

## 带通信号采样定理和全数字式正交检波器的设计<sup>1</sup>

王飞雪 王新春 雍少为 郭桂蓉

(国防科技大学自动目标识别重点实验室 长沙 410073)

**摘要** 带通信号采样定理是全数字式正交检波器设计的理论基础。目前国内外相关文献关于带通信号采样定理的表述有多种形式，这将直接影响到全数字式正交检波器设计的优化。本文首先讨论带通信号采样定理，然后在此基础上研究全数字式正交检波器的优化设计。

**关键词** 带通信号采样定理，正交检波，全数字化接收机

**中图号** TN911.72

### 1 引言

传统的正交检波器如图 1 所示。由于模拟器件的一致性和稳定性等因素，两路正交通道之间幅度一致性和相位正交性难以精确保证；此外，基带采样还易受零漂、 $1/f$  噪声的影响。这些都会导致系统性能的大幅度下降<sup>[1]</sup>。

全数字式正交检波器的工作原理如图 2 所示。输入信号首先被变频到一个合适的中频，然后进行直接中频采样，采样之后的本振、混频、低通滤波均采用数字技术实现，其中本振采用的是数控振荡器（NCO）。数字技术的应用保证了  $I$ 、 $Q$  通道在幅度一致性和相位正交性上的精度远高于传统方法；直接对中频带通信号采样能有效地避免零漂、 $1/f$  噪声的影响。

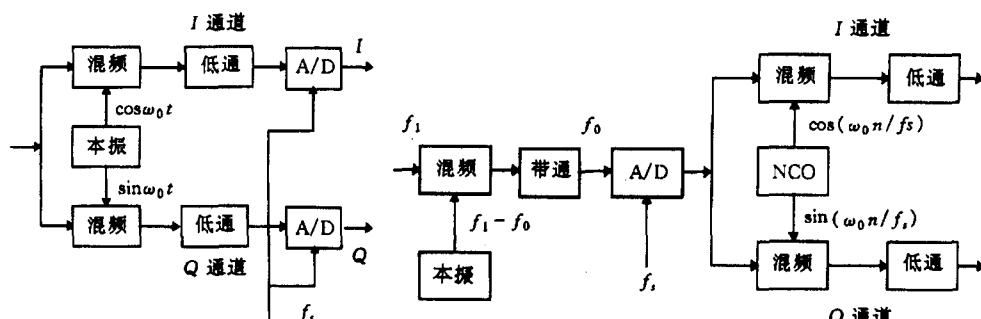


图 1 传统的正交检波器原理

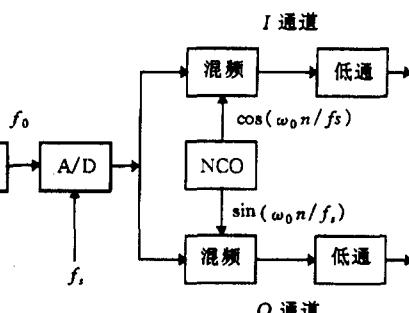


图 2 全数字式正交检波器原理

采用直接中频采样技术，采样频率  $f_s$  的选择至关重要。带通信号采样定理是选择采样频率的理论基础。本文将首先讨论带通信号采样定理，然后在此基础上研究全数字式正交检波器的优化设计。文章最后给出设计实例。

### 2 带通信号采样定理

对于带通信号采样定理，文献中有许多不同形式的表述。大多数文献<sup>[2-7]</sup>，其中包括常见的教科书<sup>[5-7]</sup>，仅讨论了最低不失真采样频率，指出：对中心频率为  $f_0$ 、带宽为  $B$  的带通信号，最低采样频率为  $f_{smin} = (2f_0 + B)/m_{max}$ ，其中  $m_{max}$  为不大于  $(2f_0 + B)/(2B)$  的最大

<sup>1</sup> 1997-10-20 收到， 1998-07-21 定稿

整数；文献 [8] 认为采样率应满足  $2B \leq f_s \leq (2f_0 - B)/(2l)$ ，其中  $l$  为不大于  $(2f_0 - B)/(4B)$  的最大整数。这些结论都不够准确全面，正确的带通信号采样定理应该是：

