

# 一种变型蔡氏电路<sup>1</sup>

李春福 虞厥邦

(电子科技大学光电子技术系 成都 610054)

**摘 要** 该文提出一种变型蔡氏电路, 并对此变型蔡氏电路的特性进行了仿真研究, 给出了此变型蔡氏电路的 Lyapunov 指数. 该文还给出了此变型蔡氏电路的一种具体实现方法.

**关键词** 混沌, 蔡氏电路, 混沌发生器, 混沌通信

**中图分类号** TN711.4

## 1 引言

自从 Pecora 和 Carroll 提出混沌系统的驱动-响应同步<sup>[1]</sup>以来, 混沌在通信中的应用研究成为一个热点<sup>[2-6]</sup>. 混沌在通信中的应用研究涉及混沌保密通信<sup>[2]</sup>, 混沌载波数字通信<sup>[3]</sup>, 混沌序列跳频扩频和直接混沌序列扩频通信<sup>[4,5]</sup>, 混沌参分多址通信<sup>[6]</sup>等领域.

蔡氏双涡旋混沌电路<sup>[7]</sup>结构简单, 而且具有自同步特性, 因而在混沌通信领域中受到了广泛的研究<sup>[3]</sup>. 文献[8]提出了一种变型蔡氏电路, 并利用这种变型蔡氏电路的同步特性进行了混沌保密通信的原理性实验研究. 本文提出一种新的变型蔡氏电路, 并对此变型蔡氏电路的特性进行了仿真研究, 给出了此变型蔡氏电路的 Lyapunov 指数. 本文还给出了此变型蔡氏电路的一种具体实现方法.

## 2 对此变型蔡氏电路的仿真研究

蔡氏双涡旋混沌吸引子<sup>[7]</sup>的数学模型可以用(1)式表示如下:

$$\left. \begin{aligned} dx/d\tau &= a(y - x - f(x)) \\ dy/d\tau &= x - y + z \\ dz/d\tau &= -by \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $f(x) = ux + [(u-v)/2](|x+1| - |x-1|)$ ,  $a, b, u$  和  $v$  为参数. 取  $a = 10, b = 18, u = -1.37, v = -0.74$ , (1)式表现出蔡氏双涡旋混沌吸引子, 其中  $x-y$  相图如图1所示. 蔡氏电路的三个 Lyapunov 指数 (最大 Lyapunov 指数  $L_{\max}$ 、最小 Lyapunov 指数  $L_{\min}$  和中间 Lyapunov 指数  $L_{\text{mid}}$ ) 分别为  $L_{\max} = 0.29, L_{\min} = -3.32, L_{\text{mid}} = 0.00$ .

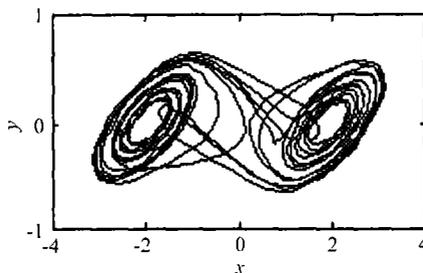


图1 蔡氏双涡旋混沌吸引子的  $x-y$  相图

<sup>1</sup> 2000-05-10 收到, 2000-11-10 定稿

本文提出的变型蔡氏电路的数学模型可以用 (2) 式表示如下:

$$\left. \begin{aligned} dx/d\tau &= a(y-x-f(x)) \\ dy/d\tau &= x-y+z+g(y) \\ dz/d\tau &= -by \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $f(x)$  和  $a, b$  参数与 (1) 式中的相同, 函数  $g(x)$  是一个两段线性函数, 其数学解析式可由 (3) 式表示.

$$g(x) = \begin{cases} mx, & x \leq 0, \\ nx, & x > 0, \end{cases} \quad m, n \text{ 为参数} \quad (3)$$

在研究由 (2) 式表示的变型蔡氏电路的过程中, 参数  $a, b, u$  和  $v$  取  $a = 10, b = 18, u = -1.37, v = -0.74$ . 当  $m = 0$  且  $n = 0$  时, 变型蔡氏电路就是蔡氏混沌电路, 它表现出如图 1 所示的蔡氏双涡旋混沌吸引子. 下面给出当  $m$  和  $n$  取不同的参数值时对变型蔡氏电路进行数值仿真研究的结果, 为了方便表达, 将  $x-y$  相图 (参见图 1) 用直线  $x = 0$  分成两部分, 位于直线  $x = 0$  左边的部分称为负半部, 位于直线  $x = 0$  右边的部分称为正半部.

