

## 针对循环频率误差的稳健 CAB 算法

张爱民<sup>\*\*\*</sup> 林京<sup>\*</sup> 李秀林<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>(中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室 北京 100080)

<sup>\*\*</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要:** 当循环频率估计存在误差时, 循环自适应波束形成算法的性能会显著下降。针对这一不足, 本文提出了对循环频率误差稳健的循环自适应波束形成算法。仿真实验表明, 当存在循环频率误差时, 本文提出的算法性能接近没有循环频率误差时循环自适应波束形成算法的性能。

**关键词:** 盲波束形成, 循环自适应波束形成, 循环平稳, 循环频率误差

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)09-1393-05

## Robust Cyclic Adaptive Beamforming under Cycle Frequency Error

Zhang Ai-min<sup>\*\*\*</sup> Lin Jing<sup>\*</sup> Li Xiu-lin<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>(National Lab. of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

<sup>\*\*</sup>(Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** The performance of Cyclic Adaptive Beamforming (CAB) algorithm degrades severely when the estimation of the cycle frequency is not accurate. A robust CAB algorithm is proposed in this paper which overcomes the sensitivity to the Cycle Frequency Error (CFE). Simulations show that the performance of the proposed method when applied to CFE cases is almost as good as that of the original CAB method for the case without CFE.

**Key words** Blind beamforming, Robust beamforming, Cyclostationary, Cycle frequency error

### 1 引言

信号的循环平稳特性是一种统计特性, 存在于许多人造信号中<sup>[1,2]</sup>。常规的自适应波束形成算法通常需要预知目标的方位或者波形才能对权矢量进行调整, 而利用信号循环平稳特性, 可以不必预知目标方位就能自适应调整权矢量, 使波束自动对准目标方位。Agee 等人<sup>[3]</sup>首先提出了利用信号循环平稳特性进行波束形成的 SCORE(Spectral self-COherence REstoral)算法, SCORE 算法的权系数趋于使阵列输出信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)最大化。后来, Wu 等人<sup>[4]</sup>提出了循环自适应波束形成(Cyclic Adaptive Beamforming, CAB)算法, CAB 算法比 SCORE 算法收敛速度更快。

SCORE 算法和 CAB 算法均需要知道目标信号的循环频率。然而, 许多场合下, 循环频率并不能准确地知道, 当估计的循环频率与真实循环频率存在差异时, SCORE 算法的性能会随着样本数的增加以类似周期振荡趋势逐渐下降<sup>[3,5,6]</sup>。文献[5, 6]提出了稳健的 SCORE 算法以消除循环频率误差(Cycle Frequency Error, CFE)的影响, 稳健 SCORE 算

法能应用于循环频率存在微小误差的场合。

对于单目标情况, 如果目标循环频率估计准确, 则 CAB 算法的权矢量等于阵列观测矢量的循环(共轭)相关矩阵的最大奇异值对应的左奇异矢量<sup>[4]</sup>, 且收敛到目标方位矢量。我们发现, 在目标信号功率保持不变的情况下, 如果准确知道循环频率, 则循环(共轭)相关矩阵的最大奇异值基本上为常数。而当估计的循环频率比真实值略有偏差时, 随着样本数的增加, 阵列观测矢量的循环(共轭)相关矩阵的最大奇异值会以振荡趋势逐渐下降, 导致最大奇异值对应的左奇异矢量偏离目标方位矢量, 从而使 CAB 算法存在与 SCORE 算法类似的性能下降问题。在循环频率估计不准时, 必须采用迭代的办法来更新它。本文在更新循环频率时, 设法保持循环(共轭)相关矩阵的最大奇异值不随样本数增加而变差, 从而使信号成分得到保持。与文献[5, 6]相比, 本文算法更简单直观; 而且该算法直接从 CAB 算法发展而来, 继承了 CAB 算法的特点。仿真实验表明, 当循环频率的初始估计误差比较小时, 该算法具有很好的收敛性能。

### 2 循环平稳信号及信号模型

循环平稳性又称为周期平稳性,指信号的统计参数随时间周期性变化。如果信号  $s(n)$  经过运算

$$R_{ss}^\alpha(m) = \left\langle s(n)s^*(n-m)e^{-j2\pi\alpha} \right\rangle_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s(n)s^*(n-m)e^{-j2\pi\alpha} \quad (1)$$

