

粗糙介质面对高斯波束的散射¹

薛谦忠 吴振森 杨尧

(西安电子科技大学理学院 西安 710071)

摘要 该文研究了当入射场为光波束时粗糙介质面的散射问题。利用波束的平面波谱展开方法及基尔霍夫近似理论导出了散射场和非相干截面计算公式,并对后向非相干截面进行了数值计算,最后对其结果进行了分析讨论。

关键词 波束, 散射截面, 粗糙面散射

中图分类号 TN011

1 引言

在散射测量中,无论是雷达波还是激光,入射场通常是波束。在研究粗糙面的波散射时,为了简化起见,常把入射场假设为平面波^[1-3];但也有学者研究了光滑介质平面对高斯波束的反射场特性^[4,5]。Collin 也提出了一种修正了的全波方法,研究了波束在理想导体粗糙面的散射特性^[6]。但是,在光波段的波束入射有限电介常数的介质粗糙面时, Collin 提出的全波法不能应用。本文研究介质粗糙面对光波束的散射特性。首先将高斯波束进行平面波谱展开,并对场强在垂直入射面与平行入射面的方向进行分解,利用基尔霍夫近似研究介质粗糙面高斯波束散射特性,导出了散射场及非相干散射截面计算公式。最后对本文给出的理论结果与数值计算进行了分析讨论。

2 平面波谱展开

2.1 角谱展开 假设入射波束为水平极化高斯波束(电场方向垂直于传播方向与 \hat{z} 组成的平面),满足 $k_0 w_0 \gg 1$,同时省去了对时间依赖因子 $\exp(i\omega t)$ 。在束腰 $z_i = 0$ 处有

$$E(x_i, y_i, 0) = -\hat{y}_i E_0 \exp\{-(x_i^2 + y_i^2)/w_0^2\}, \quad (1)$$

其中 \hat{y}_i 为相应 y_i 轴的单位矢量,此外对于具有高度起伏 $z = \xi(x, y)$ 的随机粗糙面,选择 (x, y, z) 坐标系,如图 1 所示。入射波束传播方向 z_i 轴与 z 轴之间的夹角为 $\pi - \theta_0$,并使

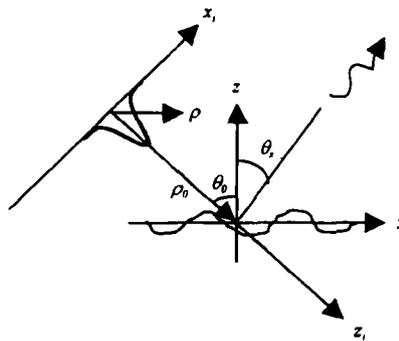


图 1 表面对高斯入射波束散射示意图

¹ 1999-03-29 收到, 1999-12-12 定稿
国家自然科学基金资助课题

$x-z$ 平面与 x_i-z_i 平面重合, 束腰中心与 (x, y, z) 坐标系的原点之间距离为 ρ_0 . 为了利用粗糙表面对平面波散射结果, 需将入射波束在 (x, y, z) 坐标系下按平面波谱进行展开^[7]:

$$E(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(k_x, k_y) \exp\{-i[k_x(x + \rho_0 \sin \theta_0) + k_y y - k_z(z - \rho_0 \cos \theta_0)]\} dk_x dk_y. \quad (2)$$

利用坐标变换及傍轴近似条件, 不难获得波束电场的平面波角谱分量的幅度为

$$f = f(k_x, k_y) \left(\hat{y} + \frac{k_y}{k_z} \hat{z} \right), \quad (3)$$

$$f(k_x, k_y) = \frac{\pi w_0^2 E_0}{\cos \theta_0} \exp\left[-\left(\frac{k_x - k_0 \sin \theta_0}{2 \cos \theta_0} w_0\right)^2 - \left(\frac{k_y w_0}{2}\right)^2\right], \quad (4)$$

式中 k_x, k_y, k_z 分别是 \mathbf{k} 在 (x, y, z) 方向上的波数, 并满足 $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2$.

