

# 应用边界元法计算 TEM 小室 中高次模的截止频率

宋斌 傅君眉

(西安交通大学, 西安 710049)

**摘要** 本文提出了应用边界元法求解 TEM 小室中高次模截止频率的方法, 求出了多个 TE 和 TM 模式的截止频率值。对于一对称小室, 由于利用了电壁和磁壁, 所以仅研究横截面的四分之一部分就可以得到满意的结果, 并且很容易判断其模式。文中列出了一些计算结果并与其他方法的数据进行了比较。

**关键词** TEM 小室; 边界元法; 高次模截止频率

## 1. 引言

TEM 小室是 Crawford<sup>[1]</sup> 在 1974 年提出的, 它是由一段两端锥形的矩形同轴线构成的, 其中间部分可提供一个完全与外界隔离的横电磁波测试环境。在 TEM 小室的使用中, 一个非常关键的问题就是确定可用频带范围。TEM 小室具有很宽的频带, 其可用频率范围取决于 TE 和 TM 高次模式的截止频率和锥端反射引起的谐振。关于小室中高次模截止频率的求解, 迄今已出现了多种方法<sup>[2~4]</sup>, 但它们得到的结果差异比较大, 且所得模式较少。本文采用边界元法计算了 TEM 小室中高次模的截止频率。

## 2. 二次元的边界元法

本文在计算高次模截止频率时, 与其它方法类似, 忽略了小室两端锥形部分的影响。图 1 示出了一矩形对称 TEM 小室的横截面。

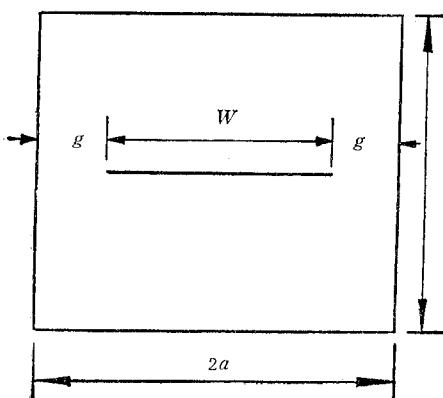


图 1 矩形对称 TEM 小室的横截面

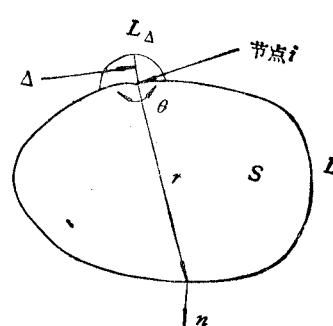


图 2 被边界 L 包围的三维区域

小室内的纵向场分量满足 Helmholtz 方程

$$\nabla^2 u + k_c u = 0 \quad (1)$$

这里  $\nabla^2$  为横向 Laplace 算子,  $k_c$  为截止波数;对于 TM 模,  $u = E_z$ , 对于 TE 波,  $u = H_z$ .

设被边界  $L$  包围的区域如图 2 所示。利用基本解和格林函数<sup>[6]</sup>,由(1)式可得

$$u_i + \int_L u q^* dl = \int_L u^* q dl \quad (2)$$

其中

$$u^* = -(j/4)H_0^{(2)}(k_c r) \quad (3)$$

$$q^* = (j/4)k_c H_1^{(2)}(k_c r) \cos \alpha \quad (4)$$

这里,  $u_i$  为节点  $i$  的  $u$  值,  $q$  和  $q^*$  分别为  $u$  和  $u^*$  的外法向导数,  $H_0^{(2)}$  和  $H_1^{(2)}$  分别是 0 阶和 1 阶第二类 Hankel 函数,  $\alpha$  为矢量  $r$  与外法向单位矢量  $n$  的夹角。

将节点  $i$  移至边界  $L$  上,并选择积分路径  $L_\Delta$  围绕节点  $i$ , 参见图 2,同时利用柯西积分主值定律,得到

$$c_i u_i + \int_L u q^* dl = \int_L u^* q dl \quad (5)$$

这里,  $c_i = 1 - \theta/(2\pi)$ , 对于光滑边界  $c_i = 1/2$ .

将边界  $L$  划分成二次元素,(5)式可离散化为代数方程组

$$c_i u_i + \sum_{e=1}^N \int_{l_e} u q^* dl = \sum_{e=1}^N \int_{l_e} u^* q dl \quad (6)$$

上式中,  $N$  为划分元素的总数,  $l_e$  为元素  $e$  的长度。

对于每个元素,节点  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 上的  $u$ ,  $q$  分别被定义为  $u_j$  和  $q_j$ , 则(6)式可改写为

$$c_i u_i + \sum_{e=1}^N [h_{i,e}^1 h_{i,e}^2 h_{i,e}^3] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \sum_{e=1}^N [g_{i,e}^1 g_{i,e}^2 g_{i,e}^3] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

上式可写成矩阵形式

$$[H][U] = [G][Q] \quad (8)$$

### 3.TEM 小室中高次模截止频率的求解

对于一对称小室,仅研究其横截面的四分之一部分即可(取图 1 中右下部分);为了区分其模式,截面边界由电壁和磁壁的不同组合来表示,参见图 3.