或

$$R_{ss}^\alpha(m) = \left\langle s(n)s(n-m)e^{-j2\pi\alpha} \right\rangle_\infty \quad (2)$$

之后,  $R_{ss}^\alpha(m)$  或  $R_{ss}^{\alpha*}(m)$  不为零,则称信号具有循环平稳性。其中  $\alpha$  称为循环频率,  $*$  表示取共轭,  $\langle \bullet \rangle$  表示时间平均。式(1)和式(2)分别表示信号  $s(n)$  的循环相关(Cyclic Correlation, CC)函数和循环共轭相关(Cyclic Conjugate Correlation, CCC)函数。信号的循环平稳性由 CC 函数还是 CCC 函数表征取决于信号的性质,文献[1, 2]给出了常见信号的循环(共轭)相关函数的计算方法。

类似地, 矢量  $x(n)$  的循环(共轭)相关矩阵定义为

$$R_{xx}^\alpha(m) = R_{xx^{(*)}}^\alpha(m) = \left\langle x(n)u^H(n-m) \right\rangle_\infty \quad (3)$$

其中  $u(n) = x^{(*)}(n)e^{j2\pi\alpha n}$ ,  $(*)$  表示根据实际情况决定是否取共轭。当样本数为  $N$  时, 可以用下式估计循环(共轭)相关矩阵:

$$\hat{R}_{xx}^\alpha(m) = \left\langle x(n)u^H(n-m) \right\rangle_N \quad (4)$$

为方便起见, 下文将不区分循环相关矩阵和循环共轭相关矩阵, 统一用  $R_{xx}(m)$  表示它们。在不引起混淆的情况下, 为表达方便, 下文中我们有时将  $R_{xx}(m)$  简单表示为  $R_{xx}$ 。

不失一般性, 本文只考虑阵元数为  $M$  的窄带均匀直线阵, 阵列的观测矢量可以表示为

$$x(n) = s(n)d + \sum_{j=1}^J s_j(n)d_j + v(n) \quad (5)$$

其中  $s(n)$  为目标信号, 具有循环平稳性, 其循环频率为  $\alpha$ ,  $d = [1, e^{-j2\pi l \sin \theta / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi M \sin \theta / \lambda}]^T$  为其方位矢量,  $\theta$  为目标方位角,  $l$  为阵元间距,  $\lambda$  为信号波长;  $s_j(n)$ ,  $(j=1, \dots, J)$  为干扰信号, 相应的方位矢量为  $d_j$ ;  $v(n)$  为加性白噪声矢量。假定干扰的入射方位与目标方位不相同, 且假定干扰和噪声不具有循环平稳特性, 或者干扰虽然具有循环平稳特性, 但在循环频率  $\alpha$  的强度很弱, 即

$$R_{ss^{(*)}}^\alpha \gg R_{s_j s_j^{(*)}}^\alpha, \quad j=1, 2, \dots, J \quad (6)$$

这一假定是合理的, 因为通常情况下, 目标信号具有与干扰不同的循环频率。

### 3 CAB, C-CAB 和 R-CAB 算法

根据定义, 信号  $s(n)$  具有周期平稳性, 相当于它与其(共轭)频移后的信号  $s^{(*)}(n-m)e^{j2\pi\alpha n}$  有较强的相关性<sup>[3]</sup>。而对于

干扰或噪声信号, 它们与其(共轭)频移  $\alpha$  之后的信号不相关。观测矢量  $x(n)$  包含了目标信号  $s(n)$ , 其(共轭)频移矢量  $u(n)$  包含了  $s^{(*)}(n-m)e^{j2\pi\alpha n}$ 。SCORE 算法和 CAB 算法都利用了目标信号的频移相关性来构造代价函数, 自适应调整波束形成器权矢量, 从而达到盲波束形成的目的。

