基于虚拟阵列的波达方向、载频和极化参数联合估计

吴湘霖 俞卞章 李会方 张 辉 (西北工业大学电子信息学院 西安 710072)

摘 要: 针对电子侦测系统中对多个信源方位、载波频率以及极化状态等信息同步提取的要求,该文通过将原始正 交偶极子物理阵列的多个时域输出在空间域上扩展为虚拟传感器阵列,提出了一种基于波达方向矩阵法的二维方位 角、频率和二维极化状态联合估计的新方法。虚拟传感器阵列的理论孔径为物理阵列的数倍,解决了 ESPRIT 类算 法阵列孔径损失的问题,具有了在低信噪比、多辐射源环境下更强的适应能力;该方法无需谱峰搜索,各参数在求 解过程中自然配对,可以以很小的计算量达到与 ESPRIT 方法相似的性能或以一定计算量为代价换取高得多的性 能。算法对于传感器阵列的结构无特殊限制,具有很好的理论价值以及应用前景。理论分析与计算机仿真实验都证 明了算法的有效性。

关键词: 波达方向,频率估计,极化,空时扩展,虚拟阵列 中图分类号: TN911.7,TN97 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2005)12-1887-05

A Novel Method for Joint DOA-Carrier-Polarization Estimation Based on Virtual Array

Wu Xiang-linYu Bian-zhangLi Hui-fangZhang Hui(Department of Electronic Engineering, Northwest Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract The Direction, carrier frequency and polarization information of multi-sources are all required for many systems such as electronic surveillance. Based on one crossed dipole sensor array, a tempo-spatial expanded virtual sensor array is built, so a novel method for 2-Dimentional (2-D) Direction Of Arrive (DOA) angle, carrier frequency and 2-D polarization angle estimation is proposed. The aperture of virtual array is several times to that of real ones, so it is more suitable for multi-sources' parameters estimation in high noisy environments. The estimations of all these parameters can be got simultaneously, and automatically paired in calculating process with no spectrum searching. Similar performance with ESPRIT method can be achieved by least calculating burden, or far higher performance by high calculating burden. This algorithm can be used to any plane sensor array and this character would be very useful for applications. Simulations were presented to show the capabilities of this method.

Key words Direction Of Arrival (DOA), Frequency estimation, Polarization, Tempo-spatial expanded, Virtual array

1 引言

在现代信号处理中,利用传感器组构造智能天线阵列, 以同时获得来波的波达方向等多个参数的联合估计已成为 雷达、移动通信以至于电子对抗等领域进一步发展的热点所 在。雷达侦察是电子对抗的一个重要部分,除了希望获知来 波方向外还需要获得其载波频率、极化方向等信息,以保证 对其有效地压制或欺骗。阵列信号处理领域中,方位-频率联 合估计方法发展得十分迅速,ESPRIT 类方法、DOA 矩阵 法^[1]及其改进^[2]等方法已相当成熟。另一方面,Lijian利用 ESPRIT算法和不同的偶极子阵计算二维到达角和极化 ^[3-5],Hua提出了pencil-MUSIC算法估计二维到达角和极化 ^[6],王建英等人更进一步基于ESPRIT算法同时获得了方位、 频率和极化的联合估计^[7-9]。但此类基于ESPRIT方法的极 化联合估计仍存在一些问题:首先是ESPRIT方法固有的阵列 孔径损失问题,一方面使得算法参数估计性能下降,另一方 面也使得可同时处理的辐射源数目大为受限;其次是参数配 对问题,以上算法对于诸参数的联合估计是通过分维处理实 现的,特征分解的随机性使得在对多辐射源估计时诸 参数排列顺序不定,需额外的配对运算;最后是计算量问题, ESPRIT 算法的计算量较之谱搜索方法虽有很大改善,但用 于多参数估计时仍需多次大矩阵特征值分解。针对这一些问 题,本文通过对传感器阵列的空时域扩展,在波达方向矩阵 法的基础上提出了一种载波频率、二维波达方向和二维极化 方向联合估计新方法,可以小得多的计算量达到与同类算法 相似的性能,或以一定计算量为代价获得较高的估计精度。

