

基于随机共振的微弱信号检测

梁军利 杨树元 唐志峰
(中国科学院声学研究所 北京 100080)

摘要 在强噪声背景下,基于 WV 和 Hough 变换的正弦和线性调频信号检测方法的性能严重下降,为克服这种不足,该文在深入分析 FHN 随机共振系统参数对滤波能力影响的基础上,提出一种基于随机共振系统检测微弱正弦和线性调频信号的方法。首先借助 FHN 随机共振模型进行滤波,在此基础上进行 WV 和 Hough 变换,将信号的检测问题转换为时频图中的直线检测问题。实验证实,该方法具有较好的效果。

关键词 微弱信号检测, 随机共振, WV 变换, Hough 变换

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)06-1068-05

Weak Signal Detection Based on Stochastic Resonance

Liang Jun-li Yang Shu-yuan Tang Zhi-feng
(Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract In a heavy noise, the method based on Wigner Ville (WV) and Hough transformations has the poor performance of detecting the weak signal. To improve it, this paper analyzes the influence of the Fitz Hugh Nagumo (FHN) model's parameters on its filtering characteristics, and presents a method of detecting weak sinusoid and LFM signals based on FHN model of stochastic resonance. Firstly, the received signal is filtered by FHN model, and transformed by WV and Hough in turns, thus whether a signal is present in noise is determined according to whether there is a line in time-frequency picture. Finally, the validity of this method is well verified by the experiments.

Key words Weak signal detection, Stochastic resonance, Wigner Ville transform, Hough transform

1 引言

随机共振(Stochastic Resonance, SR)理论最初是由意大利学者 Benzi 等提出,用来解释地球远古气象中每隔 10 万年左右冰川期与暖气候周期交替出现的现象。这一理论阐述了这样一个观念:当淹没在强噪声背景中的微弱信号通过一个非线性系统时,如果系统非线性、信号与噪声达到某种匹配,背景噪声会增强微弱信号传输,提高输出端的信噪比,与传统方法区别在于它是利用噪声而不是消除噪声来达到信号检测的目的。

时频分析是信号处理中常用的分析方法,线性调频信号和正弦信号的 WV 分布 WVD(Wigner-Ville Distribution)为直线型,而 Hough 变换是图像处理中用于直线检测的方法,因此将两者结合即在时频平面上对 WV 变换的结果再进行 Hough 变换,必然能够检测并得到正弦和线性调频信号的特征量^[1,2]。然而在强噪声背景下,基于 WV 和 Hough 变换的信号检测方法不再有效,因此本文考虑将随机共振、WV 和 Hough 变换结合起来进行微弱信号的检测。

本文提出了一种基于 FHN(Fitz-Hugh-Nagumo)随机共振模型的微弱信号检测算法。首先深入分析了 FHN 随机共振简化模型及系统参数对滤波能力的影响,然后给出基于 FHN 随机共振模型的信号检测算法,最后给出了实验,证实了该算法的有效性。

2 基于 FHN 随机共振模型的滤波器

2.1 FHN 随机共振模型

基于随机共振的工作早期集中于研究周期信号, Collins 等人于 1995 年开始着手研究 SR 的非周期行为^[3-5],称之为非周期随机共振(Aperiodic Stochastic Resonance, ASR)。目前国内的研究工作主要集中于周期信号,对 ASR 研究较少^[6-12]。这样的系统一般由 3 部分组成:阈值(势垒)、低于阈值的微弱信号(不足以使系统克服势垒的阻挡)和零均值高斯白噪声。

FHN 系统便是这样的系统之一,其模型由以下方程描述:

$$\varepsilon \dot{v} = v(v-a)(1-v) - w + A + S(t) + N(t) \quad (1)$$

$$\dot{w} = v - w - b \quad (2)$$

其中 $v(t)$ 是快变变量, $w(t)$ 是慢变变量, $\varepsilon = 0.005$,

$a=0.5, b=0.15$, $N(t)$ 是 高 斯 白 噪 声, $E[N(t)]=0, \langle N(t)N(s) \rangle = 2D\delta(t-s)$, $S(t)$ 为 淹 没 在 噪 声 中 的 微 弱 信 号 (周 期 或 非 周 期 信 号 均 可, 这 里 我 们 研 究 的 是 正 弦 和 线 性 调 频 信 号 (Linear Frequency Modulated, LFM))。系 统 中 唯 一 未 确 定 的 参 数 A 为 调 协 活 性 信 号, 在 应 用 时 取 为 常 量。对 于 任 何 一 个 固 定 的 调 协 活 性 信 号 A , FHN 模 型 有 确 定 的 复 位 动 力 学。

