

波导结和波导-喇叭辐射器有限元分析 ——导波数值边界条件及其应用

樊德森 王沅勋

(中国科学技术大学无线电系, 合肥 230027)

摘要 作为开域电磁场问题偏微分方程解法的一个重要方面, 本文提出导波数值边界条件的概念和算法。本文着重讨论二维的具有平面导体边界的导波系统的散射和辐射问题, 并以此表明基于数值边界条件的偏微分方程的数值解法, 将为波导-喇叭辐射器的准确分析开辟了新的理论途径。

关键词 电磁场; 导波系统; 导波数值边界条件; 波导结; 波导-喇叭辐射器

1. 引言

近年来, 开域电磁场问题的偏微分方程 (PDE) 解法已成为热门研究课题, 为此我们已提出并发展了数值边界条件 (GNBC) 的概念和算法^[1,2]。

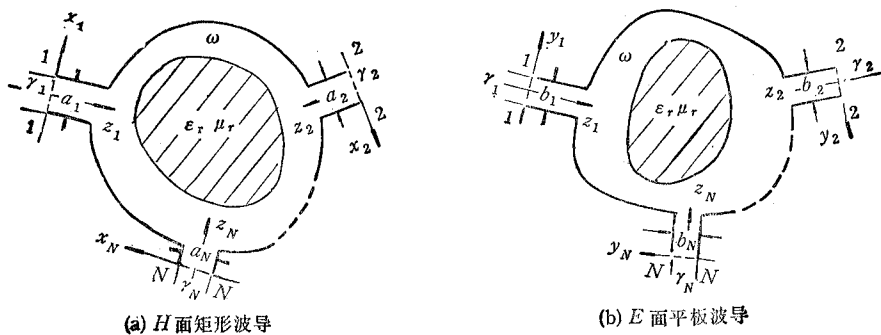
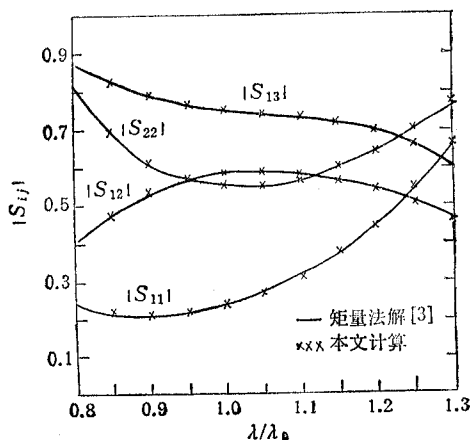
本文讨论导波系统的散射和辐射分析。采用导波 GNBC 的 PDE 算法, 不仅能处理任意形式的波导不连续性和波导结问题, 还为波导-喇叭辐射器的准确分析开辟了新的理论途径。由于篇幅所限, 本文着重讨论二维的具有平面导体边界的导波系统。我们认为: 关于波导-喇叭辐射器这一类面天线系统, 目前只能采用基于口径面场分布理论的近似工程算法, 而从来没有被作为电磁场边值问题准确分析过。

2. 二维导波 GNBC 和波导结的 PDE 解法

二维平面边界导波系统的例子: H面矩形波导和E面平板波导系统如图1所示。假定在二维的前提下, 系统是完全任意的, 其中H面矩形波导结在 y 方向均匀不变, 高度为 b , 激励波为 H_{m0} 波。E面平板波导结则在 x 方向均匀不变并无限延伸, 激励波是 E_{0m} 波, 并约定以 E_{00} 表示TEM波。

在图1中, 在各端口参考面作平面数学边界 γ_n (虚线), 它们与波导结的导体周界, 即物理边界 Γ (粗实线) 共同构成闭合边界 γ , $\gamma = \Gamma + \sum_{n=1}^N \gamma_n$ 。由 γ 包围的闭域 ω 为电磁场 PDE 的解域, 域中电磁场的弱型方程为

$$\left. \begin{aligned} \iint_{\omega} \left[\frac{1}{\mu_r} \nabla T \cdot \nabla E_y' - K^2 \epsilon_r T E_y' \right] dx dy &= \int_{\gamma} T \frac{\partial E_y'}{\partial n} dl, \text{ (H 面波导)} \\ \iint_{\omega} \left[\frac{1}{\epsilon_r} \nabla T \cdot \nabla H_x' - K^2 \mu_r T H_x' \right] dx dy &= \int_{\gamma} T \frac{\partial H_x'}{\partial n} dl, \text{ (E 面波导)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$


 图 1 二维 N 端口波导结

 图 2 矩型波导对称 H-T 接头的散射参数(波导宽边尺寸 $a = 0.7\lambda$)

用常规的有限元法求解弱型方程^[1]的关键问题是如何确定闭合曲线 γ 上的边界条件, 以保证自动满足各端口波导的边界条件。因为 Γ 是导体边界, 其边界条件是已知的, 但是数学边界 γ_n 的边界条件在问题完全求解前是未知的, 为此我们提出并应用导波 GNBC 的概念和算法。