2 数据模型

设满足窄带远场条件的独立平稳信号源数目为*r*,则来 波特性可统一由如下参数组决定: { $(\alpha_i, \beta_i, f_i, \gamma_i, \eta_i)$, *i*=1,…,*r*}。其中 (α_i, β_i) 为信号源*i*(*i*=1,…,*r*)的方位和俯仰 角, *f_i*为信号频率,入射信号极化状态由 (γ_i, η_i) 表示^[3,10]。 设系统采样频率 *f_s*=1/*T_s*,始终满足奈奎斯特采样定理要求,则根据窄带远场假设*nT_s*时刻归一化的来波信号*i*(*i*=1,…,*r*) 有*s_i*(*n*+1)=*q*,*s_i*(*n*)成立^[11],其中*q_i*=exp(*j*2 π *f_i*/*f_s*)为信号 的时移因子。

设传感器平面阵阵元数为 *M*, 阵列结构精确已知,且满 足空域采样定理要求,则在不考虑信号极化方向的条件下, 阵列流形矩阵 *A_{Mxr}* 由阵列结构与波达方向唯一决定,即辐 射源的方位信息可由 *A* 的估计值反推得到。考虑极化方向, 设阵列的每一阵元均由一对分别沿 *x* 和 *y* 轴方向放置的空间 正交偶极子传感器构成,则 *x*, *y* 方向的极化状态矩阵可分别 表示为

$$P_{x} = \operatorname{diag}(p_{x,1}, \cdots, p_{x,r})$$

$$P_{y} = \operatorname{diag}(p_{y,1}, \cdots, p_{y,r})$$

$$(1)$$

其中 $p_{x,i} = \sin \gamma_i \cos \beta_i \cos \alpha_i \cdot e^{j\eta_i} - \cos \gamma_i \sin \alpha_i$, $p_{y,i} = \sin \gamma_i$ $\cdot \cos \beta_i \sin \alpha_i \cdot e^{j\eta_i} + \cos \gamma_i \cos \alpha_i$, $(i = 1, \dots, r)$; 则阵列在 nT_s 时 刻 2*M* 个传感器的输出可表示为矩阵形式:

$$\boldsymbol{X}(n) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{x} \\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{y} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{S}(n) + \boldsymbol{N}(n) = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{S}(n) + \boldsymbol{N}(n) \quad (2)$$

上式中 $\boldsymbol{B} = \left[(\boldsymbol{AP}_x)^T, (\boldsymbol{AP}_y)^T \right]^T$ 包含了辐射源的波达方向和极 化状态信息; $\boldsymbol{S}(n) = \left[s_1(n), \cdots, s_r(n) \right]^T$ 为回波时间函数矩阵, 且 满 足 $\boldsymbol{S}(n+1) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{S}(n)$, 其 中 时 移 旋 转 不 变 阵 $\boldsymbol{\sigma} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\phi}_1, \cdots, \boldsymbol{\phi}_r)$ 可用于求取频率信息; N(n) 是均值为零, 方差为 $\boldsymbol{\sigma}^2$ 的高斯分布独立白噪声。

3 联合估计

3.1 算法推导

设系统总的快拍数为 L,分别选取 $n=k,\dots,k+L-K-1$,

其中 $k = 1, 2, \dots, K + 1$, 空时扩展系数K的定义域范围为正整数, 合理值的选取将于下文讨论。根据信号窄带假设 $S(n+1) = \Phi \cdot S(n)$ 可构成 $2M \times (L-K)$ 维过渡数据矩阵组:

$$X_{k} = [X(k), \dots, X(k+L-K-1)]$$

= $B \cdot [S(k), \dots, S(k+L-K-1)]$
+ $[N(k), \dots, N(k+L-K-1)]$
= $B \cdot \Phi^{k-1} \cdot [S(1), \dots, S(L-K)] + N_{k}$
= $B \cdot \Phi^{k-1} \cdot S + N_{k}$ (3)

其中 $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{S}(1), \dots, \boldsymbol{S}(L-K)]$ 为信号时间序列矩阵。

分别取 k = 1,2,…,K,则可以构造空时扩展数据矩阵 X:

