

# 差分型锁定电路同步带分析\* \*\*

马德荣 杨玉明  
(吉林大学电子科学系, 长春)

**摘要** 用计算机绘图找到了满意的差分放大器输出特性的逼近式。用频域法导出了与实验相当吻合的差分型注入锁定的同步带, 其中同频注入锁定的同步带是著名的 Adler 公式的  $A^2/(0.374^2 - 0.01985A^2)$  倍

**关键词** 差分型注入锁定; 同步带; Adler 公式

## 一、引言

很久以来, 人们对注入锁定同步带的研究仅限于三点反馈式注入锁定电路<sup>[1-4]</sup>, 并一直认为 Adler 公式适用于各种型式的注入锁定。虽然文献[5]导出了差分型注入锁定电路的同步带, 但是, (1) 误差较大, 其原因之一是所用的逼近式相对误差较大。我们用紫金 II 计算机和 COMX PL-80 绘图仪绘制了文献[5]所述的理论曲线及其逼近式, 结果表明, 在  $|V/A| \leq 3.2$  条件下, 最大相对误差为 26.6%; (2) 更重要的是该公式隐含着不能事先假设的参数  $g_{mc}(0)$ , 没有揭示与 Adler 公式的差异。本文用计算机绘图找到了比文献[5]更好的逼近式, 并导出了与实验相当吻合的差分型注入锁定的同步带公式, 该公式揭示了与 Adler 公式的关系。分析表明, Adler 公式不能直接用于差分型注入锁定, 必须乘以与锁定后反馈电压有关的因数。

本文还论述了差分型注入锁定, 当注入负信噪比时, 系统工作的情况。

## 二、数学分析

在图 1 所示的差分对原理线路中, 晶体管  $T_1$  的集电极电流  $i_{c_1}(t)$  受注入信号  $e(t)$  和  $V(t)$  的控制(以下简记为  $i_{c_1}$ ,  $e$  和  $V$ )。根据文献[6], 当  $e = 0$  时,  $i_{c_1}$  可以表示为

$$i_{c_1} = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \operatorname{th} \frac{V}{A} \right) \quad (1)$$

其中,  $A = 2mkT/q$ ,  $k$  是波尔兹曼常数,  $q$  是电子电荷量,  $T$  是半导体绝对温度,  $m = 1 - 2.5$  是半导体二极管结不突变的结构修正系数,  $I_0$  为恒流管  $T_3$  集电极静态工作电流。

双曲正切函数  $\operatorname{th} x$  的展开式为

\* 1988 年 4 月 7 日收到, 1989 年 4 月 5 日修改定稿

\*\* 国家自然科学基金资助项目。

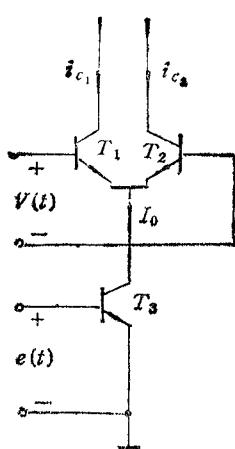


图 1 差分对原理线路

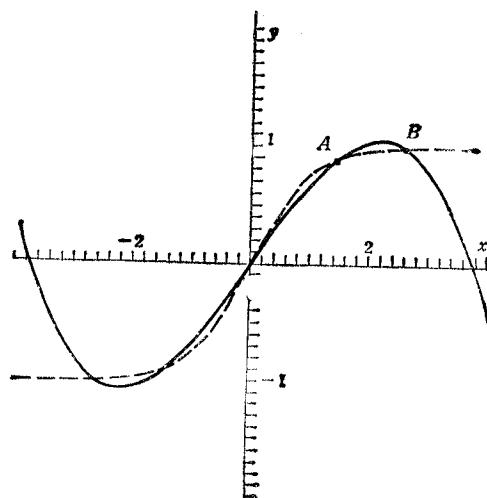


图 2 差分对放大器理论输出特性及其逼近拟合曲线(虚线表示双曲正切函数, 实线表示三阶方程, 即逼近式)

$$\tanh x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + \dots \quad (2)$$