2.2 平面波谱沿极化方向的分解 为了利用基尔霍夫近似理论, 必须把每一个平面波谱沿垂直于入射面和平行于入射面进行分解. 在 \mathbf{k} 空间中 $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/k$, $\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{z}} / (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$, $\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{z}} / [k(k_x^2 + k_y^2)^{1/2}]$ 组成了三个互相垂直的矢量. 由此, 我们可以构成一个单位张量算符:

$$\bar{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{k}}\hat{\mathbf{k}} + \hat{\mathbf{h}}\hat{\mathbf{h}} + \hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}. \quad (5)$$

将 (3) 式左点积上式分别获得垂直于入射面极化分量和平行于入射面极化分量, 即

$$f_h = f_h \hat{\mathbf{h}}, \quad f_v = f_v \hat{\mathbf{v}}, \quad (6)$$

式中

$$f_h = -\frac{k_x}{(k_x^2 + k_y^2)^{1/2}} \cdot f(k_x, k_y), \quad f_v = -\frac{k k_y}{k_z (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}} \cdot f(k_x, k_y). \quad (7)$$

3 散射场

我们假设粗糙面的统计特性满足基尔霍夫近似条件. 根据基尔霍夫散射理论, 对每一个平面波谱, 在垂直于散射面的场的幅值为^[2]

$$e_{hh}^s = -\frac{ik^s e^{-ik^s R}}{4\pi R} \cdot f_h \int \bar{U}_{hh} e^{-ik_x \rho_0 \sin \theta_0 - ik_z \rho_0 \cos \theta_0} e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}'} dS', \quad (8)$$

$$e_{hv}^s = -\frac{ik^s e^{-ik^s R}}{4\pi R} \cdot f_v \int \bar{U}_{hv} e^{-ik_x \rho_0 \sin \theta_0 - ik_z \rho_0 \cos \theta_0} e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}'} dS', \quad (9)$$

其中 $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; $\mathbf{v} = \mathbf{k}^s - \mathbf{k}$; $\bar{U}_{hh} = a_{h0} + a_{h1} Z_x + a_{h2} Z_y$; $\bar{U}_{hv} = a_{v0} + a_{v1} Z_x + a_{v2} Z_y$, 式中系数 a_{h0} 、 a_{h1} 、 a_{v0} 、 a_{v1} 、 a_{v2} 与入射角 θ_i 、散射角 θ_s 、方位角 ϕ_i 、 ϕ_s 及菲涅尔反射系数相关的量的具体形式参见文献^[2], \mathbf{k} , \mathbf{k}^s 分别为入射和散射波矢, Z 为平均值为零的随机起伏高度, $Z_x = \partial Z / \partial x$, $Z_y = \partial Z / \partial y$ 分别表示 x 与 y 方向的表面斜度. 因此, 对于任一个平面波谱在垂直于散射面的总的散射场为

$$e_h^s = e_{hv}^s + e_{hh}^s. \quad (10)$$

将 (8)、(9) 式代入 (10) 式中, 并对所有平面波谱的散射场进行叠加, 可以得到垂直于散射面方向上的粗糙面对线性极化高斯波束的散射场:

$$E_{hh}^s = \frac{-ik^s \exp(-ik^s R)}{16\pi^3 R} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \int_S [(f_h a_{h0} + f_v a_{v0}) - \frac{v_x}{v_z}(f_h a_{h1} + f_v a_{v1}) - \frac{v_y}{v_z}(f_h a_{h2} + f_v a_{v2})] \times \exp\{-i[k_x(x' + \rho_0 \sin \theta_0) + k_y y' - k_z(z' - \rho_0 \cos \theta_0)]\} \times \exp(ik^s \cdot \mathbf{r}') dx' dy'. \quad (11)$$

假设波束照射在有限尺寸 $|x| \leq L$, $|y| \leq L$ 的粗糙面上 (L 的大小应能够体现粗糙面统计特性), 并忽略其边缘影响。波源中心至参考系 (x, y, z) 的原点距离 ρ_0 大于粗糙面的线性尺寸 L 。这样, 在 (11) 式中指数因子 $\exp\{-i[k_x(x' + \rho_0 \sin \theta_0) + k_y y' - k_z(z' - \rho_0 \cos \theta_0)]\}$ 随 k_x, k_y 的变化是一个迅速振荡的函数。在 $k_x - k_y$ 平面上, 除在稳相点附近该因子的相位不是很快变化, 对积分的贡献不为零, 而其它各个点对积分贡献相互抵消, 根据瑞利稳相法^[7], 我们可以得到

$$E_{hh}^s = -\frac{h_0^2 w_0^2 E_0}{4\pi R \rho_0} e^{-ik_0(R+\rho_0)} S_{hh} \int_s \exp[-\frac{k_0^2 w_0^2}{4\rho_0^2}(x'^2 \cos^2 \theta_0 + y'^2)] \times \exp(i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}') dx' dy', \quad (12)$$