当  $m \geq 0$  且  $n \geq 0$  时, 变型蔡氏电路的  $x-y$  相图仍然表现为双涡旋混沌吸引子, 然而其  $x-y$  相图中正半部和负半部之间的跳变频率提高了. 取典型的参数值  $m = 0.4, n = 0.3$  与蔡氏电路 ( $m = 0, n = 0$ ) 相比较, 变型蔡氏电路的  $x-y$  相图、 $x$  状态变量时域波形图和  $x$  状态变量频谱图分别如图 2、图 3 和图 4 所示, 此时变型蔡氏电路的三个 Lyapunov 指数分别为  $L_{\max} = 0.46, L_{\min} = -2.89, L_{\text{mid}} = -0.00$ .

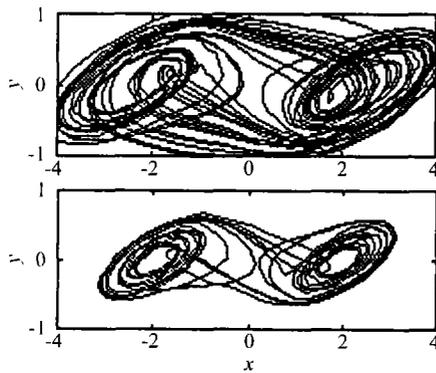


图 2 变型蔡氏电路 ( $m = 0.4, n = 0.3$ ) 和蔡氏电路的  $x-y$  相图

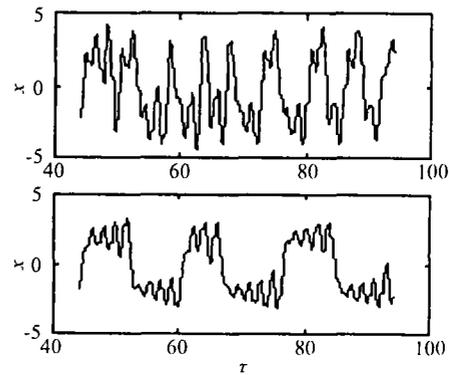


图 3 变型蔡氏电路 ( $m = 0.4, n = 0.3$ ) 和蔡氏电路  $x$  状态的时域波形

当  $m, n$  不同时为正时, 变型蔡氏电路将展现出各种不同的状态, 其中的规律性还有待于进一步的研究. 此时变型蔡氏电路除了会表现出  $x-y$  相图中正半部和负半部之间跳变频率加快的状态外, 随着参数  $m$  和  $n$  的改变, 变型蔡氏电路还会展现出许多不同的状态来, 包括位于正半部或负半部的稳定平衡点状态 ( $m = -0.5, n = -0.45$ , 变型蔡氏电路的三个 Lyapunov 指数分别为  $L_{\max} = -0.02, L_{\min} = -4.06, L_{\text{mid}} = -0.03$ ), 位于正半部或负半部的稳定周期 -1 极限环状态 ( $m = -0.45, n = -0.3$ , 变型蔡氏电路的三个 Lyapunov 指数分别为  $L_{\max} = 0.00, L_{\min} = -1.89, L_{\text{mid}} = -0.95$ ), 位于正半部或负半部的稳定周期 -2 状态 ( $m = -0.2, n = -0.4$ , 变型蔡氏

电路的三个 Lyapunov 指数分别为  $L_{\max} = 0.00$ ,  $L_{\min} = -1.97$ ,  $L_{\text{mid}} = -0.40$ ), 位于正半部或负半部的稳定单涡旋混沌状态 ( $m = -0.35, n = -0.1$ , 变型蔡氏电路的三个 Lyapunov 指数分别为  $L_{\max} = 0.32$ ,  $L_{\min} = -3.07$ ,  $L_{\text{mid}} = -0.00$ ), 位于正半部或负半部的部分受到抑制的双涡旋状态 ( $m = 0.35, n = -0.4$ , 变型蔡氏电路的三个 Lyapunov 指数分别为  $L_{\max} = 0.26$ ,  $L_{\min} = -3.33$ ,  $L_{\text{mid}} = -0.00$ ), 这些状态如图 5, 图 6, 图 7 所示。