CAB 算法可以用下面的约束最优化问题来描述<sup>[4]</sup>:

$$\max_{w,c} \left| \left\langle w^H x(n) u^H(n) c \right\rangle \right|^2 = \max_{w,c} \left| w^H \hat{R}_{xx} c \right|^2 \quad (7)$$

s.t.  $w^H w = c^H c = 1$

其中  $w$  为权矢量,  $c$  为辅助矢量。式(7)的解  $w_{opt}$  和  $c_{opt}$  分别为  $\hat{R}_{xx}$  的左奇异矢量和右奇异矢量, 即

$$w_{opt}^H \hat{R}_{xx} c_{opt} = \xi_{max} \quad (8)$$

其中  $\xi_{max}$  为  $\hat{R}_{xx}$  的最大奇异值。因此, CAB 算法的最优权矢量为  $w_{CAB} = w_{opt}$ 。当目标信号与干扰信号具有不同的循环频率时,  $w_{CAB}$  为目标信号方位矢量  $d$  的一致估计, 即当  $N \rightarrow \infty$  时<sup>[4]</sup>,

$$w_{CAB} \propto d \quad (9)$$

约束 CAB(Constrained-CAB, C-CAB)算法用 CAB 算法的最优权矢量代替 MVDR 算法<sup>[7]</sup>中的约束矢量, 从而达到抑制干扰的目的。稳健 CAB(Robust-CAB, R-CAB)算法由一种稳健自适应算法<sup>[8]</sup>推广而来。C-CAB 算法的最优权矢量为<sup>[4]</sup>

$$w_{C-CAB} = R_{xx}^{-1} w_{CAB} \quad (10)$$

其中  $R_{xx}$  为阵列观测矢量的自相关矩阵。R-CAB 算法的最优权矢量为<sup>[4]</sup>

$$w_{R-CAB} = (R_I + \gamma I)^{-1} w_{CAB} \quad (11)$$

其中  $R_I$  为干扰与噪声的自相关矩阵。  $\gamma$  为一参数, 文献[4]给出了选取该参数的方法。从式(10)和式(11)可以看出, C-CAB 算法和 R-CAB 算法的权矢量都依赖于 CAB 算法的权矢量。

### 4 针对 CFE 的 R-CAB 算法

#### 4.1 循环频率存在估计误差时 CAB 算法的性能

设循环频率估计值为  $\hat{\alpha} = \alpha + \Delta\alpha$ , 其中  $\Delta\alpha$  为 CFE, 则采用数据样本估计的循环(共轭)相关矩阵可以表示为<sup>[5, 6, 9]</sup>

$$\hat{R}_{xx}^\alpha(m) = \beta d d^T + \sum_{j=1}^J \beta_j d_j d_j^T + N R_{vv^{(*)}}^{\hat{\alpha}}(m) \otimes \text{sinc}(N\hat{\alpha}) \quad (12)$$

这里,  $\otimes$  表示关于变量  $\hat{\alpha}$  的卷积,  $\text{sinc}(x) = \sin x / x$ ,  $N$  为样本数, 以及

$$\beta = R_{ss^{(*)}}^\alpha(m) \text{sinc}(N\Delta\alpha) + \sum_k R_{ss^{(*)}}^{\alpha_k}(m) \text{sinc}(N\tilde{\alpha}_k) \quad (13)$$

$$\beta_j = \sum_k R_{s_j s_j^{(*)}}^{\alpha_k}(m) \text{sinc}(N\tilde{\alpha}_{j,k}) \quad (14)$$

其中  $\tilde{\alpha}_k = \alpha - \alpha_k + \Delta\alpha$ ,  $\tilde{\alpha}_{j,k} = \alpha - \alpha_{j,k} + \Delta\alpha$ ,  $\alpha_k$  为  $s(n)$  的除  $\alpha$  之外的其它循环频率;  $\alpha_{j,k}$  为干扰信号  $s_j(n)$  的第  $k$  个循环频率。注意到, 当  $x=0$  时,  $\text{sinc}(x)=1$ ; 而当  $x$  很大时,  $|\text{sinc}(x)|$  非常小。因此, 当  $N$  足够大时,  $|\text{sinc}(N\tilde{\alpha}_k)| \ll 1$ ,  $|\text{sinc}(N\tilde{\alpha}_{j,k})| \ll 1$ 。由于噪声不具有循环平稳性, 因此  $N\mathbf{R}_{ss^{(*)}}^{\alpha}(m) \otimes \text{sinc}(N\tilde{\alpha}) \approx \mathbf{0}$ 。这时, 如果  $\Delta\alpha=0$ , 则  $\beta \approx R_{ss^{(*)}}^{\alpha}(m)$ , 并且有

$$\beta_j \ll \beta, \quad j=1,2,\dots,J \quad (15)$$

因此, 可以忽略式(12)中的噪声和干扰项, 这时

$$\hat{\mathbf{R}}_{xu}(m) \approx \mathbf{R}_{ss^{(*)}}^{\alpha}(m) \mathbf{d} \mathbf{d}^T \quad (16)$$