值得注意的是, 该式成立的条件为  $|x| < \pi/2$ 。在由图 1 组成的注入锁定电路中,  $|x| = |V/A|$  已大于  $\pi/2$ , 不能直接引用(2)式。根据紫金 II 计算机和 COMX PL-80 绘图仪的指令, 用 BASIC 语言可以编制一个绘图程序(略), 改变相应的参数逼近其理论曲线, 最终得到一条满意的逼近曲线, 如图 2 实线所示。从拐点 A 到另一个交点 B 这个范围内, 相对误差  $\leq 10\%$ ; 在  $x = |V/A| \leq 3.0$  范围内, 相对误差  $\leq 13\%$ 。对应的逼近式为

$$i_{c_1} = \frac{I_0}{2} \left( 1 + 0.74 \frac{V}{A} - 0.053 \left( \frac{V}{A} \right)^3 \right) \quad (3)$$

当  $e(t) \approx 0$  时,  $I_0$  随  $e(t)$  变化。通过适当地选取  $T_3$  的正向偏置, 忽略晶体管体电阻上的压降, 并近似地认为  $\alpha \approx 1$  (即忽略  $I_{B3}$ , 则  $T_3$  的集电极电流  $i_{c_3}$  为

$$i_{c_3} = I_0 e^{e(t)/V_T} \quad (4)$$

将(4)式置换(3)式的  $I_0$ , 则

$$i_{c_1} = \frac{I_0 e^{e(t)/V_T}}{2} \left( 1 + 0.74 \frac{V}{A} - 0.053 \left( \frac{V}{A} \right)^3 \right) \quad (5)$$

式中  $V_T = A/2$ 。

当  $e(t)/V_T \ll 1$  时, 可将  $e^{e(t)/V_T}$  的展开式乘幂高于一次的各项略去不计, 则

$$i_{c_1} \approx \frac{I_0}{2} \left( 1 + 0.74 \frac{V}{A} - 0.053 \left( \frac{V}{A} \right)^3 \right) \left( 1 + \frac{e}{V_T} \right) \quad (6)$$

取其交流成分  $i_c$ , 并令  $g_{mv}(0) = 0.37I_0/A$ ;  $d = 0.0265 I_0/A^3$ ;  $a = 3d$ ;  $g_{mc}(0) = I_0/A$ ;  $b = 0.74 g_{mc}(0)/A$ ;  $c = 0.053 g_{mc}(0)/A^3$ , 则

$$i_c = g_{mv}(0)V - dV^3 + g_{mc}(0)e + bVe - cV^3e \quad (7)$$

由图 1 构成的锁定电路如图 3 所示, 其中  $C_1$  为耦合反馈电容;  $C_3$ 、 $C_4$  均为隔直流滤波电容, FZ1C 为差分集成块, 和 12 脚对应的晶体管与图 1 中的  $T_1$  相对应; 和 11 脚对

应的晶体管与图 1 中的  $T_2$  相对应; 剩下的一个与  $T_3$  相对应, 并以此相称。假设同步已经发生, 又由于并联谐振回路的滤波特性, 所以通过  $C_1$  反馈到  $T_2$  基极上的电压可以写为

$$V = A \cos \omega t \quad (8)$$

### 1. 同频注入锁定

设注入信号为

$$e = U \cos(\omega t + \phi) \quad (9)$$

并设  $\omega > \omega_0$ ,  $\omega_0$  为并联谐振角频率, 将(8)和(9)两式代入(7)式, 经演算最后可得到  $T_2$  基极基波电压, 其复数振幅为

$$\bar{A}_1 = \frac{nZ_0}{1 + j \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} Q} (\alpha + g_{me}(0)U(\cos \phi + j \sin \phi)) \quad (10)$$

