

基于到达角 Kalman 滤波的 TDOA/AOA 定位算法

段凯宇^{①②} 张力军^①

^①(南京邮电大学信息工程系 南京 210003)

^②(安徽财经大学信息工程学院 蚌埠 233041)

摘要 基于 Chan 算法的 TDOA/AOA 定位算法是在 Chan 算法的信号到达时间差(TDOA)误差方程组里加上一个信号到达角(AOA)误差方程,利用加权最小二乘法(WLS)求解。其主要缺点是把移动台(MS)的横坐标、纵坐标与移动台到服务基站(BS)之间的距离作为 3 个相互独立的变量,忽略了 3 者之间的相关性。需要进行两次 WLS 计算,且最终的解为二值根。当 AOA 测量误差的方差不断增大时,对应的定位误差也随之增大。该文利用 Kalman 滤波算法对 AOA 的值进行估计,并将上述的 3 个变量简化为一个,只需一次 WLS 即可求得唯一解,减少了计算量,消除了根的模糊性。仿真结果表明,该方法简单,计算量小,有较高的定位精度和较好的稳健性。

关键词 到达时间差(TDOA),到达角(AOA),Kalman 滤波,定位

中图分类号:TN929.53

文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2006)09-1710-04

A TDOA/AOA Location Algorithm Based on Kalman Filtering Angle of Arrival

Duan Kai-yu^{①②} Zhang Li-jun^①

^①(The Dept. of Information Engineering, Nanjing Univ. of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

^②(College of Information Eng. Anhui Univ. of Finance & Economics, Bengbu 233041, China)

Abstract The TDOA/AOA location algorithms based on the Chan's algorithm add an AOA error equation on the group of TDOA error equations in the Chan's algorithm and resolve these equations by the WLS method. But they assume the abscissa, the ordinate of the MS and the distance between the MS and the severing BS are three independent variables neglecting their correlation. And then operate the WLS method twice with each root has two values. The location error increases according with the increment of the variance of the measurement error of AOA. The proposed algorithm estimates AOA by Kalman filter and simplifies the mentioned three variables into one. So it can get the only root by using the WLS method once and eliminate the ambiguity. The result of simulation proves its simplification, less calculating amount, better location accuracy and robustness.

Key words Time Difference Of Arrival(TDOA), Angle Of Arrival(AOA), Kalman filtering, Location

1 引言

随着移动通信技术的飞速发展,利用蜂窝网络对移动台(MS)进行定位成为近年来的一个研究热点。Chan算法^[1]是一种基于TDOA(Time Difference Of Arrival)技术的定位算法,在高斯噪声环境下能取得较好的定位精度。随着智能天线阵在基站中的使用,当服务基站与MS之间为视距(LOS)环境时,基站能够测得比较精确的AOA(Angle of Arrival)值,利用TDOA与AOA的混合定位方法^[2-5],定位精度比TDOA方法有了进一步提高。文献[2]和文献[3]各自在Chan算法的TDOA误差方程组上增加一个不同的角度测量误差的方程;文献[4]利用文献[2]算法的第1步求得一个初始解,再根据坐标与距离的关系构造一约束平面,用最小二乘法(LS)求解。在非视距(NLOS)环境下,上述方法的定位精度会大大降低。文献[5]对TDOA测量值和误差的协方差矩阵进行了修正,再结合AOA进行定位,在NLOS环境下能够得到比以上几种方法更为精确的结果。但是这些方法在方程组的形式和求解过程上与Chan算法是相同的,因而具有与Chan算法相同的缺点:在第1次加权最小二乘法(WLS)计算中把MS的坐标 x, y 和距离

$r_1 = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$ 作为 3 个相互独立的变量求解,忽略了 3 者之间的相关性;第 2 次 WLS 求得的解是二值根,具有模糊性,需要经过判断去掉一个解。并且总共进行了两次 WLS 计算,因而计算量较大。

本文利用 Kalman 滤波算法对 AOA 的值进行估计,利用 x, y, r_1 之间的相关性,将这 3 个变量简化为一个 x , 只需一次 WLS 计算即可得唯一解,有效地克服了 Chan 算法的缺点,因而形式简单,计算量小,与文献[5]的方法相结合,在 NLOS 环境下有更高的定位精度和稳健性。