从式(16)知,  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}(m)$  约等于秩为 1 的矩阵, 其最大奇异值对应的左奇异矢量正比于目标方位矢量  $\mathbf{d}$ , 而  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}(m)$  的最大奇异值对应的左奇异矢量正是 CAB 算法的最优权矢量。换句话说, 当不存在循环频率误差时, CAB 算法的最优权矢量收敛到目标方位矢量。

但如果  $\Delta\alpha \neq 0$ , 则当  $N = \pm n / \Delta\alpha$ , ( $n=1,2,\dots$ ) 时,  $\text{sinc}(N\Delta\alpha) = 0$ ,  $\beta = \sum_k R_{ss^{(*)}}^{\alpha_k}(m) \text{sinc}(N\tilde{\alpha}_k)$ , 这时式(15)将不再满足。从而  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}(m)$  的最大奇异值对应的左奇异矢量将不再与  $\mathbf{d}$  成正比, 而可能严重偏离该值。换句话说, 这时 CAB 算法的性能将变得很差。由于 C-CAB 和 R-CAB 算法均以 CAB 算法作为基础, 因此 C-CAB 和 R-CAB 算法的性能也将变差。

### 4.2 针对 CFE 的 R-CAB 算法

需要指出, 这里的“稳健”和文献[4]中 R-CAB 算法的“稳健(Robust)”含义是不同的, 前者指的是对 CFE 稳健, 而后者指的是对干扰、噪声以及方位矢量稳健。为了区别, 用  $\mathbf{w}_R$  表示本文提出的针对 CFE 稳健的 CAB 算法权矢量, 用  $\mathbf{w}_{CR}$  表示由 C-CAB 算法引申而来针对 CFE 稳健的 C-CAB 算法权矢量, 用  $\mathbf{w}_{RR}$  表示由 R-CAB 算法引申而来针对 CFE 稳健的 R-CAB 算法权矢量。

根据式(16)可得, 当不存在 CFE 时, CAB 算法中  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  的最大奇异值为

$$\xi_{\max} \approx M|\beta| \quad (17)$$

其中  $M$  为阵元数,  $\beta$  由式(13)定义。根据 4.1 节的分析知, 如果目标信号的功率保持恒定, 当 CAB 算法收敛后,  $\xi_{\max}$  基本保持不变。然而, 当存在循环频率估计误差时, 随着样本数增加,  $|\beta|$  会逐渐下降, 这是由于关于样本数  $N$  的函数  $\text{sinc}(N\Delta\alpha)$  的衰减性质决定的。在递推地估计  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  时, 如果在目标信号的循环频率邻域选取使  $\xi_{\max}$  取得最大值的循环频率为新的循环频率, 最大限度地保持  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  的秩为 1 的特性,

则可以使  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  的左奇异矢量不偏离目标信号方位矢量, 从而避免算法性能随数据长度增加而下降的情形。本文提出的稳健 CAB 算法就是以此为基础的。具体步骤如下:

步骤 1 初始化 初始化循环频率为  $\hat{\alpha}(0) = \alpha_0$ , 初始化  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}(0) = \mathbf{0}$ , 选取循环频率增量系数  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$  为一个小正实数。选取正整数  $K$ , 对  $n=1,2,\dots,K$ ,

$$\hat{\alpha}(n) = \hat{\alpha}(0) \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{xu} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \hat{\mathbf{R}}_{xu}(n-1) + \frac{1}{n} \mathbf{x}(n) \mathbf{u}^H(n) \quad (19)$$

其中  $\mathbf{x}(n)$  表示第  $n$  时刻样本,  $\mathbf{u}(n)$  由式(3)定义。权矢量  $\hat{\mathbf{w}}_R(n) = \hat{\mathbf{R}}_{xu}(n)$  的最大奇异值对应的左奇异矢量。

步骤 2 递推 对  $n=K+1, K+2, \dots$ ,

(1) 选取步长  $\Delta\alpha(n) = \varepsilon / n$ 。

(2) 分别对  $p=-1, 0, 1$ , 计算循环(共轭)相关矩阵:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xu}^{(p)} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \hat{\mathbf{R}}_{xu}(n-1) + \frac{1}{n} \mathbf{x}(n) \mathbf{u}^H(n) \quad (20)$$