在 $a=0.5$ 时, 令 $v=v'+0.5, w=w'-b+0.5, A=A'-b+0.5$, FHN 模 型 可 以 简 化 为 (去 掉 v', w', A' 右 上 角 的 符 号):

$$\varepsilon \dot{v} = -v(v^2 - 0.25) - w + A + S(t) + N(t), \quad \dot{w} = v - w \quad (3)$$

得 到 简 化 模 型, 一 方 面 便 于 分 析 系 统 得 到 阈 值 电 压, 另 一 方 面 由 于 减 少 了 二 次 项, 减 少 了 计 算 量。当 上 式 中 的 外 界 输 入 为 0, 即 $S(t) + N(t) = 0$ 时, 由 $\dot{v} = 0$ 得 到 的 方 程 $w = -v(v^2 - 0.25) + A$ 和 $\dot{w} = 0$ 得 到 的 方 程 $w = v$ 的 公 共 解 (交 叉 点) 即 为 稳 态 点。由 Collins 的 理 论^[3-5], 最 小 值 点 (v, w) 为 稳 态 点, 从 而 由 $\dot{w}(v) = 0, w = v$, 得 到 最 小 值 点 为: $v_{\min} = -1/(2\sqrt{3})$ 。再 由 $\dot{w} = \dot{v} = 0, w = v = v_{\min}$, 可 以 得 到 式 (3) 中 的 阈 值 电 压 $A_T = -5/(12\sqrt{3})$, 则 可 以 得 出 式 (1), 式 (2) 构 成 系 统 中 的 阈 值 电 压 约 为 0.11。

不 管 信 号 是 周 期 的 或 非 周 期 的, 随 机 共 振 系 统 中 存 在 的 噪 声 可 以 增 强 非 线 性 系 统 对 微 弱 输 入 信 号 的 响 应, 使 系 统 产 生 “共 振” (即 系 统 的 输 出 状 态 将 会 远 离 稳 态 点, 随 着 外 力 以 信 号 频 率 进 行 有 序 转 迁 运 动), 将 部 分 噪 声 能 量 转 换 为 信 号 能 量, 信 号 幅 值 被 放 大, 噪 声 有 效 地 被 抑 制, 提 高 了 系 统 输 出 信 噪 比, 此 即 为 随 机 共 振 的 滤 波 基 理。

图 1 是 随 机 共 振 滤 波 器 对 淹 没 在 高 斯 白 噪 声 中 信 噪 比 为 -20dB 的 线 性 调 频 信 号 的 滤 波 结 果。图 1 中, 第 1 行 是 幅 度 为 0.1414V 的 线 性 调 频 信 号, 第 2 行 是 均 值 为 0, 方 差 为 1 的 高 斯 白 噪 声, 第 3 行 是 高 斯 白 噪 声 和 微 弱 线 性 调 频 信 号 叠 加 的 结 果 (比 较 第 1, 2 和 3 行, 可 见 信 号 完 全 被 淹 没), 第

