

## 模拟电路故障诊断 $L_1$ 估计及其神经网络解法<sup>1</sup>

何怡刚 罗先觉 邱关源

(西安交通大学电气工程学院 西安 710049)

**摘 要** 基于精确罚函数法, 提出了新的求解  $L_1$  范数问题最优解的神经网络方法, 它避免了 Kennedy 和 Chua(1988) 网络罚因子较大时性态变坏问题。对 Bandler(1982) 提出的模拟电路故障诊断  $L_1$  范数法进行了改进, 将线性约束  $L_1$  问题转化为非线性约束  $L_1$  问题, 并用新的神经网络方法求解, 计算量小。模拟实验表明, 所提神经网络方法和改进的模拟电路故障诊断  $L_1$  范数方法是可行的。

**关键词** 故障诊断,  $L_1$  范数, 神经优化

**中图分类号** TN062, TN-052

### 1 引 言

非线性  $L_1$  范数最优化问题可描述为

$$\min_X \sum_{j=1}^m |f_j(X)|, \quad \text{s.t. } C_i(X) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, l), \quad (1)$$

式中  $f_j(X) = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $(j = 1, \dots, m)$ ;  $C_i(X) = C_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $(i = 1, \dots, l)$  是非线性连续可微函数,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为优化变量。

$L_1$  范数在电路问题上的应用很多, 在模拟电路故障定位方法中  $L_1$  范数就被成功地用来定位最可能故障元件<sup>[1,2]</sup>。本文在文献 [2] 的基础上提出了一种新的  $L_1$  范数估计方法, 只需一次优化过程即可估计出元件参数增量, 定位最可能的故障元件, 计算量小。

对于 (1) 式, 在特殊情况下如  $C_i(X) = 0$  或  $f_j(X)$ ,  $(j = 1, \dots, m)$ ;  $C_i(X)$ ,  $(i = 1, \dots, l)$  均为线性函数时其神经网络解法有过报道<sup>[3]</sup>。本文基于不可微精确罚函数法<sup>[4]</sup>提出了一种新的求解 (1) 式最优解的神经网络方法, 它避免了一些神经网络方法对绝对值函数的近似处理产生的误差问题<sup>[3]</sup>, 同时在一定程度上摆脱了为提高解的精度无限增大罚因子的困境<sup>[5]</sup>。

### 2 求解 $L_1$ 问题的神经网络方法

根据 Pietrzykowski<sup>[4]</sup> 定义 (1) 式的精确罚函数为

$$F(X, r) = \sum_{j=1}^m |f_j(X)| + \sum_{i=1}^l r_i |C_i(X)|, \quad (2)$$

<sup>1</sup> 1995-06-30 收到, 1995-12-11 定稿  
高等学校博士学科点专项科研项目

式中  $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_l)^T$ ,  $r_i > 0, i = 1, \dots, l$ .

关于 (2) 式, 有下面的重要定理:

**定理 1** [6] 设  $(\mathbf{X}^*, \lambda^*)$  为 (1) 式的 Kuhn-Tucker 对, 且满足一阶充分条件, 则当  $r_i > |\lambda_i^*|$  ( $i = 1, \dots, l$ ), 则  $\mathbf{X}^*$  也是 (2) 式的严格局部最优解。

于是 (1) 式的求解转化为 (2) 式的求解, 对于满足条件的  $r_i$ , (2) 式的最优解就是 (1) 式的最优解。

(2) 式的最小化过程可经一般的梯度法映射为神经网络的动力学行为。

$$\frac{dx_j}{dt} = -\mu_j \left[ \sum_{i=1}^m (\sigma_{f_i} + S_{f_i} V_{f_i}) \frac{\partial f_i(X)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^l (\sigma_{c_i} + S_{c_i} V_{c_i}) r_i \frac{\partial C_i(X)}{\partial x_j} \right],$$

$$(j = 1, 2, \dots, n); \quad (3a)$$

$$\frac{dV_{f_i}}{dt} = -\rho_{f_i} S_{f_i} f_i(X), \quad (i = 1, \dots, m); \quad (3b)$$

$$\frac{dV_{c_i}}{dt} = -\rho_{c_i} S_{c_i} C_i(X), \quad (i = 1, \dots, l); \quad (3c)$$