2 基于到达角的 Kalman 滤波算法

假设在定位期间 AOA 不变,则 AOA 的时间序列应是一水平直线。可以利用 Kalman 滤波算法^[6]对 AOA 进行估计。设在定位期间服务基站(BS)测得的 AOA 值为 $\theta(k)$, 其真实值 $\alpha(k)$ 恒定,在测量过程中真实值受到加性噪声 $n_\alpha \sim N(0, \sigma_\alpha^2)$ 的干扰,任意两个不同时刻的噪声互不相关,则状态方程与观测方程分别为

$$\left. \begin{aligned} \alpha(k) &= \alpha(k-1) \\ \theta(k) &= \alpha(k) + n_\alpha(k) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

滤波过程按照下列式子进行:

$$\left. \begin{aligned} P(k, k-1) &= P(k-1) \\ K(k) &= P(k, k-1) [P(k, k-1) + \sigma_a^2]^{-1} \\ \hat{\alpha}(k, k-1) &= \hat{\alpha}(k-1) \\ \gamma(k) &= \theta(k) - \hat{\alpha}(k, k-1) \\ \hat{\alpha}(k) &= \hat{\alpha}(k, k-1) + K(k)\gamma(k) \\ P(k) &= [1 - K(k)]P(k, k-1) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

起始状态的估计为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\alpha}(2) &= \theta(2) \\ \tilde{\alpha}(2) &= \alpha(2) - \hat{\alpha}(2) = -n_a(2) \\ P(2) &= E[\tilde{\alpha}(2)\tilde{\alpha}(2)] = \sigma_a^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

从第 3 个 AOA 观测值开始进行计算。

3 TDOA/AOA 定位算法

设 MS 坐标为 (x, y) , 参与定位的基站 BS_i 坐标为 (x_i, y_i) , 个数为 M , 服务基站 BS_1 的坐标为 $(0, 0)$, MS 到 BS_i 的距离为

$$\begin{aligned} r_i &= \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \\ &= \sqrt{K_i - 2x_i x - 2y_i y + x^2 + y^2}, \quad i=1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $K_i = x_i^2 + y_i^2$ 。MS 到 BS_1 与 BS_i 的距离差为 $r_{i,1} = c\tau_{i,1} = r_i - r_1$, $\tau_{i,1}$ 为对应的 TDOA 值, c 为电波传播速度。将式 (4) 代入式 $r_i^2 - r_1^2 = (r_{i,1} + r_1)^2 - r_1^2$ 左边得 $r_{i,1}^2 + 2r_{i,1}r_1 = K_i - 2x_i x - 2y_i y$, 当 TDOA 测量值存在误差时可得到误差方程:

$$\psi_i = 0.5(r_{i,1}^2 - K_i) - (-x_i x - y_i y - r_{i,1}r_1), \quad i=2, \dots, M \quad (5)$$

Chan 算法将 x, y, r_1 作为 3 个独立的变量, 利用 WLS 方法先求得一中间解 $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{r}_1)$, 但当 TDOA 测量值存在误差时

$$\hat{r}_1^2 \neq \hat{x}^2 + \hat{y}^2, \text{ 因此需要对方程组 } \psi' = \begin{bmatrix} \hat{x}^2 \\ \hat{y}^2 \\ \hat{r}_1^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x^2 \\ y^2 \end{bmatrix} \text{ 再}$$

进行一次 WLS 计算求得 x^2 与 y^2 , 这样 x 与 y 为二值根。

在每一个时间抽样点上, 利用 Kalman 滤波算法得到的 AOA 估计值 $\hat{\alpha}(k)$, 根据关系式 $y = \tan \hat{\alpha}(k)x$, 式(5)可简化为

$$\psi_i = 0.5(r_{i,1}^2 - K_i) - \left(-x_i - \tan \hat{\alpha}(k)y_i \pm r_{i,1} \sqrt{1 + \tan^2 \hat{\alpha}(k)} \right) x, \quad i=2, \dots, M \quad (6)$$

式中的正负号由 $\hat{\alpha}(k)$ 决定, 这样 x, y, r_1 就简化为一个变量 x 。

令

$$\mathbf{h} = 0.5 \cdot \begin{bmatrix} r_{2,1}^2 - K_2 \\ r_{3,1}^2 - K_3 \\ \vdots \\ r_{M,1}^2 - K_M \end{bmatrix}, \mathbf{G}_a = \begin{bmatrix} -x_2 - \tan \hat{\alpha}(k)y_2 \pm \sqrt{1 + \tan^2 \hat{\alpha}(k)} \\ -x_3 - \tan \hat{\alpha}(k)y_3 \pm \sqrt{1 + \tan^2 \hat{\alpha}(k)} \\ \vdots \\ -x_M - \tan \hat{\alpha}(k)y_M \pm \sqrt{1 + \tan^2 \hat{\alpha}(k)} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_2 \\ \psi_3 \\ \vdots \\ \psi_M \end{bmatrix}, \text{ 可建立方程组:}$$