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ B \phi \\ \vdots \\ B \phi^{K-1} \end{bmatrix} \cdot S + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_K \end{bmatrix} = \mathbb{U}S + \mathbb{N}_X$$
(4)

显然易于证明,只需保证流形矩阵 B 和时移旋转不变阵 **Φ**中至少有一个满秩,即波达方向、极化状态和信号频率不同时兼并,则由空域输出在时域累积而成的空时扩展流形矩阵

 $\mathcal{U} = \left[\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}, \left(\boldsymbol{B} \boldsymbol{\Phi} \right)^{\mathrm{T}}, \dots, \left(\boldsymbol{B} \boldsymbol{\Phi}^{K-1} \right)^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}}$ 也必满秩。以同样方法,分 别选取取 $k = 2, 3, \dots, K+1$,可以构造空时扩展数据矩阵 \mathcal{V} , 且有

$$\mathbb{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{K+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\boldsymbol{\Phi} \\ \vdots \\ \mathbf{B}\boldsymbol{\Phi}^{K-1} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{S} + \begin{bmatrix} N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_{K+1} \end{bmatrix} = \mathbb{U}\boldsymbol{\Phi}S + N_Y \quad (5)$$

显然当取K = 1时X和Y退化为常规数据阵 X_1 , X_2 。

考虑含噪声的扩展数据矩阵 X 和 V,根据噪声不相关的假设以及前述矩阵扩展的方式可知,对于 k, l = 1, 2, ..., K+1 且 $k \neq l$ 总有 $N_k \cdot N_l^{\text{H}}$ 随快拍数 L 的增加渐进无噪,而 $N_k \cdot N_k^{\text{H}}$ 则趋近于 $\sigma^2 I$,其中 σ^2 为噪声方差。由此可得 $N_X \cdot N_X^{\text{H}} = \sigma^2 I$, $N_Y \cdot N_X^{\text{H}} = \sigma^2 E$ 渐进成立,其中 E 的 $i \uparrow j$ 列元素:

$$e_{i,j} = \begin{cases} 1, & j-i = 2M \\ 0, & j-i \neq 2M \end{cases}$$
(6)

利用相关矩阵 $R_x = XX^H - \sigma^2 I$ 和 $R_y = YX^H - \sigma^2 E$ 求取扩展流形矩阵 U 和时移旋转不变阵 σ 可采用成熟的DOA矩阵法,这里不再敷述。按文献[1,2¹构造空时扩展波达方向矩阵 $R = R_y R_x^{\#}$,根据DOA矩阵法原理则有 $RU = U \sigma$ 成立。此处 # 为矩阵的伪逆。对 R 进行特征值分解,由其 r 个最大特征值及对应特征向量即可获得估计 \hat{U} 和 $\hat{\sigma}$ 。

3.2 参数估计

首先考虑信号频率的估计。由 $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ 的各对角元素可获得估计 $\hat{\boldsymbol{\phi}}_i = \exp\left(j2\pi \hat{f}_i/f_s\right)$,又知采样频率 f_s 满足奈奎斯特定理,所以可得无模糊的频率估计:

$$\hat{f}_i = \arg\left(\hat{\phi}_i\right) \cdot f_s / (2\pi) , \quad i = 1, \cdots, r$$
(7)

方位、俯仰角可由阵列流形矩阵 *A* 的估计获得,信号的 极化则由 *x* 轴, *y* 轴方向极化状态矩阵 P_x , P_y 确定,因此必 须首先获得 *B* 的估计:将空时扩展流形矩阵的估计 \hat{U} 按行 划分为 *K* 个 2*M*×*r* 阶子阵: $\hat{U} = [\hat{U}_1^T, \dots, \hat{U}_K^T]^T$,则 *B* 的估 计为

$$\hat{\boldsymbol{B}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \hat{U}_k \hat{\boldsymbol{\phi}}^{1-k}$$
(8)

