$ 为偶函数, 端馈阵列天线的冲激响应 $h(t, \theta)$ 也并非 θ 的偶函数.

(三) 天线对窄带射频信号及其包络的冲激响应 天线由任意时间信号 $s(t)$ 激励时, 观察点处的信号场

$$\mathcal{E}(t, \theta) = s(t) * h(t, \theta), \quad (15)$$

式中符号 $*$ 表示卷积. 把式(14)代入上式可得等效的三个表达式:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}(t, \theta) &= \frac{LW(1 + \cos \theta)}{4\pi Rc a T_a} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} \left[B(x) e^{j\frac{T_a \omega_c x}{2}} \right] s \left(t - \frac{aT_a}{2} x \right) dx, \\ \mathcal{E}(t, \theta) &= -\frac{LW(1 + \cos \theta)}{4\pi Rc a T_a} \int_{-\infty}^{\infty} B(x) e^{j\frac{T_a \omega_c x}{2}} \frac{\partial}{\partial x} s \left(t - \frac{aT_a}{2} x \right) dx, \\ \mathcal{E}(t, \theta) &= \frac{LW(1 + \cos \theta)}{8\pi Rc} \int_{-\infty}^{\infty} B(x) e^{j\frac{T_a \omega_c x}{2}} \frac{\partial}{\partial t} s \left(t - \frac{aT_a}{2} x \right) dx. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

考虑包络为 $v(t)$ 、射频角频率等于天线中心角频率的信号

$$s(t) = v(t)e^{j\omega_c t}, \quad (17)$$

代入式(15)或式(16)中的任一式,就可求得目标处的瞬时信号场 $\mathcal{E}(t, \theta)$. 我们把式(17)代入式(16)的最后一式得到

$$\mathcal{E}(t, \theta) = \frac{LW(1 + \cos\theta)\omega_c}{8\pi Rc} p(t, \theta)e^{j(\omega_c t + \frac{\pi}{2})}, \quad (18)$$

式中

$$p(t, \theta) = \frac{1}{j\omega_c e^{j\omega_c t}} \int_{-\infty}^{\infty} B(x)e^{j\frac{T_a\omega_c}{2}x} \frac{\partial}{\partial t} \left[v\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right)e^{j\omega_c\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right)} \right] dx. \quad (19)$$

通常 $B(x)$ 有界, $v(t)$ 存在有限个第一类间断点, 而且除间断点外, 存在有界的 $\frac{dv(t)}{dt}$. 这时可以证明, 当 $a\omega_c T_a \rightarrow \infty$ 时,

$$p(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(x)e^{j\frac{(1-a)T_a\omega_c}{2}x} v\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right) dx. \quad (20)$$

显然, 如激励天线的是窄带射频信号, 因而天线传递函数中的微分因子 $j\omega$ 可用常数 $j\omega_c$ 来近似, 则可得到同一结果. 故对窄带射频信号来说, 天线的冲激响应为

$$h(t, \theta) = \frac{LW(1 + \cos\theta)}{8\pi Rc} j\omega_c f(t, \theta), \quad (21)$$

或

$$h(t, \theta) = j \frac{LW(1 + \cos\theta)\omega_c}{8\pi Rc} \frac{2}{aT_a} B\left(\frac{2t}{aT_a}\right)e^{j\frac{\omega_c}{a}t}; \quad (22)$$

如略去常数因子 $\frac{LW\omega_c}{4\pi Rc}$, 则

$$h(t, \theta) = j \frac{1 + \cos\theta}{2} \frac{2}{aT_a} B\left(\frac{2t}{aT_a}\right)e^{j\frac{\omega_c}{a}t}. \quad (23)$$

$\frac{1 + \cos\theta}{2} \frac{2}{aT_a} B\left(\frac{2t}{aT_a}\right)$ 为包络, $\frac{\omega_c}{a}$ 为载频角频率.