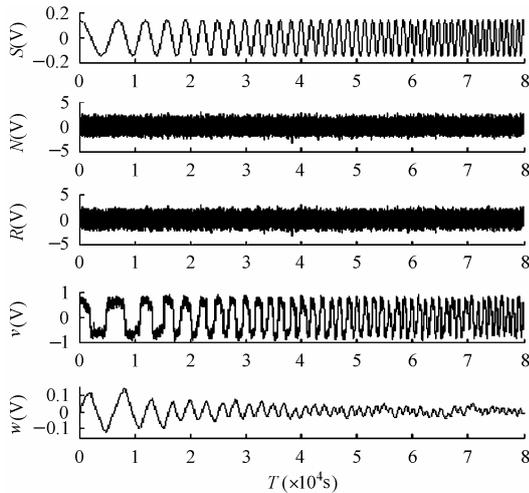


图 1 随机共振对淹没在强噪声中的线性调频信号滤波结果

Fig. 1 The filtering result of weak LFM signal based on SR

4 行 是 对 第 3 行 的 接 收 信 号 进 行 随 机 共 振 滤 波 的 结 果, 即 为

随 机 共 振 滤 波 器 快 变 输 出 $v(t)$, 可 以 看 出 结 果 和 第 1 行 的 波 形 极 为 相 似, 而 且 幅 值 被 放 大, 第 5 行 是 随 机 共 振 滤 波 器 慢 变 输 出 $w(t)$ 。

2.2 FHN 随 机 共 振 滤 波 器 实 现 及 参 数 分 析

根 据 随 机 共 振 进 行 滤 波, 实 质 是 将 接 收 信 号 作 为 式 (3) 对 应 系 统 的 输 入, 即 将 实 际 接 收 信 号 代 替 式 (3) 中 $S(t) + N(t)$ 部 分, 这 样 在 此 外 部 输 入 的 驱 动 下, 系 统 状 态 便 随 着 信 号 $S(t)$ 的 频 率 进 行 转 迁 运 动, 即 系 统 的 输 出 状 态 $v(t)$ 能 够 跟 踪 微 弱 输 入 信 号 $S(t)$ 的 波 形, 从 而 得 到 滤 波 结 果。这 里 将 快 变 变 量 $v(t)$ 作 为 滤 波 输 出, 取 四 阶 龙 格-库 塔 方 法 对 式 (3) 进 行 数 值 仿 真, 具 体 计 算 如 下:

$$C(n+1) = A + S(n+1) + N(n+1) \quad (4)$$

$$k_{v1} = \frac{h}{\varepsilon} [-v(n)^3 + 0.25v(n) - w(n) + C(n+1)] \quad (5)$$

$$k_{v2} = \frac{h}{\varepsilon} \left[-\left(v(n) + \frac{k_{v1}}{2} \right)^3 + 0.25 \left(v(n) + \frac{k_{v1}}{2} \right) - \left(w(n) + \frac{h}{2} \right) + C(n+1) \right] \quad (6)$$

$$k_{v3} = \frac{h}{\varepsilon} \left[-\left(v(n) + \frac{k_{v2}}{2} \right)^3 + 0.25 \left(v(n) + \frac{k_{v2}}{2} \right) - \left(w(n) + \frac{h}{2} \right) + C(n+1) \right] \quad (7)$$

$$k_{v4} = \frac{h}{\varepsilon} [-v(n) + k_{v3}]^3 + 0.25(v(n) + k_{v3}) - (w(n) + h) + C(n+1) \quad (8)$$

$$k_{w1} = h[v(n) - w(n)] \quad (9)$$

$$k_{w2} = h \left[\left(v(n) + \frac{h}{2} \right) - \left(w(n) + \frac{k_{w1}}{2} \right) \right] \quad (10)$$

$$k_{w3} = h \left[\left(v(n) + \frac{h}{2} \right) - \left(w(n) + \frac{k_{w2}}{2} \right) \right] \quad (11)$$

$$k_{w4} = h[(v(n) + h) - (w(n) + k_{w3})] \quad (12)$$

$$v(n+1) = v(n) + \frac{1}{6}(k_{v1} + 2k_{v2} + 2k_{v3} + k_{v4}) \quad (13)$$

$$w(n+1) = w(n) + \frac{1}{6}(k_{w1} + 2k_{w2} + 2k_{w3} + k_{w4}) \quad (14)$$

其 中 h 为 积 分 步 长, $S(n), N(n), v(n), w(n)$ 分 别 为 系 统 中 $S(t), N(t), v(t), w(t)$ 的 第 n 次 采 样 值。