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{h} - \mathbf{G}_a \mathbf{x} \quad (7)$$

由文献[1], 式(5)又可表示为

$$\psi_i = cr_i^0 n_{i,1} + c^2 n_{i,1}^2 \approx cr_i^0 n_{i,1}, \quad i=2, 3, \dots, M \quad (8)$$

$n_{i,1}$ 为 TDOA 系统测量误差, 相互独立, 均值为 0, 方差为 $\sigma_{i,1}^2$, r_i^0 为 MS 与 BS_i 之间的真实距离, 这样式(7)也可表示为

$$\boldsymbol{\psi} \approx \begin{bmatrix} cr_2^0 n_{2,1} \\ cr_3^0 n_{3,1} \\ \vdots \\ cr_M^0 n_{M,1} \end{bmatrix} = \mathbf{cBn} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{B} = \text{diag}\{r_2^0, r_3^0, \dots, r_M^0\}$, $\mathbf{n} = [n_{2,1} \ n_{3,1} \ \dots \ n_{M,1}]^T$, \mathbf{n} 与 $\boldsymbol{\psi}$ 的协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q} = \text{diag}\{\sigma_{2,1}^2, \sigma_{3,1}^2, \dots, \sigma_{M,1}^2\}$ 和 $\boldsymbol{\Psi} = c^2 \mathbf{BQB}$, 通过一次 WLS 可求得:

$$\left. \begin{aligned} x &= (\mathbf{G}_a \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{h} \\ y &= \tan \hat{\alpha}(k) \cdot x \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

由于 $\boldsymbol{\Psi}$ 中含有 r_i^0 , 是不可知的, 可以先用 \mathbf{Q} 代替 $\boldsymbol{\Psi}$ 先求一中间解, 用这个中间解计算 r_i 代替 r_i^0 求得 $\boldsymbol{\Psi}$, 再利用式(10)求得最终解。与基于 Chan 算法的 TDOA/AOA 定位算法相比, 本文算法减少了一次 WLS 的计算量, 并且考虑到了 x, y, r_1 之间的相关性, 由于方程的解为单根, 避免了 Chan 算法的二值根带来的模糊性。

4 NLOS 环境下的定位

在 NLOS 传播环境下, TDOA 测量值除了受到系统测量误差的影响外, 由于电波的反射还会引起一个正均值的附加时延误差(NLOS 误差), 而上面的算法只考虑到系统测量误差, 因此要进一步提高定位精度, 必须尽可能消除 TDOA 测量值中的 NLOS 误差。

4.1 NLOS 引起的附加传播时延模型

由文献[7], 在 NLOS 环境下附加时延在不同的信道环境下服从均匀分布、指数分布或 Delta 分布, 本文考虑指数分布的情况, 其概率密度函数为

$$\left. \begin{aligned} f(\tau_{ei}) &= \frac{1}{\tau_{i,rms}} \exp\left(-\frac{\tau_{ei}}{\tau_{i,rms}}\right), \quad \tau_{ei} \geq 0 \\ \tau_{i,rms} &= T_1 d_i^\varepsilon \xi \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中 $\tau_{i,rms}$ 为均方根时延扩展(μs), d_i 为 MS 与 BS_i 之间的距离(km), $\varepsilon = 0.5$, ξ 为 0 均值对数正态分布的随机变量, 标准差(std) $\sigma_\xi = 4\text{dB}$ 。 T_1 在不同信道环境下的取值如表 1 所示。