根据 X(n) 的定义式(2)可将 B 划分为两个 $M \times r$ 子阵: $B = \begin{bmatrix} B_x^{T}, B_y^{T} \end{bmatrix}^{T}$,其中有 $B_x = AP_x$, $B_y = AP_y$ 成立, $b_{x,mi}$, $b_{y,mi}$ 为其 m 行 i 列元素。考虑到在阵列信号处理中坐标原点 可任意指定,但通常取为传感器阵列首阵元所在位置,于是 总有 A 的首行元素均为 1,即 B_x , B_y 的首行元素 $b_{x,li}$, $b_{y,li}$ 即为对角阵 P_x , P_y 的对角元素 p_{xi} , p_{yi} ,所以可得

$$\hat{\boldsymbol{A}} = \left(\hat{\boldsymbol{B}}_{x} \cdot \operatorname{diag}^{-1}\left(\hat{b}_{x,11}, \cdots, \hat{b}_{x,1r}\right) + \hat{\boldsymbol{B}}_{y} \cdot \operatorname{diag}^{-1}\left(\hat{b}_{y,11}, \cdots, \hat{b}_{y,1r}\right)\right) / 2$$
(9)

由于阵列结构精确已知,所以由 \hat{A} 即可获得 $(\hat{\alpha}_i,\hat{\beta}_i)$,且因 $\hat{\phi}_i$ 与 \hat{v} 的各列——对应, $(\hat{\alpha}_i,\hat{\beta}_i)$ 与 \hat{f}_i 也自动对齐。由常见阵 列如均匀方阵、"L"型阵列等的流形矩阵求取波达方向的方 法在各类论文中多有叙述,这里不再重复。需要说明的是对 于某些阵列如均匀圆阵,其原点位置另有选定,由上式确定 的估计值 \hat{A} 与原始的A不同,但仍包含了所有阵元间相位 关系的信息,可用于求取 (α_i,β_i) 的估计。

信号的极化状态由 $P = P_x P_y^{-1}$ 确定,其对角元素为 $p_i = p_{x,i}/p_{y,i}$,估计值可由 \hat{B}_x , \hat{B}_y 的首行元素获得。但为 充分利用数据信息,也可通过使用总体最小二乘法等适当的 方法求解矩阵方程 $\hat{B}_x = \hat{B}_y \cdot \hat{P}$ 得到。利用 \hat{p}_i 和已求得的波达 方向估计值 $(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i)$ 可以构造

$$\hat{\xi}_{i} = \frac{\hat{p}_{i}\cos\hat{\alpha}_{i} + \sin\hat{\alpha}_{i}}{\cos\hat{\beta}_{i}(-\hat{p}_{i}\sin\hat{\alpha}_{i} + \cos\hat{\alpha}_{i})}, \quad i = 1, \cdots, r$$
(10)

根据 p_i , $p_{x,i}$, $p_{y,i}$ 的定义式易于证明 $\xi_i = \operatorname{tg}_{\gamma_i} \cdot e^{i\eta_i}$ 成立, 即极化状态估计值:

$$\hat{\gamma}_{i} = \operatorname{arctg}\left(\left|\hat{\xi}_{i}\right|\right) \\ \hat{\eta}_{i} = \operatorname{arg}\left(\hat{\xi}_{i}\right)$$
, $i = 1, \cdots, r$ (11)

 $(\hat{\gamma}_i, \hat{\eta}_i)$ 也与 $(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i)$ 和 $\hat{\phi}_i$ (即 \hat{f}_i)自动配对。

3.3 阵列孔径、计算量及 K 值的选取

由式(4),(5)易知,空时扩展数据矩阵 ✗和 № 实际可看 作是由一个阵列流形矩阵为 Ⅳ 的虚拟传感器阵列所输出的 具有时移不变性的虚拟时间采样数据。根据空时扩展流形矩 阵 $\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}, (\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi})^{\mathrm{T}}, \dots, (\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}^{K-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 的定义式可知, 虚拟传 感器阵列为由 M 阵元(即 2M 个正交传感器)原始物理阵列 的 K 个时域输出在空间域扩展而成,在理论上相当于一个 M×K 阵元的物理阵列, 但实际输入信息量不变。在阵列信 号处理中,对于相同的来波信号,更大的传感器阵列可以获 得更高的估计精度,除了输入信息量增加的原因外主要是由 于信号子空间维度确定时噪声子空间可获得较高的维度,因 此噪声能量分离更彻底。较大的空时扩展系数 K 使得虚拟阵 列在原始物理阵列阵元数有限,信息量不变的条件下,整个 回波信号空间具有了更大的维数,在输入信噪比较低的情况 下,使诸参数的估计精度也大为改善,但在高信噪比环境下 对于除载频外的波达方向、极化等参数的估计性能改善不明 显。另一方面,较大的阵列孔径也使得系统的理论可同时处 理辐射源数目显著提高,在保证信噪比的前提下,上限可达 到 MK-1个, 而文献[8]的 ESPRIT 方法则只能同时处理少于 (M-1)/2个目标。