其中  $\mathbf{u}(n) = \mathbf{x}^{(*)}(n-m) e^{j2\pi[\hat{\alpha}(n-1)+p\Delta\alpha(n)]n}$ 。计算  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}^{(p)}$  的最大奇异值  $\xi_{\max}^p$  及相应的左奇异矢量  $\mathbf{w}_p$ 。

(3) 设  $q = \arg \max_{p \in \{-1, 0, 1\}} (\xi_{\max}^p)$ , 参数更新如下:  $\hat{\alpha}(n) \leftarrow \hat{\alpha}(n-1) + q\Delta\alpha(n)$ ,  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}(n) \leftarrow \hat{\mathbf{R}}_{xu}^q$ ,  $\hat{\mathbf{w}}_R(n) \leftarrow \mathbf{w}_q$ 。

本算法的核心在于步骤 2 的(3), 即选择循环频率更新的方向为使循环(共轭)相关矩阵最大奇异值取最大值的方向。

在每一步迭代过程中, 计算出  $\hat{\mathbf{w}}_R(n)$  之后, 可以得到针对 CFE 稳健的 C-CAB 算法权矢量

$$\hat{\mathbf{w}}_{CR}(n) = \mathbf{R}_{xx}^{-1}(n) \hat{\mathbf{w}}_R(n) \quad (21)$$

其中  $\mathbf{R}_{xx}^{-1}(n)$  可以采用类似式(20)的方法递推地估计。相应地, 针对 CFE 稳健的 R-CAB 权矢量为

$$\hat{\mathbf{w}}_{RR}(n) = (\mathbf{R}_I + \gamma \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{w}}_R(n) \quad (22)$$

### 4.3 算法的快速实现

从上面的分析知, 我们提出的对 CFE 稳健的 CAB 算法需要进行 3 次奇异值分解(SVD), SVD 计算复杂度为  $O(M^3)$ 。为了减小运算量, 可以利用循环(共轭)相关矩阵秩近似为 1 的特性, 采用下式计算 CAB 权矢量<sup>[4]</sup>:

$$\hat{\mathbf{w}}_R \propto \left[ \sum_{i=1}^M \hat{\sigma}_{1i}, \dots, \sum_{i=1}^M \hat{\sigma}_{Mi} \right]^T \quad (23)$$

其中  $\hat{\sigma}_{ij} = (\hat{\mathbf{R}}_{xu})_{ij}$ 。

本文算法还需要计算  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  的最大奇异值  $\xi_{\max}$ 。根据线性代数知识可知, 以下关系成立。

$$\xi_{\max} = \sqrt{\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{R}}_{xu} \hat{\mathbf{R}}_{xu}^H)} \quad (24)$$

其中  $\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{R}}_{xu} \hat{\mathbf{R}}_{xu}^H)$  表示  $\hat{\mathbf{R}}_{xu} \hat{\mathbf{R}}_{xu}^H$  的最大特征值。另外,  $\hat{\mathbf{R}}_{xu} \hat{\mathbf{R}}_{xu}^H$

的最大特征值对应的特征向量即为  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  的最大奇异值对应的左奇异矢量。因此，可以采用下式估计  $\hat{\mathbf{R}}_{xu}$  的最大奇异值：

$$\hat{\xi}_{\max} = \sqrt{\frac{\hat{\mathbf{w}}_R^H \hat{\mathbf{R}}_{xu} \hat{\mathbf{R}}_{xu}^H \hat{\mathbf{w}}_R}{\hat{\mathbf{w}}_R^H \hat{\mathbf{w}}_R}} = \frac{\|\hat{\mathbf{R}}_{xu} \hat{\mathbf{w}}_R\|_2}{\|\hat{\mathbf{w}}_R\|_2} \quad (25)$$

其中， $\|\cdot\|_2$  表示矢量的 2 范数， $\hat{\mathbf{w}}_R$  采用式(23)进行计算。不难看出，采用快速算法之后，运算复杂度变为  $O(M^2)$ 。为下文论述方便，将快速算法称为针对 CFE 稳健的 CAB 算法 2。