因为各端口波导为均匀直波导, 其电磁场分布可写成本征函数解的通解形式

$$\left. \begin{aligned} E'_y(x_n, z_n) &= \sum_{m=1,2,3,\dots}^{M_n} [A_{mn} \exp(-j\beta_{mn}z_n) + B_{mn} \exp(j\beta_{mn}z_n)] \cos(m\pi x_n/a_n), \\ H'_x(y_n, z_n) &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{M_n-1} [A_{mn} \exp(-j\beta_{mn}z_n) + B_{mn} \exp(j\beta_{mn}z_n)] \cos(m\pi y_n/b_n), \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(H 面波导)} \\ \text{(E 面波导)} \end{array} \quad (2)$$

式中 β_{mn} 是第 n 个端口波导的相位常数

$$\left. \begin{aligned} \beta_{mn} &= \sqrt{K^2 - (m\pi/a_n)^2}, \quad \text{(H 面波导 } H_{m0} \text{ 波型)} \\ \beta_{mn} &= \sqrt{K^2 - (m\pi/b_n)^2}, \quad \text{(E 面波导 } E_{0m} \text{ 波型)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

β_{mn} 可为实数或虚数, 视相应波型的传播条件而定。(2)式已在阶数 M_n 处截断, M_n 与波导特征、数学边界 γ_n 的位置和计算精度要求有关, 由用户在计算过程中选定。

系数 A_{mn} 代表照射波, 在给定的激励条件下是已知的。 B_{mn} 代表散射波, 用 M_n 阶

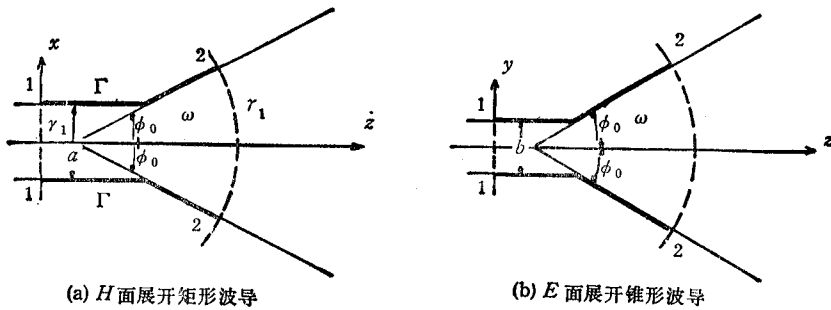


图3 二维角锥波导系统

矢量 $[B_n]$ 表示, $[B_n] = [B_{1n}, B_{2n}, \dots, B_{M_n n}]$.

为了推导导波 GNBC, 我们沿各数学边界 γ_n 选取采样点 $P_l, l = 1, 2, \dots, L_n$, 点数 L_n 大于(至少等于)相应波导电磁场展开式的截断阶数 M_n , 即 $L_n \geq M_n$. 在(1)和(2)式中上标 t 表示总场. 现在用 L_n 阶矢量 $[W_n]$ 表示各采样点场量 E_y , 或 H_x 的散射波分量

$$\begin{aligned} [W_n] &= [H_{1n}][B_n] \\ [dW_n/dn] &= [H_{2n}][B_n] \quad n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $[H_{1n}]$ 和 $[H_{2n}]$ 是 $L_n \times M_n$ 阶矩阵, 其元素值由(2)式算出. 从上式中消去未知系数矢量 $[B_n]$, 得到

$$\left. \begin{aligned} [dW_n/dn] &= [H_n][W_n] \\ [H_n] &= [H_{2n}][([H_{1n}]^t[H_{1n}])^{-1}[H_{1n}]^t, \quad (\text{当 } L_n > M_n) \\ [H_n] &= [H_{2n}][H_{1n}]^{-1}, \quad (\text{当 } L_n = M_n) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这就是二维平面边界波导的导波 GNBC, 其中包含了求解弱型方程(1)式所需的全部边界信息^[1,2].

作为计算实例, 我们给出了矩形波导对称 H-T 接头的散射分析的计算曲线, 如图 2 所示; 图中还同时示出积分方程矩量解法的计算值以资对比^[3].

3. 二维角锥波导和角锥喇叭分析

现在分析二维角锥平面波导系统, 如图 3 所示. H 面矩形角锥波导在 y 方向均匀不变, 高度为 b , 由 H_{10} 波激励. E 面平面角锥波导在 x 方向均匀无限延伸, 由 TEM 波激励.