表 1 不同信道环境下 T_1 的取值

Tab.1 The value of T_1 under different channel environments

信道环境	闹市区	一般市区	郊区	远郊
T_1 (μs)	1.0	0.4	0.3	0.1

4.2 TDOA 测量值和误差协方差矩阵的修正及定位

文献[5]对 NLOS 环境下附加时延的均值和方差进行了估计,修正了 TDOA 测量值和误差协方差矩阵,将该方法与本文提出的 TDOA/AOA 算法相结合,可以进一步提高定位的精度,本文引用其结论,附加时延的均值和方差分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{ei,1} &= [\exp(m_i) - \exp(m_i)] \exp(\sigma_\xi^2/2) \\ \sigma_{ei,1}^2 &= [\exp(2\sigma_\xi^2) - \exp(\sigma_\xi^2)] [\exp(2m_i) + \exp(2m_i)] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 $m_i = \ln T_i d_i^c$ 。TDOA 测量值及误差的协方差矩阵修正为

$$\left. \begin{aligned} \tau'_{i,1} &= \tau_{i,1} - \mu_{ei,1} \\ \mathbf{Q} &= \text{diag}(\sigma_{n2,1}^2 + \sigma_{e2,1}^2, \sigma_{n3,1}^2 + \sigma_{e3,1}^2, \dots, \sigma_{nM,1}^2 + \sigma_{eM,1}^2) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

NLOS 环境下本文算法的具体步骤如下:

(1)设在时间 T 内共测得 K 组,每组 $M-1$ 个 TDOA 测量值 $\tau_{i,1}(k)$ 及由 BS_i 提供的 NK 个 AOA 测量值 $\theta(k)$ 。

(2)用 Kalman 滤波算法对 $\theta(k)$ 进行滤波得到 AOA 的估计值 $\hat{\alpha}(k)$,取平稳段的最后 K 个值与另外 K 组 TDOA 测量值利用本文提出的 TDOA/AOA 算法求得初始位置 $[\hat{x}(k), \hat{y}(k)]$ 。

(3)利用 $[\hat{x}(k), \hat{y}(k)]$ 计算 MS 到各 BS_i 的距离 d_i 以确定 m_i ,根据式(12)计算 μ_{ei} 和 $\sigma_{ei,1}^2$,由式(13)对 TDOA 测量值和测量误差的协方差矩阵进行修正,得到 $\tau'_{i,1}$ 和 \mathbf{Q} 。

(4)根据修正后的 $\tau'_{i,1}$ 和 \mathbf{Q} ,用本文提出的 TDOA/AOA 算法计算每一时刻 MS 的位置 $[x(k), y(k)]$,最后取 K 次计算结果的平均值作为最终的位置估计。

5 仿真结果与分析

本文通过计算机仿真对上述结论进行了验证,并与文献[1, 2]和文献[5]的结果进行了比较。设有 7 个 BS 参与定位,小区半径为 2km(图 1)。为便于处理,设所有基站对的 TDOA 系统测量误差均为独立同分布的高斯噪声,均值为 0,标准差为 $0.1\mu\text{s}$ 。信道环境为 $T_1=0.4$,MS 与 BS_1 之间为 LOS,与其它基站之间为 NLOS。AOA 测量误差服从 0 均值高斯分布,根据文献[8, 9]的测量结果,标准差取 $0.01\sim 0.09\text{rad}$,MS 在服务小区内均匀分布。将本文没有考虑 TDOA 测量值修正的 TDOA/AOA 方法记为“本文方法 1”,经过 TDOA 测量值修正后的方法记为“本文方法 2”,最终结果为 1000 次仿真结果的平均值,定位误差评价指标采用均方根误差

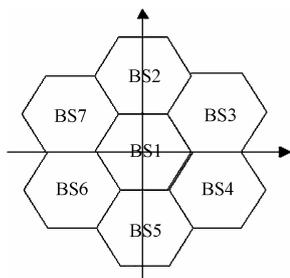


图 1 基站的几何结构

Fig. 1 The geometrical structure of BSs

(RMSE)。根据仿真结果可以得到以下结论:

(1)对 AOA 测量值进行 Kalman 滤波的效果 图 2(a)为在服从 $N(0, 0.09^2)$ 的噪声环境下 AOA 的测量值时间序列,图 2(b)为经过 Kalman 滤波后的 AOA 估计值时间序列。AOA 估计序列的平均值与真实值误差的绝对值为 0.0881° ,可以忽略不计。