**带通信号采样定理** <sup>[9-12]</sup> 对中心频率为  $f_0$ 、带宽为  $B$  的带通信号，记其上下截止频率分别为  $f_H = f_0 + B/2$  和  $f_L = f_0 - B/2$ ，根据采样值不失真地重建信号的充要条件是采样率  $f_s$  满足

$$2f_H/m \leq f_s \leq 2f_L/(m-1), \quad (1)$$

其中  $m = 1, \dots, m_{\max}$ ,  $m_{\max} = \lfloor f_H/B \rfloor$ ,  $\lfloor x \rfloor$  为不大于  $x$  的最大整数。

定理的证明可见文献 [10,11]。上述定理表明，带通信号采样频率的取值范围由  $m_{\max}$  个互不重合的区间  $S_m = [2f_H/m, 2f_L/(m-1)]$  组成，即  $f_s \in \bigcup_{m=1}^{m_{\max}} S_m$ 。最低不失真采样频率为  $f_{s\min} = 2f_H/m_{\max}$ 。 $S_2, \dots, S_{m_{\max}}$  对应不失真欠采样频率范围。不失真欠采样存在的充要条件是  $m_{\max} > 1$ ，即  $f_L \geq B$ 。 $S_1 = [2f_H, +\infty)$  对应低通信号采样定理所确定的采样频率范围，若将低通信号看成频谱分布下界为零的带通信号，则带通信号采样定理包含了低通信号采样定理。

对带通信号采样定理的理解将影响检波器的优化设计。除了一类特殊的免混频全数字式正交检波器 <sup>[11-14]</sup> 外，在目前见诸报道的全数字式正交检波器设计中 <sup>[15,16]</sup>，采样率多取为  $f_s = f_{s\min}$ ，使检波器的设计受到了不必要的限制。

### 3 系统的优化设计

带通信号采样定理确定了采样率的取值范围，若欲在此范围内进一步选取合适的采样频率以优化检波器的设计，则需首先分析图 2 中低通滤波器输入端数字信号的频谱分布随采样频率变化的规律。

从信号流程看，图 2 中采样与混频的顺序可以交换，因此可以认为图 2 中低通滤波器输入端的数字信号是对图 1 中模拟混频器的输出采样而得到的。图 1 中混频器输出的模拟信号频谱包括基带分量和在  $\pm 2f_0$  处的倍频分量，我们分别称它们为基带“谱块”、 $2f_0$ “谱块”和  $-2f_0$ “谱块”。在  $f_s$  采样率下，上述谱块将以  $f_s$  为周期在频域轴上进行周期延拓，产生  $if_s$  谱块、 $2f_0 + if_s$  谱块和  $-2f_0 + kf_s$  谱块，其中  $i, j, k = -\infty, \dots, +\infty$ 。容易证明，在所有  $-2f_0 + kf_s$  谱块中， $-2f_0 + (m-1)f_s$  谱块与  $-2f_0 + mf_s$  谱块分居基带谱块左右两侧且与基带谱块不混叠；在所有  $2f_0 + if_s$  谱块中， $2f_0 - mf_s$  谱块与  $2f_0 - (m-1)f_s$  谱块分居基带谱块左右两侧且与基带谱块不混叠。以上四个谱块对应数字频率表示下可能进入  $[-\pi, \pi]$  范围且必须被低通滤波器滤除的倍频分量。其中  $f_s$  与  $m$  的关系由 (1) 式确定。

由上述分析可知，低通滤波器输入端数字信号的基带分量与倍频分量不混叠。在正频率轴，倍频分量的最低频率为  $\min\{mf_s - 2f_0, 2f_0 - (m-1)f_s\} - B/2$ ，因此基带与倍频分量之间的频率间隔为  $\min\{mf_s - 2f_0, 2f_0 - (m-1)f_s\} - B$ 。在数字频率表示下：