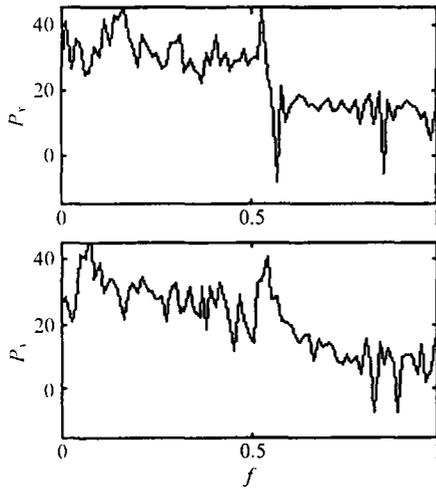


图 4 变型蔡氏电路 ( $m = 0.4, n = 0.3$ ) 和蔡氏电路状态变量  $x$  的频谱图

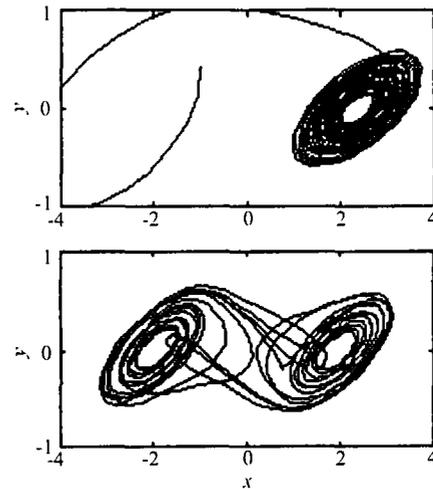


图 5 正半部的稳定平衡点 ( $m = -0.5, n = -0.45$ ) 和双涡旋混沌

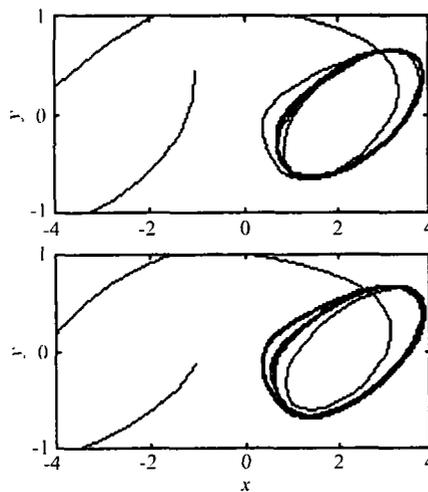


图 6 正半部的稳定周期  $-1$  ( $m = -0.45, n = -0.3$ ) 和正半部的稳定周期  $-2$  ( $m = -0.2, n = -0.4$ )

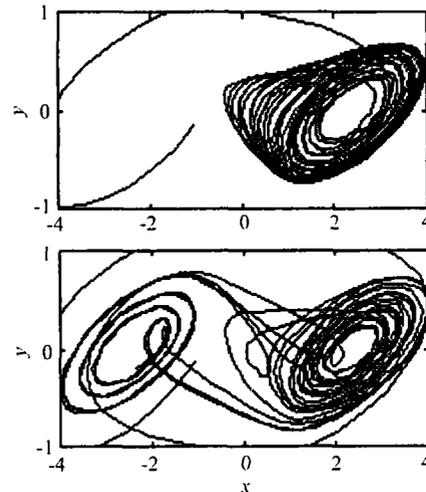


图 7 正半部的单涡旋混沌 ( $m = -0.35, n = -0.1$ ) 和负半部受抑的双涡旋混沌 ( $m = 0.35, n = -0.4$ )

显然由于非线性函数  $g(x)$  的影响, 变型蔡氏电路表现出一种非对称的特性, 为了简洁, 本文在这里只给出了信号能量主要集中于正半部的状态, 而相应的信号能量主要集中于负半部的状态没有给出。

### 3 变型蔡氏电路的实现

实现变型蔡氏电路的电路原理如图 8 所示，其中  $N_1$  为蔡氏二极管 [7]，其电路原理如图 9 所示， $N_2$  也是一个非线性元件，它能够实现非线性函数  $g(x)$  的特性，非线性元件  $N_2$  由两个受二极管控制的分段线性电阻和一个线性负阻并联构成，其电路原理如图 10。

非线性元件  $N_2$  的伏安特性曲线是由三部分合成的，如图 11 所示，适当的调整可变电阻  $R_1$  和  $R_2$  的阻值，就可以得到不同的参数值。