式中

$$\sigma_{f_i} = \text{sgn} f_i(X) = \begin{cases} 1, & f_i(x) > 0, \\ -1, & f_i(x) < 0, \end{cases} \quad (i = 1, \dots, m);$$

$$\sigma_{c_i} = \text{sgn} C_i(X) = \begin{cases} 1, & C_i(x) > 0, \\ -1, & C_i(x) < 0, \end{cases} \quad (i = 1, \dots, l);$$

$$S_{f_i} = \begin{cases} 0, & f_i(X) \neq 0, \\ 1, & f_i(X) = 0, \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, m);$$

$$S_{c_i} = \begin{cases} 0, & C_i(X) \neq 0, \\ 1, & C_i(X) = 0, \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, l);$$

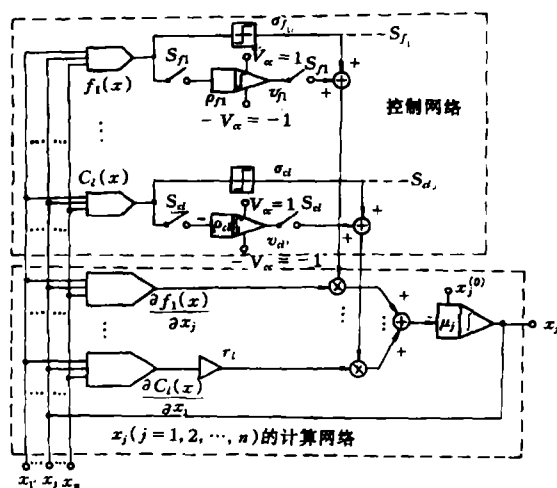
且  $|V_{f_i}| \leq 1, |V_{c_i}| \leq 1, \mu_j, \rho_{f_i}, \rho_{c_i} > 0$ .

根据 (3) 式可得求解 (2) 式的神经网络 (图 1 所示)。该神经网络从局部最优解  $\mathbf{X}^*$  的  $N_\delta(\mathbf{X}^*) = \{\mathbf{X}_0 | \|\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}^*\| < \delta, \delta > 0\}$  领域内任一初始点  $\mathbf{X}(0)$  将根据 (3) 式沿着能量函数减少的方向演化。当能量函数最小时, 神经网络达到稳定。可以证明 [6] 稳定点  $\mathbf{X}^*$  满足 (2) 式最优性的必要条件。根据定理 1,  $\mathbf{X}^*$  亦为 (1) 式的局部最优解。

由图 1 所示神经网络可知,  $V_{f_i}, V_{c_i}$  是由神经网络的内部状态调节的, 对神经网络的动态过程起平滑作用, 加速神经网络的收敛。由于神经网络的计算能量函数即 (2) 式是由精确罚函数法获得的, 对于适当大小的  $r_i$ , 即  $r_i > |\lambda_i^*|$ , 由图 1 所示神经网络或根据 (3) 式就能求得 (1) 式精确的解。

从上述分析可见, 本文所提的求解  $L_1$  问题的神经网络方法有以下特点:

- (1)  $V_{f_i}, V_{c_i}$  在神经优化过程中起自适应控制作用, 使神经网络的收敛速度变快;
- (2)  $r_i$  不需要为无限大就能获得精确的解。

图 1 求解  $L_1$  问题的神经网络

### 3 故障诊断 $L_1$ 范数问题

模拟电路故障诊断中的  $L_1$  范数估计法是一类重要的诊断方法。对于含  $n$  个元件,  $m$  个可及节点的线性故障电路, 有<sup>[1,2]</sup>

$$\Delta V^m = H^m e = H^m (e_1 + j e_2), \quad (4)$$

$$e = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T, \quad (5a)$$

$$e_i = (j\omega)^{\alpha_i} x_i \Delta P_i = e_{1i} + j e_{2i}. \quad (5b)$$

(4)-(5) 式中  $\Delta V^m$  为可及节点电压因故障产生的增量,  $H^m$  为可及节点电压对代换电源  $e$  的混合矩阵,  $e$  为代换故障的电流源或电压源,  $\alpha_i = 0, 1$  或  $-1$ ,  $x_i$  表示元件电压或电流,  $\Delta P_i$  表示元件参数增量。