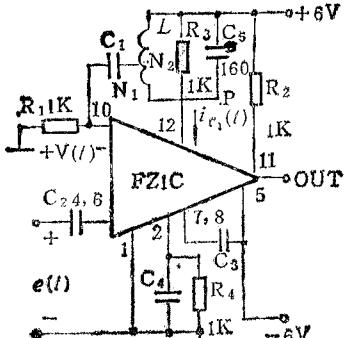


图 3 差分型注入锁定电路

式中,  $\alpha = A(g_{mv}(0) - aA^2/4)$ ;  $Z_0$  为并联谐振时的谐振阻抗;  $\Delta\omega$  为偏离  $LC$  回路自然谐振角频率  $\omega_0$  的数值,  $Q$  为回路的有载品质因数,  $n = N_2/N_1$ .

因为同步已经发生, 所以(10)式应等于(8)式中的  $A_0$  由此可解得

$$A = nZ_0(\alpha + g_{me}(0)U \cos \phi) \quad (11)$$

$$\frac{2\Delta\omega A Q}{\omega_0} = nZ_0 g_{me}(0)U \sin \phi \quad (12)$$

当  $\phi = \pi/2$  时, 由(11)和(12)两式解得单边最大同步带为

$$\Delta\omega_{max}^{(1)} = \frac{g_{me}(0)\omega_0 U}{2(g_{mv}(0) - aA^2/4)AQ} = \beta \Delta\omega_A \quad (13)$$

式中,  $\beta = g_{me}(0)/(g_{mv}(0) - aA^2/4)$ ;  $\Delta\omega_A = \omega_0 U / (2AQ)$  是文献[1]给出的单边最大同步带公式, 即 Adler 公式.

就(2)式而论, 因为  $aA^2/4 > 0$ , 所以

$$\beta > g_{me}(0)/g_{mv}(0)$$

$g_{mv}(0)$  和  $g_{me}(0)$  实际含义是: 当输入为小信号时,  $g_{mv}(0)$  是差分对差模输入信号控制某管集电极电流的跨导;  $g_{me}(0)$  是共射单管放大器输入信号对其集电极电流的跨导. 后者为前者的 2 倍. 若考虑近似的逼近式(3)式, 则后者为前者 2 倍多, 所以  $\beta$  恒大于 1.

文献[4]图 1 描述了这样一个数学模型, 即注入信号与反馈电压相加作用于一个非线性网络, 因此可导出 Adler 公式. 本文所述的锁定电路不存在这种相加关系, 而是如(5)式所示的关系, 由此导出的同步带肯定不等于 Adler 公式, Adler 公式的修正正是必然的.

将相应的数值代入  $\beta$ , 经演算最后可得

$$\beta = A^2 / (0.37A^2 - 0.019875A^2)$$

**实例 1** 电路如图 3 所示. 实测  $I_0 = 3mA$ ,  $A$  取为  $100mV$ . 自由振荡频率  $f_0 =$

5MHz, 反馈到  $T_2$  基极上电压有效值  $A_0 = 220\text{mV}$ 。当注入信号的振幅  $U \ll A_0$  时, 可以认为  $A \approx A_0$ 。将这些数值代入  $\beta$ , 则

$$\beta = A^2 / (0.37A^2 - 0.019875A^2) \approx 5.63.$$

由实例可以看到, 这种注入锁定具有较大的同步带, 至少是三点式振荡注入锁定的 2.7 倍(当  $A \rightarrow 0$  时)。

如果用双边相对最大同步带表示, 则

$$h_1 = \frac{2\Delta\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_0} = \beta \frac{U}{AQ} = \beta h_1^{(1)} \quad (14)$$