4.4 参数选取讨论

上述算法中，涉及到循环频率初值  $\hat{\alpha}(0)$ 、循环频率增量系数  $\epsilon$  和初始化常数  $K$  的选取问题。

对于合作目标，对目标信号总是具有一些先验知识，其循环频率可以根据系统设计值计算，只是由于系统误差导致实际系统的循环频率偏离设计值，系统误差范围一般情况可以预知。这时，可以选取根据系统设计值计算出来的循环频率作为初值，循环频率增量  $\epsilon$  可以选取为系统的误差范围上限。对于非合作目标，需要对其循环频率进行预估计。首先可以采用常规波束形成获得目标信号，然后可以采用文献[10]给出的方法估计循环频率，同时可以算出估计误差。这时，循环频率初值可取为估计的循环频率，循环频率增量  $\epsilon$  可以选取为估计误差。很显然，算法不是对于任意初值都能收敛的。一般而言，信噪比越高，估计误差  $|\Delta\alpha|$  的容许范围越大。干扰信号的循环频率越接近目标信号的循环频率，估计误差的容许范围就越小。严格推导迭代的收敛条件值得进一步研究。

初始化过程保持循环频率初值不变，用  $K$  个样本估计循环(共轭)相关矩阵。很显然，如果  $K$  选取太大，当初始估计存在误差时，会导致和原始 CAB 算法一样的性能下降问题。如果  $K$  选取太小，可能起不到平滑噪声和干扰、突出目标的效果。仿真实验表明， $K$  的取值范围容限较大，只要使式(13)定义的目标强度  $\beta$  不至于衰减太大即可。通常，可以取使  $\beta$  衰减到  $0.9\beta$  时对应的样本长度为初始化长度的上限，即  $|\text{sinc}(K\Delta\alpha)| = 0.9$ ，这时  $K = \text{sinc}^{-1}(0.9)/|\Delta\alpha| \approx 0.25/|\Delta\alpha|$ 。而  $K$  的下限可以取为阵元数的 2 倍，这时循环(共轭)相关矩阵得到了较好的估计。因此，一个合适的选取范围是  $2M \leq K \leq \max\{0.25/|\Delta\alpha|, 2M\}$ 。

5 仿真实验

本节将用若干仿真实验验证算法的性能。仿真实验使用 8 阵元均匀直线阵，阵间距等于目标信号的半波长。目标信号为载波频率  $f_c=2/11$ ，波特率  $f_b=1/11$  的升余弦滚降 BPSK 信号，滚降系数 100%，从  $45^\circ$  入射；干扰信号为载波频率  $f_{c1}=2/15$ ，波特率  $f_{b1}=1/7$  的升余弦滚降 BPSK 信号，滚降系数 100%，从  $70^\circ$  入射；阵列噪声为复高斯白噪声。输入 SNR =

5dB，输入 INR = 10dB，采用循环共轭相关矩阵进行计算。计算输出 SINR 时使用针对 CFE 的稳健 C-CAB 算法权矢量(式(21))。波束形成器的性能用输出 SINR 衡量

$$\text{SINR} = \sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{d}|^2 / (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}) \quad (26)$$

其中  $\sigma_s^2$  表示信号的平均功率， $\mathbf{d}$  为信号方位矢量， $\mathbf{R}_i$  为干扰与噪声之和的自相关矩阵， $\mathbf{w}$  为权矢量。初始化参数取为  $\epsilon = 0.005$ ， $K = 50$ 。

**仿真实验 1** 本实验的目的是验证本文提出的算法性能。对于 BPSK 信号，2 倍载波频率为其循环频率之一，我们选择该循环频率作为目标信号的循环频率。图 1 给出了  $\Delta\alpha = 0.002$  时本文算法的仿真结果，同时给出了  $\Delta\alpha = 0.002$  和  $\Delta\alpha = 0$  时原始 CAB 算法的仿真结果。从图 1(a)可以看出，当存在 CFE 时，C-CAB 算法输出 SINR 非常低。而本文提出的针对 CFE 稳健的 C-CAB 算法 1 的性能和不存在 CFE 时 C-CAB 算法的性能相当；算法 2 的收敛速度较慢，主要原因是采用式(23)估计的奇异矢量不如用 SVD 计算的精确。从图 1(b)可以看出，当 CFE 为 0 时，收敛后，原 CAB 算法的循环相关矩阵最大奇异值  $\xi_{\max}$  基本为常数；而 CFE 不为 0 时， $\xi_{\max}$  逐渐下降。而本文算法中， $\xi_{\max}$  不随样本增加而减小。