通常 (4) 式为欠定方程, 为求其解, 利用  $L_1$  范数法构造如下的最优化问题<sup>[1,2]</sup>:

$$\min_{e_1, e_2} \sum_{i=1}^n (|e_{1i}| + |e_{2i}|), \quad (6a)$$

$$\text{s.t. } \Delta V^m = H^m (e_1 + j e_2). \quad (6b)$$

经过优化求解得矢量  $e$ , 由于测试激励、正常电路的结构和参数已知, 因此  $x_i$  可求得, 再经 (5) 式计算元件参数增量。这些元件参数增量中, 相对变化量较大者可认为是故障元件。

(6) 式一般地只适用于单测试激励。实践证明, 多测试激励法比单测试激励法更灵敏和有效。在多测试激励下  $L_1$  范数问题如下:

$$\min_{\Delta P} \sum_{i=1}^n |\Delta P_i / P_i^0|, \quad (7a)$$

$$\text{s.t. } \begin{bmatrix} \Delta V^{m1} \\ \Delta V^{m2} \\ \Delta V^{mK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{m1} & \Omega^{m1} & X^{m1} \\ H^{m2} & \Omega^{m2} & X^{m2} \\ H^{mK} & \Omega^{mK} & X^{mK} \end{bmatrix} \cdot \Delta P, \quad (7b)$$

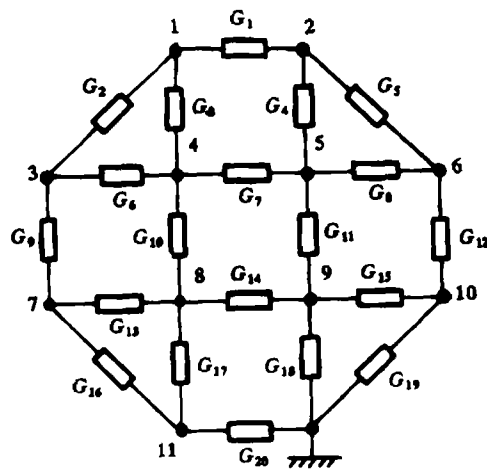


图 2 网孔电阻电路

式中  $\mathbf{X}^m = \text{diag}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\mathbf{\Omega}^m = \text{diag}((j\omega)^{\alpha_1}, \dots, (j\omega)^{\alpha_n})$ ,  $\Delta \mathbf{P} = (\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_n)^T$ ,  $P_i^0 (i = 1, \dots, n)$  为元件标称值, 上标 1 至  $K$  分别表示对应第 1 至  $K$  个测试激励情况下的数值。

传统上是利用线性规划算法求解 (7) 式<sup>[2]</sup>, 为保持  $\Delta \mathbf{V}$  和  $\Delta \mathbf{P}$  的线性关系, 需假定  $x_i$  值, 因此需要多个优化过程, 在每次优化过程中, 是常规的数值迭代。显见计算量大。如果将  $x_i$  也做为优化变量, 则只需一次优化过程就能得到  $\Delta P_i$ 。此时  $L_1$  范数问题描述如下:

$$\min_{\Delta \mathbf{P}, \Delta \mathbf{X}} \sum_{i=1}^n \left( \left| \frac{\Delta P_i}{P_i^0} \right| + \left| \frac{\Delta x_{1i}}{x_{1i}^0} \right| + \left| \frac{\Delta x_{2i}}{x_{2i}^0} \right| \right), \quad (8a)$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}^{m1} \\ \Delta \mathbf{V}^{m2} \\ \Delta \mathbf{V}^{mK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{m1} & \mathbf{\Omega}^{m1} & \mathbf{X}^{m1} \\ \mathbf{H}^{m2} & \mathbf{\Omega}^{m2} & \mathbf{X}^{m2} \\ \mathbf{H}^{mK} & \mathbf{\Omega}^{mK} & \mathbf{X}^{mK} \end{bmatrix} \cdot \Delta \mathbf{P}, \quad (8b)$$