对称角锥波导中电磁场通解为

$$\left. \begin{aligned} E_y(\rho, \phi) &= \sum_{m=1,3,\dots}^M [A_m H_{\nu_m}^{(2)}(K\rho) + B_m H_{\nu_m}^{(1)}(K\rho)] \cos(\nu_m \phi), (\text{H 面角锥}) \\ H_x(\rho, \phi) &= \sum_{m=0,2,\dots}^M [A_m H_{\nu_m}^{(2)}(K\rho) + B_m H_{\nu_m}^{(1)}(K\rho)] \cos(\nu_m \phi), (\text{E 面角锥}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $H^{(1)}$ 和 $H^{(2)}$ 分别是第 1 和第 2 类汉格尔函数, 分数阶数 $\nu_m = m\pi/2\phi_0$, $2\phi_0$ 是角锥波导张角. 在给定激励条件下, A_m 表示散射波分量, 而 B_m 恒取零值.

数学边界(虚线) γ_1 和 γ_2 分别为平面和柱面, 它们与物理边界(粗实线) Γ 构成闭合

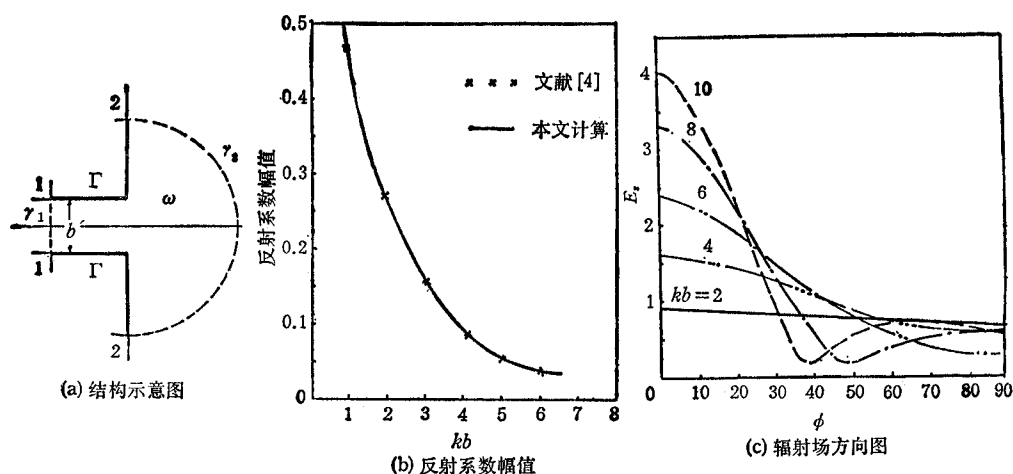


图4 具有无限大接地板的E面平板波导口辐射器

的电磁场 PDE 解域 ω 。

图 4(a) 所示的是具有无限大接地板的二维开口波导,与图 3 相比,它是锥角 $\phi_0 = \pi/2$ 时的特例。这时汉格尔函数阶数为整数,即 $\nu_m = m$ 。

在解域 ω 中求解弱型方程(1)式,便获得波导口辐射器的全部信息。图 4(b) 是 E 面平板波导波导口的反射系数计算结果,与 R. W. Charstein 的分析完全相符^[4]。图 4(c) 为计算的辐射方向图。我们注意到 K. Hongo 曾对相同的结构进行模匹配法分析^[5],虽然他关于反射系数的计算与我们完全一致,但辐射方向图的计算却迥然不同。我们用能量守恒定律进行核对,发现他的方向图数据与能量守恒定律不符。

应当指出:本文的分析方法是普遍适用的。例如,对于 E 面喇叭天线,与图 4(a) 相比,除解域 ω 的形状变化外,求解步骤和计算机程序完全相同。因此具有重要的实用价值。

4. 结论

本文提出并发展了二维导波 GNBC 以及相应的 PDE 解法。这种分析方法为导波散射和辐射分析开辟了新的理论途径。

参 考 文 献

- [1] Desen Fan, Two-Dimensional Scattering Analysis by Global Numerical Boundary Condition Based PDE Techniques, 3rd International Symposium on Recent Advances in Microwave Technology, Nevada, USA, Aug. 1991.
- [2] 樊德森,二维多体散射系统分析,电子科学学刊,14(1992)3,252—258.
- [3] 樊德森,多端口矩形波导 E 面波导结数值分析,电子学报,19(1991)4,71—78.
- [4] R. W. Charstein, IEEE Trans. on AP, AP-37(1989)11, 1415—1426.
- [5] K. Hongo, Radio, Science, 7(1972)10, 955—963.

WAVEGUIDE JUNCTION AND GUIDE-HORN RADIATOR ANALYSIS—GUIDED-WAVE NUMERICAL BOUNDARY CONDITIONS AND THEIR APPLICATIONS

Fan Desun Wang Yuanxun

(University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

Abstract As an important aspect of partial differential equation solutions of open-region electromagnetic field problems, the concept and algorithm of guided-wave global numerical boundary conditions are presented. Emphasis is placed on the two-dimensional guided-wave scattering and radiation analysis in the waveguides with plate-conducting boundaries. This analysis method can be readily expanded to cover many other guided-wave systems, leading to a new theoretical approach to the guide-horn like radiator analysis.

Key words Electromagnetic field; Guided-wave system; Guided-wave global numerical boundary condition; Waveguide junction; Guide-horn radiator