式(20)可改写为

$$p(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(x)e^{ju_c x} v\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right) dx, \quad (24)$$

式中 $u_c = \frac{\omega_c L}{2c} \sin\theta$. 式(24)还可改写为

$$p(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{aT_a} B\left(\frac{2y}{aT_a}\right)e^{j(\frac{1}{a}-1)\omega_c y} v(t - y) dy. \quad (25)$$

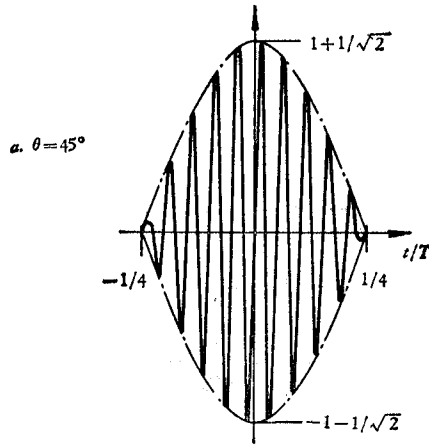
联系到式(18)可知, 对窄带射频信号的包络来说, 天线的冲激响应为

$$h_e(t, \theta) = \frac{LW(1 + \cos\theta)\omega_c}{8\pi Rc} \frac{2}{aT_a} B\left(\frac{2t}{aT_a}\right)e^{j(\frac{1}{a}-1)\omega_c t}; \quad (26)$$

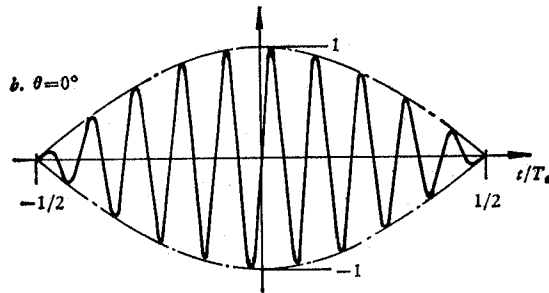
如略去常数因子 $\frac{LW\omega_c}{4\pi Rc}$, 则

$$h_e(t, \theta) = \frac{1 + \cos\theta}{2} \frac{2}{aT_a} B\left(\frac{2t}{aT_a}\right)e^{j(\frac{1}{a}-1)\omega_c t}. \quad (27)$$

$$\left| h(t, \theta) \right| / \left(\frac{LW\omega_c}{4\pi Rc} \frac{2}{T_a} \right) \cos \left(\frac{\omega_c}{a} t + \frac{\pi}{2} \right) = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{rect} \left(\frac{2t}{T_a} \right) \cos \frac{2\pi t}{T_a} \sin(2\omega_c t)$$



$$\left| h(t, \theta) \right| / \left(\frac{LW\omega_c}{4\pi Rc} \frac{2}{T_a} \right) \cos \left(\frac{\omega_c}{a} t + \frac{\pi}{2} \right) = \text{rect} \left(\frac{t}{T_a} \right) \cos \frac{\pi t}{T_a} \sin(\omega_c t)$$



$$\left| h(t, \theta) \right| / \left(\frac{LW\omega_c}{4\pi Rc} \frac{2}{T_a} \right) \cos \left(\frac{\omega_c}{a} t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1 + 1/\sqrt{2}}{3} \text{rect} \left(\frac{2t}{3T_a} \right) \cos \frac{2\pi t}{3T_a} \sin \left(\frac{2}{3} \omega_c t \right)$$

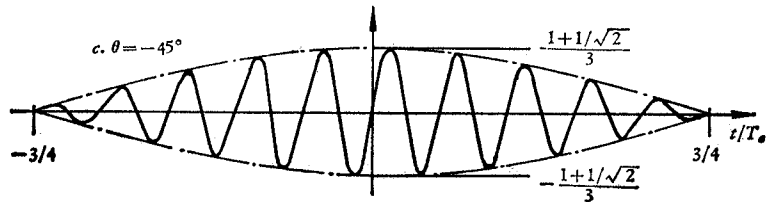


图2 余弦分布下天线对窄带射频信号的冲激响应

(假定 $T_{a0}/T_a = 1/\sqrt{2}$, $2\pi/\omega_c = T_a/10$)

Fig. 2 The impulse responses for the cosine distribution with respect to narrow-band radio-frequency signals

(with the assumption $T_{a0}/T_a = 1/\sqrt{2}$, $2\pi/\omega_c = T_a/10$)

在法线方向上,天线的冲激响应尤为简单:

$$h(t, 0) = j \frac{2}{T_a} B \left(\frac{2t}{T_a} \right) e^{j\omega_c t}, \quad (28)$$

$$h_c(t, 0) = \frac{2}{T_a} B\left(\frac{2t}{T_a}\right). \quad (29)$$

因而在法线方向上, 天线冲激响应的载频与天线中心频率相等, 其包络则和在其它方向一样与天线口径幅度分布相似.