式中  $h_1^{(1)} = U/AQ$  为文献[1]给出的双边相对最大同步带。



图 4 负信噪比注入和锁定输出波形

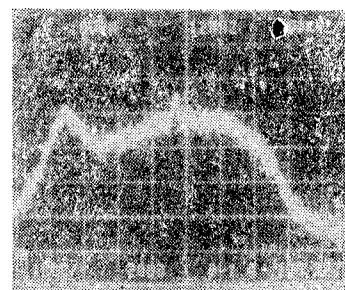


图 5 注入的信号④噪声功率谱

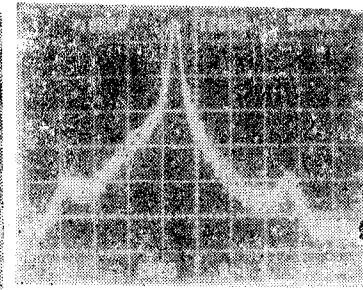


图 6 输出的信号④噪声功率谱

众所周知, 要增加注入锁定的跟踪范围, 其方法之一是增加注入信号的信噪比。差分型注入锁定有较大的同步带, 其注入的信噪比低至  $-10\text{dB}$  还能可靠地工作。图 4 示出了自由振荡频率  $f_0 = 12.5\text{MHz}$  和注入信噪比为  $-9.5\text{dB}$  的输入和锁定后的输出波形, 上面的是注入的信号④噪声波形, 下面的是锁定后的输出波形。在这种情况下, 注入的信号④噪声功率谱如图 5 所示, 锁定后, 其同步带为  $15\text{kHz}$ , 输出的信号④噪声功率谱如图 6 所示。该锁定线路由于差分具有良好的长期频率稳定度, 对于温度范围要求不高的场合,  $15\text{kHz}$  的同步带似乎能满足要求。

## 2. 二次谐波注入锁定

设注入信号为

$$e(t) = U \cos(2\omega t + \phi) \quad (15)$$

并设  $\omega > \omega_0$ , 经上述类似的步骤, 最后可得二次谐波注入锁定单边最大同步带为

$$\Delta\omega_{\max}^{(2)} = \frac{(b - cA^2/2)U\omega_0}{4(g_{me}(0) - cA^2/4)Q} = \frac{A(b - cA^2/2)}{2g_{me}(0)} \Delta\omega_{\max}^{(1)} = r\Delta\omega_{\max}^{(1)} \quad (16)$$

式中,  $\Delta\omega_{\max}^{(1)}$  为同频注入时单边最大同步带;

$$r = A(b - cA^2/2)/2g_{me}(0)$$

**实例 2** 参数与实例 1 相同, 并将其代入  $r$ , 则

$$r = \frac{0.74 A/\Lambda - 0.0265 A^3/\Lambda^3}{2} \approx 0.75$$

如果用双边相对最大同步带表示, 则

$$h_2 = \frac{2\Delta\omega_{\max}^{(2)}}{\omega_0} = rh_1. \quad (17)$$

用类似的方法也可以得到其他各种模式的同步带，这里就不一一列举了。值得一提的是，该线路用奇次分频时，其同步带比其他模式要小，其原因是差分放大器输出特性会产生这种奇次谐波的成分比较小。

### 三、实验证明

实验所用的线路如图3所示，其中  $C_2$ 、 $C_3$  和  $C_4$  均为  $0.01\mu F$ ， $C_1$  为耦合反馈电容，其他元件参数如图3所示。当  $e(t) = 0$  时，自由振荡频率为  $5MHz$ ，在这种情况下实测：(1)  $T_1$ 、 $T_2$  和  $T_3$  的基极到发射极直流结电压  $V_{BE}$  分别为  $0.695V$ 、 $0.70V$  和  $0.78V$ ，不象三点式振荡出现偏置为零或倒置现象，前面导出的公式不受影响；(2)  $T_3$  发射极静态工作电流  $I_e \approx 3mA$ ；(3) 反馈到  $T_2$  基极上电压有效值  $A_0 = 220mV$ ，若取  $\Lambda = 100mV$ ，则  $V/\Lambda = A_0\sqrt{2}/100 = 3$ ，不能直接利用(2)式。因为  $(N_1/N_2)^2 = (27/7)^2 \gg 1$ ，根据所给元件参数，可以容易地算得有载品质因数  $Q \approx 5$ 。把上述参数及实例1和实例2的  $\beta$  和  $r$  值代入(14)式和(17)式，就可以得到双边相对最大同步带随注入信号的关系曲线，如图7所示，其中(a)为同频的情况，(b)为二次谐波的情况。