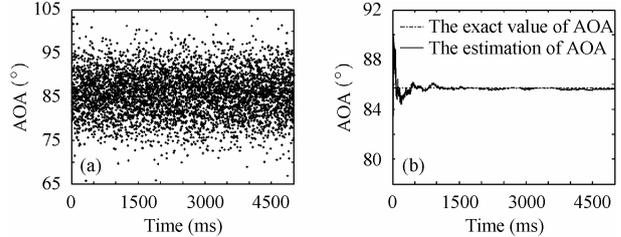


图 2 (a) AOA 测量值 (b) 经 Kalman 滤波后 AOA 的估计值

Fig. 2 (a) The measurements of AOA

(b) The estimation of AOA by Kalman filter

(2)在 NLOS 环境下 5 种不同定位方法性能的比较 图 3(a)表明:Chan 算法由于没有考虑 AOA,定位误差最大;文献[2]和文献[5]方法考虑了 AOA 的影响,提高了定位精度,但定位误差都随着 AOA 误差的增加而增加。由于 Kalman 滤波算法能较好地滤除高斯噪声,所以本文方法 1 和方法 2 的误差曲线为平坦状。在文献[2]方法中,WLS 的加权矩阵包含了 TDOA 和 AOA 系统测量误差的方差,当 AOA 误差较小时,抑制定位误差的主要是 AOA,在本文算法 1 中,尽管得到了 AOA 的估计值,但 WLS 的加权矩阵只考虑了系统测量误差而没有考虑 NLOS 误差的影响,在 AOA 标准差较小时定位误差要大于文献[2]方法。当 AOA 的误差不断增加时,AOA 对定位误差的抑制作用逐渐下降,当 AOA 标准差大于某一门限时,文献[2]方法的误差大于本文算法 1,在本文仿真条件下这个门限值约为 0.05rad 。本文方法 2 利用了文献[5] NLOS 误差消除方法,因而精度比文献[5]方法有了进

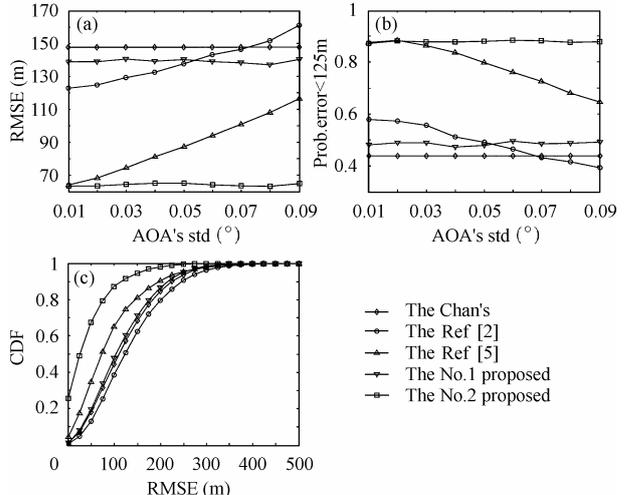


图 3 (a) 5 种不同算法的定位误差 (b) 5 种不同方法的定位误差小于 125m 的概率 (c) 5 种不同方法定位误差的累积分布函数

Fig.3 (a) The location error of the 5 algorithms (b) The probability of the 5 algorithms' location error less than 125m (c) The CDF of 5

algorithms' location error

进一步提高。E-911 定位标准^[10]初步要求定位误差在 125m 内的概率要达到 67%，图 3(b) 为 5 种方法在不同的 AOA 标准偏差条件下 RMSE 达到 125m 精度的概率；图 3(c) 为 AOA 标准差为 0.09rad 时的累积分布函数(CDF)。本文的两种方法都能保持基本不变的精度概率，其中方法 2 在各种角度误差条件下均能较好地满足 E-911 定位标准的精度要求，并且性能优于其它几种方法。

(3) 小区半径和 AOA 标准差对定位误差的影响 图 4(a)，图 4(b) 显示当小区半径增大时，文献[5]方法的定位误差也不断增加，特别当 AOA 标准差增大时，定位误差急剧增大；本文方法 2 的定位误差基本不随 AOA 标准差的增加而变化，当小区半径增加时，定位误差只是略有增大。

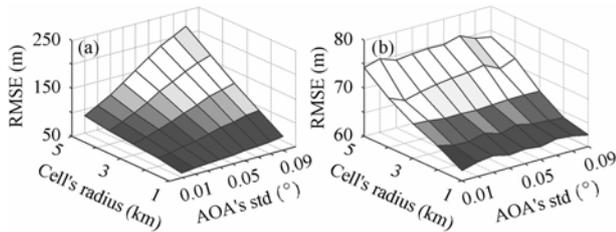


图 4 (a) 小区半径和 AOA 标准差对定位误差的影响(文献[5]方法) (b) 小区半径和 AOA 标准差对定位误差的影响(本文方法 2)

Fig.4 (a) The location error versus the cell's radius and the AOA's std (Ref.[5]) (b) The location error versus the cell's radius and the AOA's std (No.2 proposed)