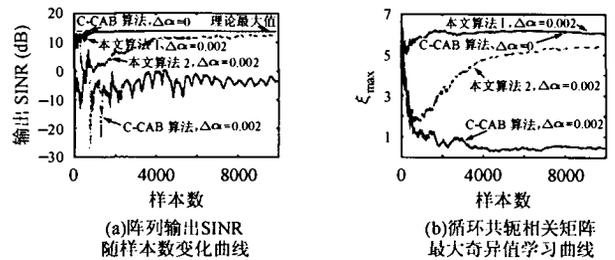


图 1 本文算法与原始算法仿真结果对比

**仿真实验 2** 本实验的目的是比较 CFE 不同时本文算法的收敛性能。图 2 给出了不同循环频率估计误差时，采用算法 1 所得到的结果。从图 2(a)可以看出，输出 SINR 收敛速度与循环频率初值关系不大。这是因为 CAB 算法的性能取决于信号子空间的估计的准确程度，在输入信噪比足够高时，不同的初始误差不会对信号子空间的估计产生很大的影响。从图 1(b)可以看出，循环频率逐渐收敛。

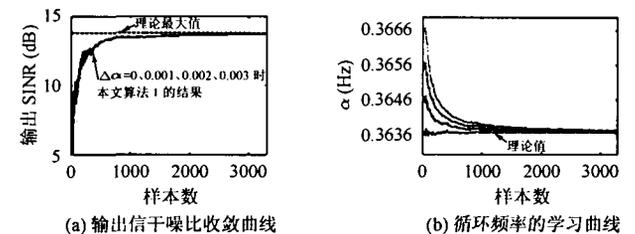


图 2 不同 CFE 情况下，本文算法 1 得到的结果

## 6 结束语

针对 CAB 算法对循环频率估计误差的敏感性, 本文提出了稳健 CAB 算法。仿真实验表明, 即使存在循环频率估计误差, 本文提出的算法性能也不会随样本长度的增加而降低, 而与不存在循环频率误差时 CAB 算法的收敛性能相当。该算法的运算量约为 CAB 算法的 3 倍, 但与其稳健的性能相比, 这一点通常是可以忽略的。如果采用快速算法, 则本文算法的运算复杂度从  $O(M^3)$  变为  $O(M^2)$ 。

## 参考文献

- [1] Gardner W A. Spectral correlation of modulated signals: Part I – Analog modulation. *IEEE Trans. on Communications*, 1987, COM-35(6): 584 – 594.
- [2] Gardner W A, Brown W A, Chen C K. Spectral correlation of modulated signals: Part II– Digital modulation. *IEEE Trans. on Communications*, 1987, COM-35(6): 595 – 601.
- [3] Agee B G, Schell S V, Gardner W A. Spectral self-coherence restoral: A new approach to blind adaptive signal extraction using antenna arrays. *Proc. IEEE*, 1990, 78(4): 753 – 767.
- [4] Wu Q, Wong K M. Blind adaptive beamforming for cyclostationary signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(11): 2757 – 2767.
- [5] Lee J H, Lee Y T. Robust adaptive array beamforming for cyclostationary signals under cycle frequency error. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1999, 47(2): 233 – 241.
- [6] Lee J H, Lee Y T, Shih W H. Efficient robust beamforming for cyclostationary signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(7): 1893 – 1901.
- [7] Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*, 1969, 57(8): 1408 – 1418.
- [8] Cox H, Zeskind R M, Owen M M. Robust adaptive beamforming. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing*, 1987, ASSP-35(10): 1365 – 1376.
- [9] Lee J H, Lee Y T. Robust technique for estimating the bearing of cyclostationary signals. *Signal Processing*, 2003, 83: 1035 – 1046.
- [10] Gardner W A. Measurement of spectral correlation. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1986, ASSP-34(5): 1111 – 1123.

张爱民: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为高分辨率谱估计、阵列信号处理。

林京: 男, 1971 年生, 博士, 研究员, 主要研究方向为水声信号处理、小波分析等。

李秀林: 男, 1978 年生, 博士, 研究方向为海洋声场相干特性、盲信号处理。