式中  $x_{1i}^0 + jx_{2i}^0 = x_i^0$  表示正常标称电路在测试激励作用下的响应  $x_i$ ,  $\Delta x_{1i} + j\Delta x_{2i} = \Delta x_i$  表示元件容差和故障产生的  $x_i$  增量, 并令  $x_i = \Delta x_i + x_i^0$  表示故障电路在测试激励作用下的响应。

#### 4 分析和求例

由上节分析可知, 故障诊断  $L_1$  范数问题有三种表达形式, 分别对应于 (6) 式、(7) 式和 (8) 式, 不妨称之为  $L_1$  问题 (6)、(7) 和 (8) 式。  $L_1$  问题 (6) 式是欠定线性方程参数估计问题,  $L_1$  问题 (8) 式是欠定 (适定或超定) 非线性方程参数估计问题,  $L_1$  问题 (7) 式按传统的优化求解方法归入问题 (6) 式, 即  $L_1$  问题 (7) 式亦为欠定 (适定或超定) 线性方程参数估计问题。

本文提出了求解问题 (1) 式的神经网络方法, 为了验证其可行性, 下面给出模拟电路故障诊断最小  $L_1$  范数问题的求解实例。

例 1<sup>[2]</sup> 图 2 所示网孔电路, 元件参数标称值均为 1, 考虑 5% 的容差, 外部节点 1, 2, 3, 6, 7, 10, 11, 12 均为可及节点, 其中节点 12 为参考节点。试对其进行诊断。

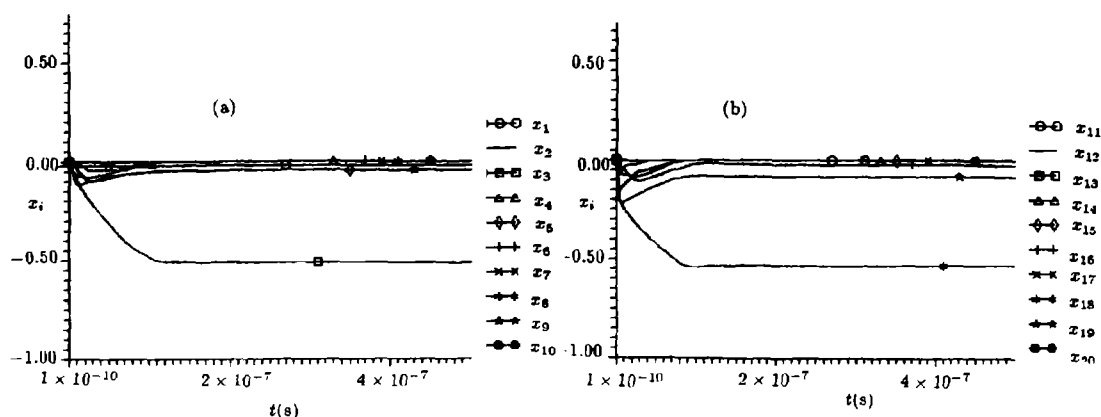


图 3 神经网络的动态演化过程

在节点 1 加激励进行测试, 得可及节点电压因故障产生的增量  $\Delta V^m$  :

$$\Delta V^m = (0.1450, 0.1053, 0.0901, 0.0808, 0.0626, 0.0704, 0.0393)^T.$$

对正常标称电路进行模拟求得  $H^m$ ,  $x_i^0 (i = 1, \dots, 20)$ , 建立故障诊断  $L_1$  范数问题 (8) 式; 利用图 1 所示神经网络求元件参数增量  $\Delta P_i$  和  $\Delta x_i (i = 1, \dots, 20)$ , 用四阶 Runge-Kutta 法模拟神经网络 (3) 式, 取  $r_i = 10$ , 初始状态为 0, 图 3 显示了神经网络的动态演化过程 (图中的  $x_i$  表示  $\Delta P_i, i = 1, 2, \dots, 20$ )。神经网络稳定时给出  $L_1$  范数最优解:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= -0.0221, & \Delta P_3 &= -0.5117, & \Delta P_5 &= -0.0442, \\ \Delta P_{16} &= -0.0217, & \Delta P_{18} &= -0.5304, & \Delta P_{19} &= -0.0823. \end{aligned}$$