关于计算量的问题, 文献[8]的 ESPRIT 方法需要经过一 个 $4M \times 4M$ 矩阵、两个 $2(M-1) \times 2(M-1)$ 矩阵和一个 $2M \times 2M$ 矩阵的 4 次特征值分解,则其计算量接近 $88 \cdot o(M^3)$ 数量级。而本文方法只须经过一次 $2KM \times 2KM$ 矩 阵特征值分解,计算量为 $8K^3 \cdot o(M^3)$,当K = 1,2 时只有 前者的 9%和 73%。另一方面,ESPRIT 方法为保证参数一一 对应还需要进行相当的配对运算,而本文计算过程中参数已 自动配对,无需此额外的计算。

考虑如前所述对于虚拟阵列孔径和计算量的分析,则空时扩展系数 K 的选取原则为:对于低信噪比、阵元数小于或接近辐射源数目的较恶劣情况下,可根据需要选择较大的扩展系数,以保证以一定的计算量为代价获取对诸参数的稳健估计;而在常规条件下,可取较小的 K 值(如 1, 2 等),以在保证算法性能的前提下获得较高的计算速度。

4 仿真实验

为对比起见,本文的仿真实验均基于与文献[8]相同的均 匀"L"型阵列进行,阵列两臂分别位于坐标轴 x 和 y 上且 等长,交叉点处阵元为原点,相邻阵元间距均取为最高频信 号的半波长。设 f_s = 20GHz 为阵列输出采样频率,且满足奈 奎斯特采样定理:所有仿真实验中快拍数 L=1000;加性噪声 为与信号不相关的高斯白噪声。仿真实验主要可分为两个部 分,即算法的有效性和算法的性能分析。 算法的有效性主要由有限阵元条件下本文算法对多源 五维参数联合估计的收敛性来判别。设传感器阵列阵元数 *M*=3,空时扩展系数*K*=12,此时本文方法可同时处理辐射源 数的理论上限为 35 个。假设辐射源数为 4,各目标方位 α, 俯仰β,频率f和极化状态γ,η的真实值分别为:{35°,30°, 9.3GHz,25°,30°},{55°,30°,9.5GHz,25°,20°},{55°,40°, 9.7GHz,15°,20°},{35°,40°,9.9GHz,15°,30°}。此时文献[8] 的ESPRIT方法至少需要 11个阵元才能顺利完成估计。而本 文方法在输入信噪比为 15dB时 100 次独立的Monte Carlo实 验输出点阵图如图 1 所示。图 1(a),(b),(c),(d)分别为目标 的α-β,f-β, α-f, γ-η双坐标分布点阵,虚线交点处即为参数 真实值。显然可见在辐射源数目超过阵列阵元数限制的条件 下算法仍然以较高精度收敛,证明了算法的有效性。



图 1 参数分布(有效性分析)

性能分析部分由 4 组方案参数估计的均方根误差RMSE 对比而获得。首先设所有传感器阵列均为15阵元"L"型均 匀分布,辐射源数目为2,各参数真实值分别为:{35°,40°, 9.5GHz, 25°, 20°}, {55°, 30°, 9.9GHz, 15°, 30°}。方案1作为 对比,采用文献[8]所提出的ESPRIT方法; 方案 2, 3, 4 均 采用本文方法估计,且空时扩展系数K分别取为1,2和4。 方位、俯仰角、信号频率和两个极化方向估计结果随信噪比 变化的均方根误差曲线如图 2(a)至图 2(e)所示,图 2(f)则为 4 种方案随信噪比变化的估计成功率曲线。如同前文的分析, 当本文方法取K=1时即为无扩展情况,如图2所示其对于各 参数的估计性能与ESPRIT方法基本相当,高信噪比时尤有过 之,而计算量则只有ESPRIT方法的9%;当取空时扩展系数 K=2 时本文算法计算量大约为ESPRIT方法的 73%左右,但易 见其估计性能以及估计成功概率已较ESPRIT方法有了很大 的改善, 而当K=4 时虽然计算量增加, 但算法的稳健性也明 显超过了前3种方案,即使是在-10dB的低信噪比条件