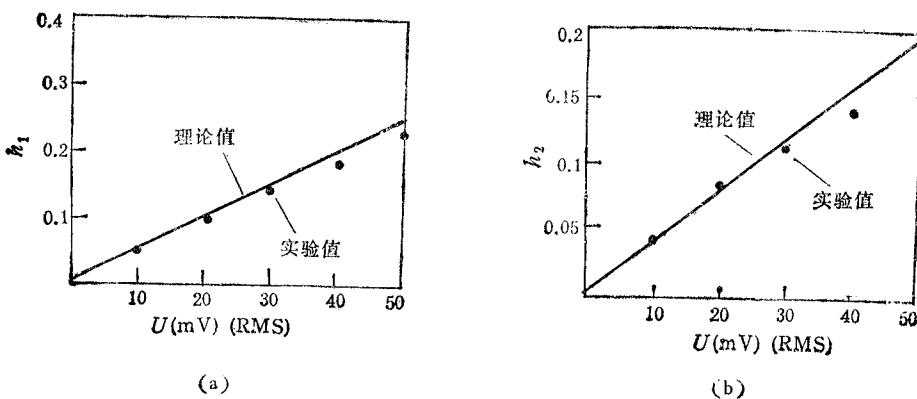


图7 双边相对最大同步带与注入电压  $U$  的关系

### 四、结 论

用计算机绘图逼近差分放大器输出特性，可以较快地找到满意的逼近式，本文根据这个逼近式，分析并导出了与实验相当吻合的差分型注入锁定最大同步带公式。与文献[3]图1相符的电路，其同步带用 Adler 公式描述；由于本文所述的锁定电路与文献[3]图1不相符，其同步带不能直接用 Adler 公式，必须加以修正，其修正系数为

$$\beta = g_{me}(0)(g_{mv}(0) - \alpha A^2/4).$$

因为该锁定具有较高的稳定性因子(同步带/频率温度漂移)，所以很容易观察出负信

噪比注入的情况,有关注入负信噪比锁定的详细论述将另文发表。

### 参 考 文 献

- [1] R. Adler, *Proc. IRE*, 34(1946), 351—357.
- [2] Van der Pol, *Phil. Mag.*, 3(1927), 65—80.
- [3] 马德荣,电子学报, 13(1985), 103—108.
- [4] L. Schmideg, *Proc. IEEE*, 59(1971), 1250—1251.
- [5] 黄成方,电子学报, 10(1982), 79—85.
- [6] 川上正和,トランジスタとその回路 I, 第四章,昭和 49 年 3 月,共立出版株式会社。

## ANALYSIS ON THE SYNCHRONIZATION BAND OF A DIFFERENTIAL IL CIRCUIT

Ma Derong Yang Yuming

(Department of Electron Science, Jilin University, Changchun)

**Abstract** The satisfactory approximate expression of the differential amplifier output characteristic is found by computer plotting. The synchronization band of a differential IL circuit is derived and analysed by the frequency domain method, where the maximum synchronization band of the same frequency IL is  $\Lambda^2/(0.37\Lambda^2 - 0.019875\Lambda^2)$  time as large as the famous Adler's formula. It is found that the theoretical analysis agrees well with experimental curve.

**Key words** Differential IL circuit; Synchronization band; Adler's formula