其余元件参数增量为 0, 其中  $G_3$ 、 $G_{18}$  元件参数增量  $\Delta P_3, \Delta P_{18}$  均远超过容差, 因此可认为  $G_3, G_{18}$  为故障元件, 而  $G_{19}$  元件参数增量略大于容差, 仍认为是正常元件。实际上  $G_3, G_{18}$  确为故障元件, 且参数变化量均为  $-0.50$ 。

从上述举例可以看出, 故障诊断问题 (8) 式是典型的非线性约束  $L_1$  范数最优化问题 (见 (1) 式), 在利用本文所提的神经网络方法求解时, 罚参数取得较小 ( $r_i = 10$ ), 就得到了具有较高精度的解。

## 5 结 论

本文提出的求解  $L_1$  范数问题最优解的神经网络方法, 只需取适当大小的罚因子即可获得较为精确的解, 避免了罚因子为无限大时产生的网络性态变坏问题。改进的模拟电路故障诊断  $L_1$  范数方法只需一次优化过程即可估计出元件参数增量, 计算量小。故障诊断实例和计算机模拟结果表明, 本文所改进的模拟电路故障诊断  $L_1$  范数估计方法及其神经网络解法是可行的。

## 参 考 文 献

- [1] Bandler J W, et al. A linear programming approach to fault location in analog circuits. Proc. IEEE Int. Symp. CAS Chicago, IL: 1981, 256-261.

- [2] Bandler J W, *et al.* Fault isolation in linear analog circuits using the  $L_1$  norm. Proc. IEEE Int. Symp. CAS, Rome, Italy: 1982, 1140–1143.
- [3] Cichocki A, Unbehauen R. Neural networks for optimization and signal processing. John Wiley, 1993, Chaps. 5, 7.
- [4] Pietrzykowski T. An exact potential method for constrained maxima. SIAM J. Num. Anal. 1969, 6(2): 299–304.
- [5] Kennedy M P, Chua L O. Neural networks for nonlinear programming. IEEE Trans. on CAS, 1988, 35(5): 554–562.
- [6] Charalambous C. On condition for optimality of the nonlinear  $L_1$  problem. SIAM J. Num. Anal. 1979, 17(1): 123–135.

## A NEURAL-BASED NONLINEAR $L_1$ OPTIMIZATION ALGORITHM FOR DIAGNOSIS OF NETWORKS

He Yigang    Luo Xianjue    Qiu Guanyuan

(*School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

**Abstract** Based on exact penalty function, a new neural-networks for solving the  $L_1$ -norm optimization problem is proposed. In comparison with Kennedy and Chua's networks(1988), it has better properties. Based on Bandler's fault location method(1982), a new nonlinearly constrained  $L_1$  norm problem is developed. It can be solved with less computing time through only one optimization processing. The proposed neural networks can be used to solve the analog diagnosis  $L_1$  problem. The validity of the neural networks and the fault location  $L_1$  method are illustrated by extensive computer simulations.

**Key words** Fault diagnosis,  $L_1$  norm, Neural optimization

何怡刚: 男, 1966 年生, 副教授, 博士, 感兴趣的研究方向有: TC 滤波器理论, 神经计算及模拟电路故障诊断.

罗先觉: 男, 1957 年生, 副教授, 博士, 现从事电路、信号与系统教学和科研工作. 主要研究领域: 电路故障诊断理论, 神经网络理论及其应用.

邱关源: 男, 1923 年生, 教授, 博士生导师, 从事电路理论的教学和科研工作.