(4) 基站数和 AOA 标准差对定位误差的影响 图 5(a)，图 5(b) 显示这两种方法的定位误差都随参与定位基站数的减少而略微增加，增加的幅度小于 15m，原因是这两种方法都对 TDOA 测量值进行了修正，部分消除了 NLOS 的影响；但是文献[5]方法的定位误差随 AOA 标准差的增大而增大，变化范围在 40m 左右，而本文方法 2 则基本不随 AOA 标准偏差的增加而改变。

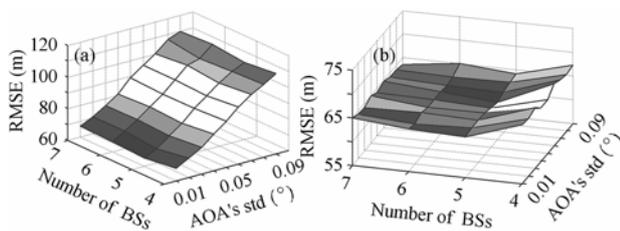


图 5 (a) 基站数和 AOA 标准差对定位误差的影响(文献[5]方法) (b) 基站数和 AOA 标准差对定位误差的影响(本文方法 2)

Fig.5 (a) The location error versus the number of BSs and the AOA's std (Ref.[5]) (b) The location error versus the number of BSs and the AOA's std (No.2 proposed)

(5) 在 4 种不同信道环境下本文方法 2 的定位误差 如图 6 所示，在各种信道环境下，定位误差基本不受 AOA 标准差的影响，在 $T_1=0.4, 0.3$ 和 0.1 的环境下有较为理想的定位精度，在 $T_1=1.0$ 环境下，定位误差较大，但也略高于达到 125m 精度的要求。

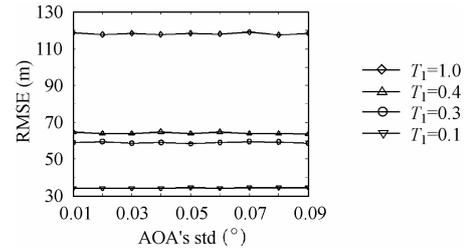


图 6 本文方法 2 在不同信道下的定位误差
Fig.6 The location error of the No.2 proposed under different channel environments

6 结束语

本文提出的 TDOA/AOA 定位算法利用 Kalman 滤波算法对 AOA 进行估计，减少了未知变量的个数，简化了方程的形式，减少了计算量，进一步提高了定位精度并取得了较好的可靠性与稳健性。

参考文献

- [1] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, SP-42(8): 1905-1915.
- [2] 邓平, 李莉, 范平志. 一种 TDOA/AOA 混合定位算法及其性能分析. *电波科学学报*, 2002, 17(6): 633-636.
- [3] Ma Changlin, Klukas R, Lachapelle G. An enhanced two-step least squared approach for TDOA/AOA wireless location, ICC2003, Anchorage, Alaska, USA, 2003.5, Vol.2: 987-991.
- [4] Cong Li, Zhuang Wei-hua. Hybrid TDOA/AOA mobile user location for wideband CDMA cellular system. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2002, 18(3): 439-447.
- [5] 段凯宇, 张力军. 一种改进的 NLOS 环境下的 TDOA/AOA 混合定位算法. *电子与信息学报*, 2006, 28(2): 203-207.
- [6] Mendel J M. *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications, and Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall PTR, 1995: Lesson 17.
- [7] Greenstein L J, et al.. A new path-gain/delay spread propagation model for digital cellular channel[J]. *IEEE Trans. on VT*, 1997, 46(2): 177-484.
- [8] Aszetyl D. On antenna arrays in mobile communication system: Fast fading and GSM base station receiver algorithms. [Ph.D. dissertation], Royal Institute Technology, Sweden, Mar. 1996.
- [9] Klukas R, Fattouche M. Line-of-sight angle of arrival estimation in the outdoor multipath environment. *IEEE Trans. on VT*, 1998, 47(1): 342-351.
- [10] Reed J, Rappaport T. An overview of the challenges and progress in meeting the E-911 requirement for location service[J]. *IEEE Communication Magazine*, 1998, 36(4): 30-37.

段凯宇: 男, 1973 年生, 博士生, 从事通信信号处理、蜂窝网络移动台定位技术研究。

张力军: 男, 1942 年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为无线数据、无线 IP 接入技术与系统、移动计算网络及其应用等。