图 2 估计误差与成功率(性能分析)

下参数估计成功率仍超过 97%。显然算法可以依据不同的要求通过调节空时扩展系数以达到性能与计算量的平衡。

5 结束语

本文中利用正交偶极子平面阵,通过构造空时扩展波达 方向矩阵,提出了一种基于虚拟传感器阵列的二维波达方向 角、载波频率和二维极化状态五维参数联合估计的新方法。 基于物理阵列构造的空时扩展虚拟阵列其理论孔径为物理 孔径的 K 倍,解决了多参数估计 ESPRIT 类方法阵列孔径损 失的问题。基于此虚拟阵列构造的新方法可以以较小的计算 量得到与 ESPRIT 方法相似的性能,或以一定的计算量为代 价得到较高的性能,具有了在不同条件下更强的适应能力。 另一方面,算法对于物理传感器阵列各阵元的分布无任何特 殊要求,只需满足可由其阵列流形矩阵获得波达方向信息的 基本要求即可,且各参数的估计有闭式解,在计算过程中自 然配对,无需额外的配对运算,使得算法具有很好的理论价 值以及应用前景。需要补充的是,通过采用适当的非均匀阵 列以及整数搜索解模糊方法,本文算法也易于运用到空域欠 采样的宽频段信号参数估计中。

参 考 文 献

- 殷勤业, 邹理和, Robert W. Newcomb. 一种高分辨二维信号 参量估计方法[J]. 通信学报, 1991, 12(4): 1-7.
- [2] 唐斌,肖先赐.基于数据矩阵的信号频率和二维方向估计[J].电
 子科技大学学报,1996,25(3):225-230.
- [3] Li Jian, Compton R T. Angle and polarization estimation using

ESPRIT with a polarization sensitive array [J]. *IEEE Trans. on AP*, 1991, 39(9): 1376 – 1383.

- [4] Li Jian, Compton R T. Two-dimensional angle and polarization estimation using ESPRIT algorithm [J]. *IEEE Trans. on AP*, 1992, 40(5): 550 – 555.
- [5] Li Jian. Direction and polarization estimation using arrays with small loops and short dipoles [J]. *IEEE Trans. on A.*, 1993, 41(3): 379 – 387.
- [6] Hua Yingbo. A pencil-MUSIC algorithm for finding twodimensional angles and polarizations using crossed-dipoles [J]. *IEEE Trans. on AP*, 1993, 41(3): 370 – 375.
- [7] 王建英,陈天麒.频率、二维到达角和极化联合估计[J].电子
 学报,1999,27(11):74-76.
- [8] 王建英,陈天麒.用L阵实现频率、二维到达角和极化联合估计[J].电波科学学报,2001,16(1):30-33.

- [9] 王建英,陈天麒. 宽频段空间信号频率、二维到达角和极化联合估计[J]. 中国科学(E辑), 2001, 31(6): 526-532.
- [10] Compton R T. Adaptive Antennas: Concepts and Performance[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1988, Chapter 3.3.
- [11] Lemma A N, et al. Analysis of ESPRIT based joint anglefrequency estimation [A]. ICASSP' 2000, Istanbul, Turkey, 2000: 3053 – 3056.
- 吴湘霖: 男,1977 年生,博士生,从事多传感器阵列信号处理、 参数估计等方面的研究.
- 俞卞章: 男,1937年生,教授,博士生导师,从事信号处理、图像 处理、多传感器信息融合等方面的研究.
- 李会方: 男, 1962 年生, 副教授, 博士, 从事数字图像处理, 智能信号处理、信息融合等方面的研究.
- 张 辉: 男, 1965年生, 博士生, 从事计算电磁场等方面的研究.