在 周 期 随 机 共 振 现 象 中, 习 惯 采 用 随 机 共 振 滤 波 前 后 信 噪 比 (信 号 的 功 率 谱 幅 度 与 同 频 噪 声 强 度 之 比) 的 变 化 描 述 系 统 特 性; 而 当 输 入 信 号 为 非 周 期 信 号 时, 这 种 借 助 信 噪 比 的 描 述 准 则 不 再 适 合 描 述 非 周 期 随 机 共 振 现 象。为 此 借 助 接 收 信 号 $R(n) = S(n) + N(n)$ 经 随 机 共 振 滤 波 前 后 和 接 收 信 号 中 的 纯 净 信 号 $S(n)$ 的 相 关 系 数 描 述 非 周 期 随 机 共 振 的 系 统 特 性 更 为 合 适 (这 种 描 述 同 样 适 合 周 期 信 号), 具 体 计 算 公 式 如 下 所 示:

$$C_{Sv} = \frac{\sum_{j=1}^N [S(j) - \bar{S}][v(j) - \bar{v}]}{\sqrt{\sum_{j=1}^N [S(j) - \bar{S}]^2 \sum_{j=1}^N [v(j) - \bar{v}]^2}} \quad (15)$$

$$C_{SR} = \frac{\sum_{j=1}^N [S(j) - \bar{S}][R(j) - \bar{R}]}{\sqrt{\sum_{j=1}^N [S(j) - \bar{S}]^2 \sum_{j=1}^N [R(j) - \bar{R}]^2}} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S(j), \quad \bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v(j), \quad R(j) = S(j) + N(j), \\ \bar{R} &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N R(j). \end{aligned}$$

式(3)中唯一未指定的参数为调协活性信号 A 。令 A 从 0 变化到 1, 分别观察 -20dB , -10dB 信噪比情况下接收信号经随机共振滤波前后和接收信号中纯净信号的相关系数 C_{SR} , C_{Sv} 变化曲线, 如图 2(a)所示, 横坐标为 A 的取值, 纵坐标为对应的相关系数; 在给定调协活性信号 A , $A=0.1, A=0.35$, 观察信噪比从 -20dB 到 0dB 时相关系数变化曲线如图 2(b)所示。上述曲线均为 50 次运行结果的平均。由曲线可以看出, 随机共振有效地抑制了噪声, 这样便于在此基础上进行信号的检测、参数估计。也可以看出, 调协活性信号 A 对滤波效果的影响: 随着 A 增大, 滤波效果下降; 而在高信噪比时, 影响不太明显。调协活性信号 A 一般取为 $[0, 0.1]$ 区间的数值为宜。

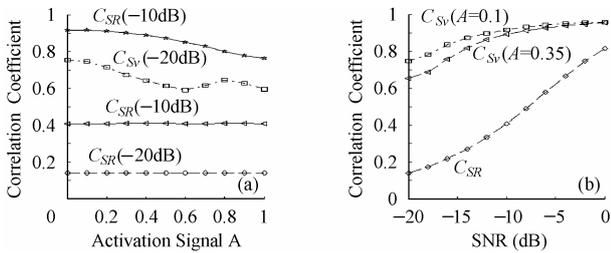


图2 调协活性信号 A 对系统滤波性能的影响

Fig. 2 The influence of the parameter A on the filter

3 基于 FHN 随机共振模型的信号检测算法

信号的检测问题, 主要解决在受噪声干扰的观测中, 信号的有无或信号是哪个状态的判决问题。在噪声中检测信号的问题可以表述如下:

$$\begin{aligned} H_0: R(t) &= N(t) \\ H_1: R(t) &= N(t) + S(t), \quad t \in [0, T] \end{aligned} \quad (17)$$

式中 $R(t)$ 表示接收到的信号, $S(t)$ 是要检测的信号, $N(t)$ 是干扰或噪声, 判断有无信号的问题就是判断 H_1 还是 H_0 成立的问题, 如果 H_1 成立, 即认为信号存在, 反之, 认为信号不存在。

WVD 是常用的时频分析方法之一, 其表达式为

$$W_z(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (18)$$

这里, $z(t)$ 是 $R(t)$ 的相关解析信号, 即

$$z(t) = R(t) + j \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\tau)}{\pi(t-\tau)} d\tau \quad (19)$$