其中

$$S_{hh} = -\frac{1}{2} [R_{\perp 0} \frac{2 \cos \phi_s (1 + \cos \theta_s \cos \theta_0) - \sin \theta_s \sin \theta_0 (\cos^2 \phi_s + 1)}{\cos \theta_0 + \cos \theta_s} - R_{\perp 1} (\sin \theta_s \cos^2 \phi_s - \sin \theta_0 \cos \phi_s)], \quad (13)$$

$$\mathbf{v} = k_0 [(\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_0) \hat{x} + \sin \theta_s \sin \phi_s \hat{y} + (\cos \theta_s + \cos \theta_0) \hat{z}]. \quad (14)$$

同理可以求出

$$E_{vh}^s = -\frac{h_0^2 w_0^2 E_0}{4\pi R \rho_0} e^{-ik_0(R+\rho_0)} S_{vh} \int_s \exp[-\frac{k_0^2 w_0^2}{4\rho_0^2}(x'^2 \cos^2 \theta_0 + y'^2)] \times e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}'} dx' dy', \quad (15)$$

其中

$$S_{vh} = -\frac{1}{2} \{ R_{\perp 0} (1 + \cos \theta_0 \cos \theta_s) \sin \phi_s - \frac{\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_0}{\cos \theta_s + \cos \theta_0} \cdot [R_{\perp 0} \sin \theta_0 \cos \theta_s + R_{\perp 1} (1 + \cos \theta_0 \cos \theta_s)] \sin \phi_s \}. \quad (16)$$

如果入射波束是垂直极化时, 并设 $\mathbf{H}_i(x_i, y_i, 0) = -\hat{y}_i H_0 \exp\{-(x_i^2 + y_i^2)\}$, 同理可以推出散射场 E_{vv}^s, E_{hv}^s , 其表达式分别与 E_{hh}^s, E_{vh}^s 相同, 只需将 S_{vv}, S_{hv} 分别替换 S_{hh}, S_{vh} , 其中, $E_0 = H_0 / \omega \epsilon_0$, 菲涅尔反射系数相应用 $R_{\parallel 0}, R_{\parallel 1}$ 来替换。

4 非相干散射强度和相干散射截面

有限尺寸 $2L \times 2L$ 的粗糙面散射非相干功率包括两部分: 一部分是除边缘之外 $2L \times 2L$ 面块的散射, 这部分散射功率是与散射面块面积 $4L^2$ 成正比; 另一部分是边缘窄带引起非相干功率, 这部分非相干功率的大小与边缘的长度以及光束在边缘照射度成正比。显然当

有限面块比较大时, 后者的散射功率较前者要小的多, 可以忽略。假设粗糙面高度起伏函数 $\xi(x, y)$ 是均匀各向同性的高斯过程, 并利用坐标变换, 可以得到粗糙面对波束散射的非相干强度为

$$\langle E_{hh}^s E_{hh}^{s*} \rangle - |\langle E_{hh}^s \rangle|^2 = \left[\frac{k_0 w_0 E_0}{4\pi R} \right]^2 \frac{2\pi S_{hh}^2}{\cos \theta_0} \int_{-2L}^{2L} \int_{-2L}^{2L} \exp\left[-\frac{k_0^2 w_0^2}{4\rho_0^2} \left(\frac{x_d^2}{2} \cos^2 \theta_0 + \frac{y_d^2}{2}\right)\right] \cdot \exp(-\sigma^2 v_z^2) \{ \exp[v_z^2 \sigma^2 c(\rho)] - 1 \} \exp(iv_x x_d + iv_y y_d) dx_d dy_d. \quad (17)$$