作为例子, 下面给出两个具体分布下, 天线对窄带射频信号的冲激响应. 在均匀分布的情况下, $B(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{2}\right)$,

$$h(t, \theta) = j \frac{LW\omega_c}{4\pi Rc} \frac{1 + \cos\theta}{2} \frac{2}{aT_a} \text{rect}\left(\frac{t}{aT_a}\right) e^{j\frac{\omega_c t}{a}}; \quad (30)$$

在余弦分布的情况下, $B(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{2}\right) \cos\frac{\pi x}{2}$,

$$h(t, \theta) = j \frac{LW\omega_c}{4\pi Rc} \frac{1 + \cos\theta}{2} \frac{2}{aT_a} \text{rect}\left(\frac{t}{aT_a}\right) \cos\frac{\pi t}{aT_a} e^{j\frac{\omega_c t}{a}}. \quad (31)$$

图2中给出了余弦分布下, 天线对窄带射频信号的冲激响应在不同 θ 值下的示意曲线. 该图直观地说明了馈源方向($\theta < 0$)对终端方向($\theta > 0$)而言, 冲激响应的幅度和载频较低, 而包络的宽度较宽.

此外, 比较式(30)和文献[1]第13章式(24)可知, 后者适用于讨论这样的问题: 首先, 只需知道信号的相对值和相对时间; 其次, θ 较小, 或者 θ 的变化较小; 最后, 也是最重要的, 射频信号频带宽度较窄, 并且可以不管射频信号的相位, 而仅对射频信号的包络感兴趣. 这些也就是把通常所说的远场波瓣图看作天线的传递函数, 并把其傅里叶反变换看作天线的冲激响应的适用条件.

(四) 结束语 前面证明了一维端馈阵列天线的冲激响应可以用天线口径幅度分布简洁地表达出来. 如要精确地分析瞬变过程, 可以利用天线冲激响应的准确表达式(14). 对窄带射频信号来说, 可以利用式(22)或(23); 如感兴趣的是窄带射频信号的包络, 则可利用式(26)或(27); 在法线方向上, 则可分别利用式(28)或(29). 因而, 给定具体的天线口径幅度分布, 便可直接得到相应的天线冲激响应.

附 录

式(20)的证明

由式(19)

$$p(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(x) e^{j\frac{T_a\omega_c}{2}x} e^{-j\frac{aT_a\omega_c}{2}x} v\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right) dx \\ - \frac{2}{jaT_a\omega_c} \int_{-\infty}^{\infty} B(x) e^{j\frac{T_a\omega_c}{2}x} e^{-j\frac{aT_a\omega_c}{2}x} \frac{\partial}{\partial x} v\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right) dx,$$

令 v_i 为 $v(t)$ 在间断点的跳变值, N 为间断点数, v'_m 为 $\frac{\partial}{\partial x} v\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right)$ 在 $v(t)$ 的间断点外的最大绝对值, B_m 为 $B(x)$ 的最大值, 则

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} B(x) e^{j\frac{T_a\omega_c}{2}x} e^{-j\frac{aT_a\omega_c}{2}x} \frac{\partial}{\partial x} v\left(t - \frac{aT_a}{2}x\right) dx \right| \leq B_m \left(v'_m + \sum_{i=1}^N |v_i| \right),$$

故

$$p(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(x) e^{j \frac{(1-a)T_a \omega_c x}{2}} v\left(t - \frac{aT_a}{2} x\right) dx + o\left(\frac{1}{aT_a \omega_c}\right),$$

式中 $o\left(\frac{1}{aT_a \omega_c}\right)$ 是其阶不低于 $\frac{1}{aT_a \omega_c}$ 的无穷小量, 故得式(20).

参 考 文 献

- [1] M. I. Skolnik, Radar Handbook, McGraw-Hill Book Co., New York, 1970, pp. 9-7—9-8, 13-17—13-21.
- [2] 张直中, 雷达信号的选择与处理, 国防工业出版社, 1979年, 第114—117页.
- [3] 胡汉南, 电子学报, 11(1983), 3, 68.

IMPULSE RESPONSE OF END-FED ARRAY ANTENNA

Hu Hannan

(Shanghai Ship & Shipping Research Institute)

Based on the equation of the Fresnel-Kirchhoff scalar diffraction field, the expressions of the impulse response of one-dimensional end-fed array antenna and the impulse responses of the antenna to the narrow-band radio-frequency signals and their envelopes are derived for arbitrary aperture amplitude-distributions.