信号在 WVD 分析后得到在 $t-f$ 平面中的时频图 $WVD(t, f)$, 一个正弦或 LFM 信号的 WVD 时频图在 $t-f$ 平面中表现为一条直线。而 Hough 变换是图像中一种检测直线的有效方法, 其基本思想是: 用直角坐标系中线条的特征参数构成参数空间, 然后在参数空间中提取线条特征参数并在直角坐标系中加以表示。用 WVD 得到的正弦或线性调频信号在时频图中的分布直线在直角坐标 (t, f) 中的方程为

$$f = at + b \quad (20)$$

将直线方程表示为极坐标形式, 有

$$\rho = t \cos \theta + f \sin \theta \quad (21)$$

将 $t-f$ 平面转换到 $\rho-\theta$ 平面, 这样直角坐标系 (t, f) 中的任何一条直线都可以用参数空间 (ρ, θ) 中唯一的参数 (ρ_i, θ_i) 来表征, 该点的值 $\phi(\rho_i, \theta_i)$ 正是该直线上所有像素点像素值的积累, 因此可以根据 (ρ, θ) 平面的代表线性调频信号或正弦信号的波峰和规定的阈值来比较, 判断信号存在与否。

在信号检测理论中, 衡量检测器性能的一个重要的指标就是信噪比, 即信号功率和噪声功率之比。当信号严重被噪声淹没时, 基于 WV 和 Hough 变换的检测效果将严重下降, 如图 3 所示, 比较图 3(c)和图 3(d), 图 3(c)为在强噪声干扰下的信号进行检测的结果, 而图 3(d)是无噪声时进行检测的结果。在图 3(c)中几乎不可能正确的检测到信号, 而且虚警率严重上升。

图 3(a)的第 1 行是幅度为 0.1414V 的线性调频信号, 第 2 行是均值为 0, 方差为 1 的高斯白噪声和微弱线性调频信号叠加的结果(信噪比为 -20dB); 图 3(b)为图 3(a)的第 2 行进行 WV 变换的结果; 图 3(c)为图 3(b)进行 Hough 变换的结果(信号加噪声); 图 3(d)为图 3(a)的第 1 行(只有信号)进行 WV 和 Hough 变换后的结果。

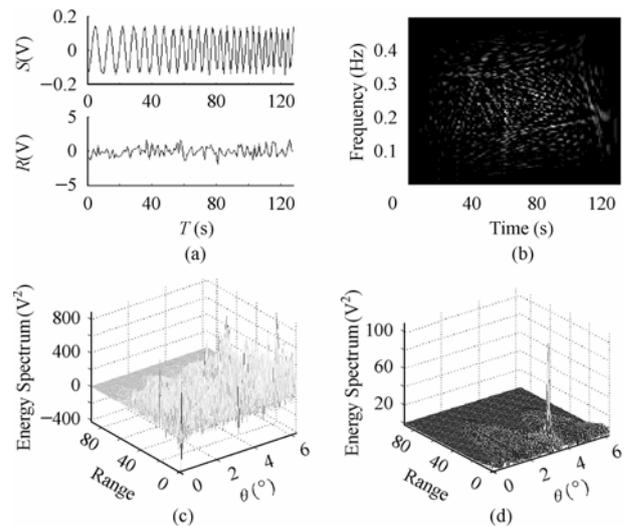


图3 基于 WV 和 Hough 变换的检测结果

Fig. 3 The detecting result based on WV and Hough transform

FHN 具有有效的滤波能力, 而上述方法在强噪声下性能严重下降, 为此我们考虑将两者结合起来, 形成了基于 FHN 随机共振模型的确知信号检测算法, 算法如图 4 所示。

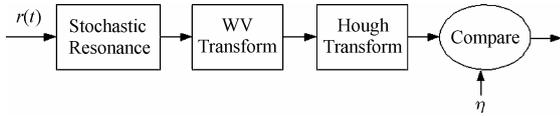


图 4 基于随机共振的信号检测算法框图
Fig. 4 The description of the proposed algorithm for detecting signals based on SR