基带频率范围为

$$[0, B\pi/f_s], \quad (2)$$

倍频分量频率范围为

$$[2\pi \cdot \min\{m-2f_0/f_s, 2f_0/f_s - (m-1)\} - B\pi/f_s, \pi], \quad (3)$$

基带与倍频间距为

$$I(f_s, m) = 2\pi \cdot \min\{m-2f_H/f_s, 2f_L/f_s - (m-1)\}. \quad (4)$$

(2)、(3)、(4)式和(1)式是低通滤波器设计的依据, 我们可以根据它们分别确定低通滤波器的通带、阻带和过渡带设计参数。显然, 过渡带越宽, 滤波器实现越容易, 低通滤波的折叠损耗也越小。以下分析过渡带宽度随采样频率  $f_s$  变化的规律。

容易证明<sup>[11]</sup>, 在给定的采样频率取值区间  $S_m$  中, 过渡带宽带  $I(f_s, m)$  是采样频率  $f_s$  的凸函数。当  $f_s$  取区间  $S_m$  的左右端点值时, 过渡带带宽为 0, 最不利于滤波器设计, 因此, 从低通滤波器设计的角度, 采样频率取  $f_{s\min}$  并不是优化的选择; 当  $f_s$  取为  $f_{s\text{opt}}(m) = 4f_0/(2m-1) \in S_m$  时, 过渡带宽度  $I(f_s, m)$  取到区间  $S_m$  内的极大值, 最利于滤波器设计, 此时的过渡带带宽为

$$I_{\max}(m) = \max_{f_s \in S_m} I(f_s, m) = I\left(\frac{4f_0}{2m-1}, m\right) = \pi - \frac{2m-1}{2f_0}B\pi. \quad (5)$$

进一步由(5)式可知, 当  $m=1$ , 相应地  $f_s$  取为  $f_{s\text{opt}}(1) = 4f_0$  时, 过渡带宽度在所有采样频率取值区间中取得最大值

$$I_{\max} = \max_{m, f_s \in S_m} I(f_s, m) = \max_m I_{\max}(m) = I_{\max}(1) = I(4f_0, 1) = \pi - B\pi/(2f_0). \quad (6)$$

图3给出了  $f_0=20\text{MHz}$ 、 $B=6\text{MHz}$  时过渡带宽度  $I(f_s, m)$  随采样频率变化的示意图。

值得注意的是,  $I_{\max}(m)$  所对应的采样频率值  $f_{s\text{opt}}(m)$  恰好等于全数字式免混频正交检波器<sup>[11-14]</sup>的采样频率值, 即当以  $f_{s\text{opt}}(m)$  进行采样时, NCO 的输出值仅由 0、1、-1 等特殊值构成, 从而可以采用简单的逻辑电路代替 NCO 和混频器。这说明以  $f_{s\text{opt}}(m)$  为采样频率不但在低通滤波器设计意义上是优化的, 而且可大大简化 NCO 和混频器。

在检波器设计中, 除了滤波器设计参数外, 我们有时还考虑 A/D 速率、滤波器工作频率、后端对数据率的要求和实现成本等因素, 并在此基础上综合选择最优的采样频率。下面以图3所示带通信号为例说明。

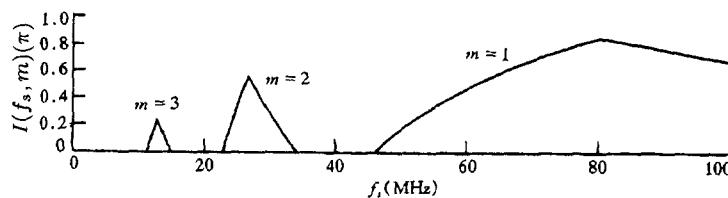


图3  $f_0=20\text{MHz}$ ,  $B=6\text{MHz}$  时低通滤波器过渡带宽度随采样频率变化示意图

设图3反映的是一个载波频率为  $20\text{MHz}$ 、伪码率为  $3\text{MHz}$  的直接序列扩频信号, 我们希望采样频率满足条件: ①是伪码码率的整数倍; ②滤波器的过渡带带宽大于  $\pi/4$ 。由带通信号采样定理可以计算出采样频率取值范围是  $[15.3, 17] \cup [23, 34] \cup [46, +\infty)$  (MHz), 从中挑选满足条件①的采样频率值:  $24, 27, 30, 33, 48, 51, 54, \dots$  (MHz), 根据(4)式可计算得到对应的过渡带带宽:  $0.167\pi, 0.519\pi, 0.267\pi, 0.061\pi, 0.083\pi, 0.196\pi, 0.296\pi, \dots$ , 从中我们选择满足条件②的最低频率  $27\text{MHz}$  作为全数字式正交检波器的中频采样频率。