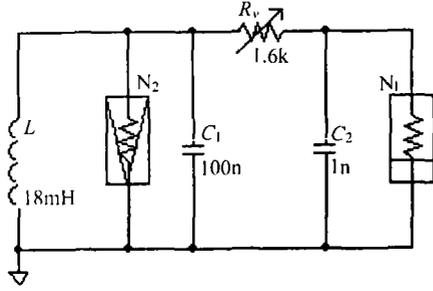


图 8 变型蔡氏电路的电路原理

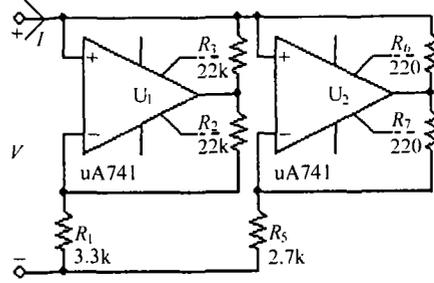


图 9 蔡氏二极管  $N_1$  的电路原理

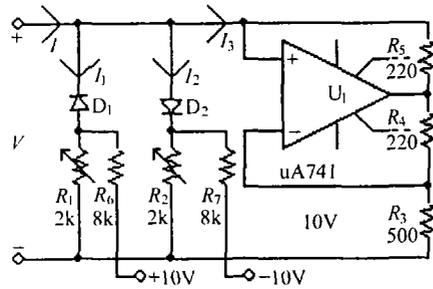


图 10 非线性元件  $N_2$  的电路原理

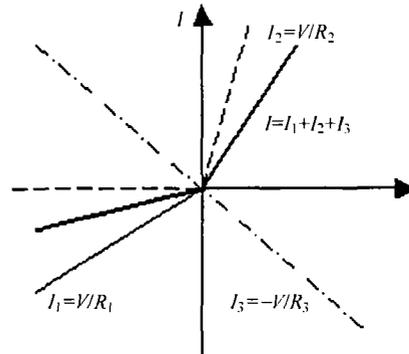


图 11 控制元件  $N_2$  的伏安特性曲线的合成

使用 PSPICE5.0 对所实现的变型蔡氏电路进行仿真模拟实验研究，得到的结果与在本文第 2 节中的数值仿真结果相一致。严格地说，使用 PSPICE5.0 进行的仿真仍然是一种数值仿真，但由于它使用的仿真模型直接来自于实际硬件电路模型，因而其仿真结果与示波器从实际硬件电路中得到的结果是相近的。

### 4 小结

本文介绍了一种新的变型蔡氏电路，仿真研究的结果表明这种变型蔡氏电路为混沌通信和混沌现象的研究提供了新的混沌发生器。本文还给出了此变型蔡氏电路的一种简单的实现方法。然而，这种新的变型蔡氏电路的许多特性还有待于进一步的研究。

## 参 考 文 献

- [1] L. M. Peroca, T. L. Corroll, Synchronization in chaotic systems, *Phys. Rev. Lett.*, 1990, 64(8), 821-824.
- [2] N. J. Corron, D. W. Hals, A new approach to communications using chaotic signals, *IEEE Trans. on CAS-I*, 1997, CAS-I-44(5), 373-382.
- [3] G. Kolumban, M. P. Kennedy, L. O. Chua, The role of synchronization in digital communications using chaos-Part II: Chaotic modulation and chaotic synchronization, *IEEE Trans. on CAS-I*, 1998, CAS-I-45(11), 1129-1139.
- [4] U. Parlitz, S. Ergezing, Robust communication based on chaotic spreading sequences, *Phys. Lett. A*, 1996, 188, 146-150.
- [5] G. Heidari-Bateni, C. D. McGillem, A chaotic direct-sequence spread-spectrum communication systems, *IEEE Trans. on Comm.*, 1994, COM-42(2/3/4), 1524-1527.
- [6] D. J. Sobiski, J. S. Thorp, PDMA-II: The feedback Kalman filter and simultaneous multiple access of a single channel, *IEEE Trans. on CAS-I*, 1998, CAS-I-45(2), 142-149.
- [7] M. P. Kennedy, Three steps to chaos-Part II: A Chua's circuit primer, *IEEE Trans. on CAS-I*, 1993, CAS-I-40(10), 657-674.
- [8] 卞元昭, 混沌同步和混沌保密通讯的实验研究, *电子科学学刊*, 1998, 20(1), 93-97.

## A MODIFIED CHUA'S CIRCUIT

Li Chunfu Yu Juebang

*(Dept. of Opto-Electron. Tech., UEST of China, Chengdu 610054, China)*

**Abstract** In this paper, a modified Chua's circuit is presented, its properties are studied by numerical simulation and the Lyapunov exponents of the modified Chua's circuit are calculated. A simple circuit realization method for the modified Chua's circuit is also given.

**Key words** Chaos, Chua's circuit, Chaos generator, Chaotic communication

李春福: 男, 1973年生, 博士生, 研究方向为混沌通信.

虞厥邦: 男, 1932年生, 博士生导师, 研究方向为非线性电路.