随机共振能够有效跟踪微弱信号的波形变化, 把强噪声的部分能量转换到信号中, 将信号有效放大, 使得滤波输出的信噪比大大改善, 且输出波形与微弱信号波形极为相似, 所以可以借助随机共振滤波首先将微弱信号的波形近似恢复出来; 在波形恢复出来后再经 WVD 将其转换到时频图中, 这样正弦和线性调频信号在时频图中表现为一条直线, 然后再进行 Hough 变换, 最后根据 (ρ, θ) 平面上的波峰(由于波峰是信号进行 WV 变换得到的直线上整个像素值的累积值, 因此其与信号的幅度延时乘积叠加和持续时间有关(见式(17))和预置的阈值 η (阈值的大小既和信号检测的判决准则有关, 而且其选择值应该小于信号产生的波峰, 而大于噪声产生的波峰更为合适)进行比较, 如果出现高过此阈值的波峰, 则说明信号存在, 否则就不存在。

4 实验结果及分析

图 5(a)的第 1 行是幅度为 0.1414V 的线性调频信号, 第 2 行是均值为 0, 方差为 1 的加性高斯白噪声和微弱线性调频信号叠加的结果(信噪比为 -20dB), 第 3 行是经过随机共振滤波的结果, 为便于后续处理, 对第 3 行每隔 40 个点采样一次得到第 4 行的波形; 图 5(b)为图 5(a)的第 4 行进行 WV 变换的结果; 图 5(c)对图 5(b)进行 Hough 变换的结果; 图 5(d)为对图 5(a)的第 1 行每隔 40 个点采样一次然后依次进行 WV 和 Hough 变换的结果, 比较图 5(c), 图 5(d)可见, 在经随机共振滤波后等于是消除了噪声, 峰值点出现在 (ρ, θ) 平面的同一个位置, 而且其他局部极大值点远远小于峰值, 这样虚警率将大大减小。图 5(e)的第 1 行是幅度为 0.1414V 的正弦信号, 第 2 行是值为 0, 方差为 1 的加性高斯白噪声和微弱正弦信号叠加的结果(信噪比为 -20dB), 第 3 行是经过随机共振滤波的结果, 为便于后续处理, 对第 3 行每隔 40 个点采样一次得到第 4 行的波形; 图 5(f)为图 5(e)的第 4 行进行 WV 变换的结果; 图 5(g)对图 5(f)进行 Hough 变换的结果; 图 5(h)为对图 5 (e)的第 1 行每隔 40 个点采样一次然后依次进行 WV 和 Hough 变换的结果, 比较图 5(g), 图 5(h)可见, 在经随机共振滤波后等于是消除了噪声, 峰值点出现在 (ρ, θ) 平面的同一个位置, 而且其他局部极大值点远远小