## 4 结束语

本文完整阐述了带通信号采样定理; 讨论了其在全数字式正交检波器中的应用; 并从滤波器设计的角度研究了采样频率的优化选取问题。

## 参 考 文 献

- [1] Roome S J. Analysis of quadrature detectors using complex envelope notation. IEE Proc.-F, 1989, 136(2): 95-100.
- [2] Feldman C B. Bandwidth and transmission performance. BSTJ, 1949, 28(3): 440-445.
- [3] Haykin S. Communication system. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1978, 436-437.
- [4] 刘文生, 李锦林. 取样技术原理与应用. 北京: 科学出版社, 1981, 34-37.
- [5] 樊昌信, 等. 通信原理. 第四版. 北京: 国防工业出版社, 1995, 190-193.
- [6] 曹志刚, 钱亚生. 现代通信原理. 北京: 清华大学出版社, 1992, 108-110.
- [7] 沈振元, 等. 通信系统原理. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995, 287-289.
- [8] Ho K C, et al. A digital quadrature demodulation system. IEEE Trans. on AES, 1996, AES-32(4): 1218-1226.
- [9] Khlenberg A. Exact interpolation of band-limited functions. J. Appl. Phys., 1953, 24(12): 1432-1436.
- [10] 杨福生, 戴先中. 带通信号的采样定理. 信号处理, 1986, 2(1): 58-61.
- [11] 王飞雪, 王新春, 雍少为, 吴健辉. 带通信号采样定理及其在全数字化正交接收机中的应用. DDS 技术与应用研讨会, 合肥: 1997. 11, 95-99.
- [12] Saulnier G J, et al. A VLSI demodulator for digital RF network applications: theory and results. IEEE Journal of Selected Areas in Communications, 1990, 8(8): 1500-1511.
- [13] Considine V. Digital complex sampling. Electronics Letters, 1983, 19(16): 608-609.
- [14] 王飞雪等. 基于二阶采样的免混频全数字化正交解调. 电子学报 (已录用, 待发表).
- [15] Behrhorst S. Design DDS systems and digitize IFs with DACs/ADCs. Microwaves & RF, 1993, 32(8): 111-119.
- [16] 吴远斌. 一种数字式正交检波器的设计. 电子科学学刊, 1997, 19(1): 68-71.

## THE SAMPLING THEOREM FOR BANDPASS SIGNAL AND THE DESIGN OF ALL DIGITAL QUADRATURE DETECTORS

Wang Feixue    Wang Xinchun    Yong Shaowei    Guo Guirong.

(ATR Lab., National University of Defence Technology, Changsha 410073)

**Abstract** The sampling theorem for bandpass signal is the theoretical basis for design of all digital quadrature detectors. There are various expressions for this theorem in previous references, which has greatly affected the optimum design of all digital quadrature detectors. The correct expression is introduced in this paper, and the optimum design of all digital quadrature detectors is discussed.

**Key words** Bandpass sampling, Quadrature detection, All digital receiver

王飞雪: 男, 1971 年生, 工学博士, 主要研究领域包括自动目标识别、智能信号处理和全数字化扩频接收机. 已发表论文十余篇, 获部委科技进步一、二等奖各一项.

王新春: 男, 1973 年生, 博士生, 研究方向为高速数据采集和数字信号处理.

雍少为: 男, 1965 年生, 工程师, 主要研究领域包括信息融合、自动目标识别和扩频信号处理. 获国家科技进步二等奖一项、部委级科技进步奖多项.

郭桂蓉: 男, 1937 年生, 教授, 通信与电子系统学科博士生导师, 中国工程院院士. 发表专著、译著十四部, 论文一百余篇. 多次获得全国科学大会奖、国家科技进步二等奖、部委级科技进步一、二等奖.