入射波束照射在粗糙面上的总功率很容易求出

$$P_{in} = \pi w_0^2 e_0^2 / (4\eta_0). \quad (18)$$

由 (17)、(18) 式, 根据 Thoros 对散射截面定义 [8], 可以得到非相干散射截面:

$$\sigma_{hh} = \frac{R^2 P_S}{P_{in}} = \frac{k_0^2}{4\pi^2} S_{hh}^2 \int_{-2L}^{2L} \int_{-2L}^{2L} \exp\left[-\frac{k_0^2 w_0^2}{4\rho_0^2} \left(\frac{x_d^2}{2} \cos^2 \theta_0 + \frac{y_d^2}{2}\right)\right] \cdot \exp(-\sigma^2 v_z^2) \{ \exp[v_z^2 \sigma^2 c(\rho)] - 1 \} \exp(iv_x x_d + iv_y y_d) dx_d dy_d. \quad (19)$$

同理也可以求出其它三个非相干截面, 只需将相应的散射系数来代替 S_{hh} 即可。

5 讨论

在 (19) 式中, 如果使 $k_0^2 w_0^2 l^2 / (8\rho_0^2)$ 足够的小, 以致于照射函数 (积分号内第一个指数函数) 趋近于 1, 即入射波束在远场均匀的照射在粗糙面上, 并令 $\theta_s = \theta_0$, $\phi_s = 0$, 这时波束入射时的后向散射截面就和平面波入射时的后向散射截面完全相同 [3]。图 2 是波束和平面波水平极化入射的后向散射截面数值计算结果, 相对介电常数取 $\epsilon_r = -107.9 + i51.9$; 波长 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$; 粗糙面统计参数为 $l = 2.7\mu\text{m}$, $\sigma = 0.2\mu\text{m}$ 。从图 2 可以看出, 不论是平面波入射, 还是波束入射, 非相干散射截面随入射角的增大而减小, 但波束入射时的散射截

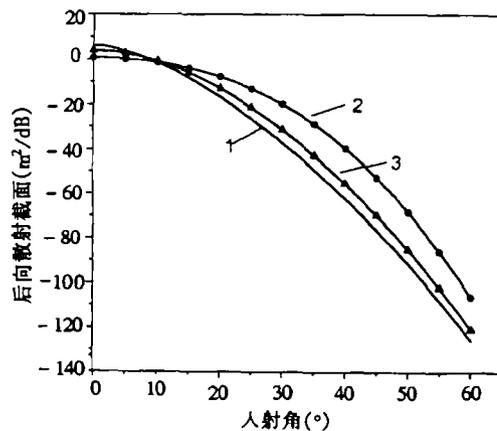


图 2 后向散射截面角分布

1: 平面波入射 2: 波束入射 $\rho_0=4.0\text{mm}$, $w_0=0.22\text{mm}$

3: 波束入射 $\rho_0=8.0\text{mm}$, $w_0=0.22\text{mm}$

面减小的速度比较缓慢, 这是由于束场包含各种角谱分量, 在各种入射角时都有接近垂直入射的一些角谱分量, 这些角谱分量对散射截面有较大贡献的缘故。另外还可以看出, 波束入射时, 随 ρ_0 的增大, 后向散射截面的角分布曲线逐渐接近平面波入射的角分布曲线。对于垂直极化入射时, 波束的后向散射截面也具有类似的特性。所以, 上述的条件可以作为波束照射下的粗糙面散射近似为平面波照射下的粗糙面散射的近似条件。

我们把 (19) 式与 Collin 用全波法导出的在波束照射下理想导体粗糙面的散射截面公式相比较, 差别仅在于积分式外的散射系数 S_{hh} ^[6]。本文所给出的散射系数不仅与入射波束的入射极角及散射角有关, 而且还与介质的介电系数有关。若令介质阻抗 $\eta_2 = 0$, 并用相应的参数代入 (13) 式及 S_{vv} 的表示式, 可以得到

$$S_{hh} = S_{vv} = \frac{(1 + \cos \theta_s \cos \theta_0) \cos \phi_s - \sin \theta_s \sin \theta_0}{\cos \theta_0 + \cos \theta_i} \quad (20)$$

把 (20) 式与全波法得到的散射系数 S_{hh}^f, S_{vv}^f 相比较, 可以发现

$$S_{hh} = (S_{hh}^f + S_{vv}^f)/2. \quad (21)$$

上式说明基尔霍夫近似的同向极化散射系数等于全波法同向极化散射系数的平均值。这与 Collin 研究导体粗糙面的散射时, 得到的结论是一致的^[6]。另外, 由 (16) 式可知, 对后向散射交叉极化散射系数为零。这些结果均说明: 在高斯波束 ($k_0 w_0 \gg 1$) 照射下, 理想导体粗糙面的基尔霍夫后向散射系数和平面波入射时类似, 也与极化无关。