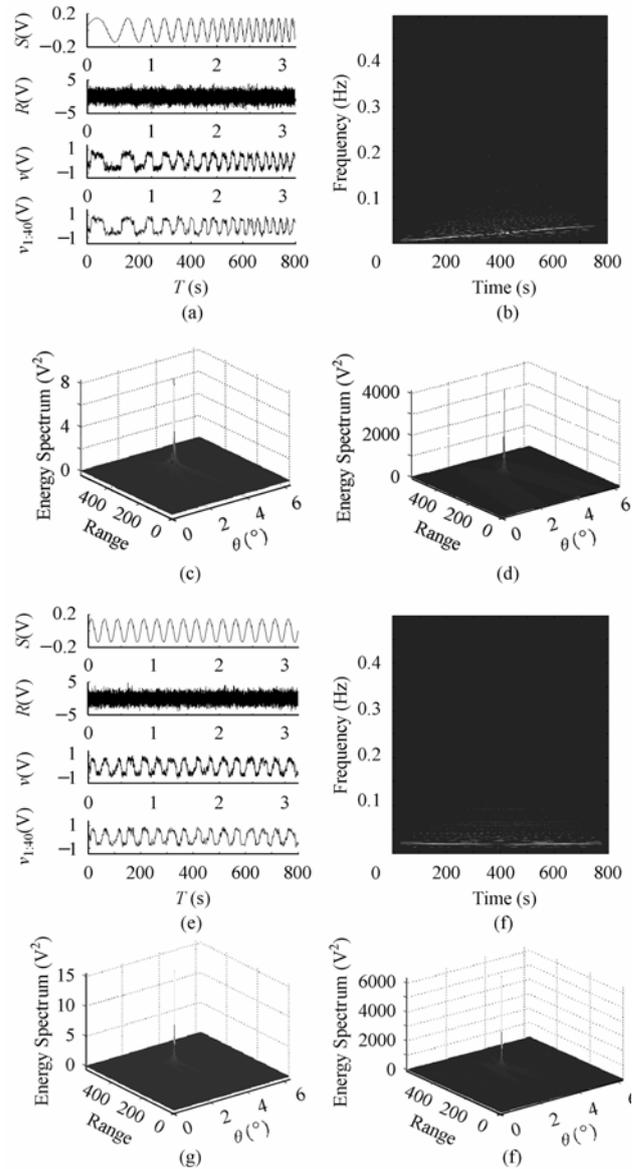


图 5 本文建议算法对微弱正弦和线性调频信号检测结果

Fig.5 The detecting results of weak Sinusoid and LFM signals based on the proposed algorithm

于峰值; 图 5(c)和图 5(d)以及图 5(g)和图 5(h)波峰存在的差异是由于随机共振对信号的放大作用和滤波结果仍存在着噪声。

由以上结果可见本文所提方法的有效性。

5 结束语

本文提出了一种新的基于 FHN 随机共振模型的微弱信号检测算法。本文首先深入分析了随机共振系统中参数对系统滤波能力的影响, 然后将随机共振、WVD 和 Hough 变换有机地结合在一起, 提出了一种新的微弱信号检测算法, 其能够有效检测强噪声情况下的微弱正弦和线性调频信号。但随机共振存在着只能对低频信号具有有效滤波能力的不足, 目前有人在探索解决方案, 如二次采样方法^[9]和频移方

法^[12], 并已取得了一定的效果。可以肯定随机共振必将在信号处理, 特别是信号检测方面发挥巨大的作用。

参 考 文 献

- [1] 葛凤翔, 蔡平, 惠俊英, 等. 混响背景中目标回波检测和参数估计的一种新方法. 电子学报, 2001, 29(3): 304-306.
 - [2] 胡昌华, 周涛, 夏启兵, 等. 基于 MATLAB 系统分析与设计一时频分析. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002: 48-51.
 - [3] Collins J J, Chow C, Capela A C, *et al.*. Aperiodic stochastic resonance. *Physical Review E*, 1996, 53(4): 5575-5583.
 - [4] Collins J J, Chow C, Imhoff T T. Aperiodic stochastic resonance in excitable systems. *Physical Review E*, 1995, 52(4): 3321-3324.
 - [5] Henegham C, Chow C C, Collins J J, *et al.*. Information measures quantifying aperiodic stochastic resonance. *Physical Review E*, 1996, 54(3): 2228-2231.
 - [6] 杨定新, 胡莺庆. 随机共振在微弱信号检测中的数值仿真. 国防科技大学学报, 2003, 25(6): 91-94.
 - [7] 杨祥龙, 江波, 吴为麟, 等. 小信号检测中的自适应随机共振技术. 信号处理, 2003, 19(2): 182-184.
 - [8] 杨祥龙, 汪乐宇. 一种强噪声背景下弱信号检测的非线性方法. 电子与信息学报, 2002, 24(6): 811-815.
 - [9] 冷勇刚, 王大勇. 二次采样用于随机共振从强噪声中提取弱信号的数值研究. 物理学报, 2003, 52(10): 2432-2437.
 - [10] 段江海, 宋爱国, 王一清. 随机共振理论在微弱信号检测中的应用研究. 信号处理, 2003, 19(6): 569-572.
 - [11] 段江海, 宋爱国, 王一清. 采用主分量分析方法研究随机共振. 信号处理, 2004, 20(2): 213-216.
 - [12] Ye Qinghua, Huang Haining, He Xinyi, *et al.*. Improved bearing estimates of weak signals using stochastic resonance and frequency shift techniques", OCEANS 2003. San Diego, Calif. Sept. 25th, 2003. vol 5: 2410-2413.
- 梁军利: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为微弱信号检测及目标跟踪.
- 杨树元: 男, 1942 年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为为数字信号处理、阵列信号处理、图像处理与识别.
- 唐志峰: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为图像处理与识别及信号处理.