图 3 是两种同向极化的后向散射截面的角分布。从图中可以看出, 对同一介质折射率, 除 $\theta_0 = 0$ 外, σ_{hh} 总是大于 σ_{vv} 。随着折射率模值的增加, 同向极化的后向散射截面也随着增加, 但两者的差别逐渐变小。而平面波入射时, 随入射角的增大, 由于布儒斯特角效应, 水平极化和垂直极化之间才出现分叉现象^[2]。

因此, 在本文提出的近似条件下, 波束被理想导体粗糙面的非相干散射截面, 以及在平面波照射下介质粗糙面的非相干散射截面是本文所得出结果的两个特例。但折射率对波束入射与平面波入射时的同向极化非相干散射截面的影响有所不同。

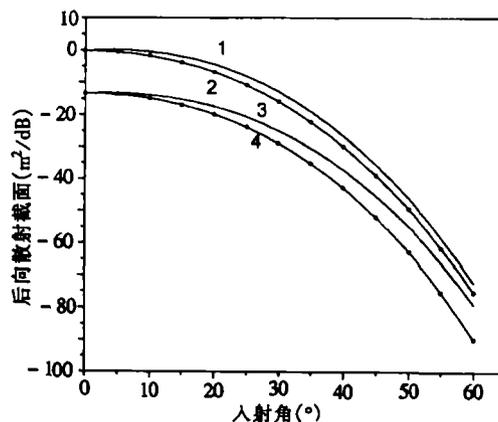


图 3 介质折射率对粗糙表面后向散射截面的影响

1: hh 极化, $n = 2.43 + 10.7i$ 2: vv 极化, $n = 2.43 + 10.7i$

3: hh 极化, $n = 1.533 + 0.017i$ 4: vv 极化, $n = 1.533 + 0.017i$

参 考 文 献

- [1] Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. New York: Academic Press. 1978, Chap. 21.
- [2] Ulaby F T, *et al.* Microwave Remote Sensing, Vol. II. Massachusetts: Addison-Wosley. 1982, Chap. 12.
- [3] 吴振森. 任意形状粗糙物体的激光后向散射. 电子科学学刊, 1993, 15(4): 359-366.
- [4] Luk K M, Cullen A L. Three-dimensional Gaussian beam reflection from short-circuited isotropic ferrite slab. IEEE Trans. on AP, 1993, AP-41(7): 962-966.
- [5] Riez R P, Simon R. Reflection of a Gaussian beam from a dielectric slab. J. Opt. Soc. Amer., 1985, 2 (11): 1809-1817.
- [6] Collin R E. Scattering of an incident Gaussian beam by a perfectly conducting rough surface. IEEE Trans. on AP, 1994, AP-42(1): 70-74.
- [7] Collin R E. Antennas and Radio Wave Propagation New York: McGraw Hill, 1985, Ch. 4.
- [8] Thorsos E L. The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering a Gaussian roughness spectrum. J. Acoust. Soc. Am., 1988, 83(1): 78-92.

RESEARCH ON THE SCATTERING OF
AN INCIDENT GAUSSIAN BEAM

Xue Qianzhong Wu Zhensen Yang Yao

(School of Sciences, Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract The problem of scattering of a Gaussian beam by a rough dielectric surface is studied. By using the plane wave spectrum expansion and Kirchhoff approximation theory, the formulas of scattered field and the incoherent scattering cross-section for Gaussian beam illumination of a rough surface are derived. And the numerical results for incoherent back scattering cross-section are given. Finally, the above results are analyzed and discussed.

Key words Beam, Scattering cross-section, Scattering of rough surface

薛谦忠: 男, 1962年生, 博士生, 目前从事目标电磁特性的理论和应用研究.

吴振森: 男, 1946年生, 教授, 博士生导师, 西安电子科技大学理学院院长. 主要从事随机介质, 非均匀介质中电磁波的传播与散射、目标激光散射特性研究, 曾获国家科技进步三等奖, 在国内外发表论文百余篇.

杨尧: 男, 1973年生, 博士生, 主要研究兴趣为微波、毫米波传播和遥感.