对于 TE 模,纵向磁场分量在边界上满足

$$\left. \begin{array}{l} \text{电壁上: } \partial H_z / \partial n = 0 \\ \text{磁壁上: } H_z = 0 \end{array} \right\} \quad (9)$$

对于 TM 模,纵向电场分量在边界上满足

$$\left. \begin{array}{l} \text{电壁上: } E_z = 0 \\ \text{磁壁上: } \partial E_z / \partial n = 0 \end{array} \right\} \quad (10)$$

考虑到边界条件(9)式或(10)式,则(8)式就可写为下面形式的齐次方程组:

$$[A][X] = 0 \quad (11)$$

为使此方程组有解, 则  $A$  矩阵的行列式  $|A|$  必须等于 0, 即

$$|A| = 0 \quad (12)$$

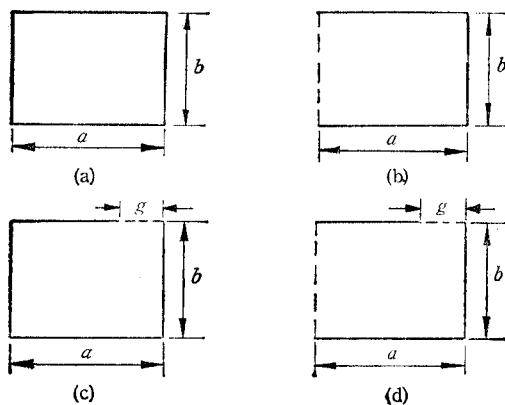


图3 TEM 小室四分之一横截面部分的边界选取  
——电壁----磁壁

(a)  $TE_{偶,偶}$  模和  $TM_{偶,偶}$  模; (b)  $TE_{奇,偶}$  模和  $TM_{奇,偶}$  模; (c)  $TE_{偶,奇}$  模和  $TM_{偶,奇}$  模; (d)  $TE_{奇,奇}$  模和  $TM_{奇,奇}$  模。

考虑到了对称性, 并利用了电壁和磁壁作为截面的边界, 所以很容易判断小室中高次模的模式。

因为  $[A]$  中的元素均为截止波数  $k_c$  的函数, 将这个行列式展开, 就成为以  $k_c$  为变量的复系数的超越方程, 可用牛顿法或谬勒法求解。

求出小室中高次模的截止频率后, 即可利用文献 [3] 中所述方法求出高次模的谐振频率。

#### 4. 结果分析

为了验证上述分析过程的有效性, 我们对一典型的 TEM 小室进行了研究。小室的尺寸为(参见图 1):

$$a = 3.05\text{m}, b = 3.65\text{m}, g = 1.02\text{m}.$$

本文方法得到的结果与其它方法的数据进行了比较, 参见表 1。由于本文方法

表1 TEM 小室中高次模的截止频率

$f_c$ (MHz) \ 模式	$TE_{01}$	$TE_{10}$	$TE_{11}$	$TE_{02}$	$TE_{21}$	$TE_{12}$	$TE_{20}$	$TE_{03}$	$TE_{13}$	$TE_{22}$
方法										
本文方法	15.32	24.55	31.27	40.75	45.58	47.07	48.52	54.96	63.02	63.40
文献[3]	15.2	24.6	31.3	41.1	45.4	47.8	49.2	—	—	—
文献[4]	15.5	24.6	31.9	41.1	52.9	47.8	49.2	—	—	—
文献[5]	15.1	24.6	31.0	41.1	45.4	47.8	49.2	—	—	—
$f_c$ (MHz) \ 模式	$TE_{23}$	$TE_{30}$	$TE_{31}$	$TE_{32}$	$TE_{33}$	$TM_{11}$	$TM_{12}$	$TM_{21}$	$TM_{22}$	
方法										
本文方法	75.78	72.91	76.44	83.74	90.10	47.71	47.78	63.82	64.01	
文献[3]	—	—	—	—	—	47.5	47.8	—	—	
文献[4]	—	—	—	—	—	52.2	47.8	—	—	
文献[5]	—	—	—	—	—	47.6	47.8	—	—	

从表 1 的比较可以发现,本文方法得到的  $TE_{21}$  模和  $TM_{11}$  模的数据与文献 [3] 和 [5] 中的结果相符,而与文献 [4] 中的有比较大的差异。 $TM_{11}$  和  $TM_{12}$  的结果与文献 [4] 中的均不相同。我们曾取不同的小室尺寸进行计算,发现  $TM_{11}$  的截止频率总是稍小于  $TM_{12}$  的。这一点与文献 [5] 中的结果比较类似,但与文献 [5] 不同之处在于,本文方法计算出的  $TM_{11}$  和  $TM_{12}$  的截止频率非常接近(尤其是在  $g/a$  比较小的时候)。另外, $TM_{21}$  与  $TM_{22}$  的截止频率也有类似的特性。

## 5. 结论

应用边界元法计算 TEM 小室中高次模的截止频率是非常有效的。对于一对称小室,由于利用了电壁和磁壁,所以仅研究横截面的四分之一部分就可得到满意的结果,并且很容易判断其模式。另外,又由于边界元法本身固有的结果精确、计算量小等特点,使它相对于其它方法具有明显的优越性。

## 参 考 文 献

- [1] Myron L. Crawford, *IEEE Trans. on EMC*, **EMC-16**(1974)2, 189—193.
- [2] C. M. Weil, L. Gruner, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-32**(1984)6, 638—641.
- [3] D. A. Hill, *J. Microwave Power*, **18**(1983)2, 181—195.
- [4] P. F. Wilson, M. T. Ma, *IEEE Trans. on EMC*, **EMC-28**(1986)2, 125—130.
- [5] J. Zhang, Junmei Fu, *IEEE Trans. on EMC*, **EMC-30**(1988)6, 563—567.
- [6] C. A. Brebbia et al., *Boundary Element Techniques in Engineering*, London: Butterworth, (1980), pp. 36—65.

## COMPUTATION OF HIGHER-ORDER MODE CUT-OFF FREQUENCIES IN TEM CELLS USING BOUNDARY-ELEMENT METHOD

Song Bin Fu Junmei

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**Abstract** The boundary-element method is proposed to investigate the higher-order mode cut-off frequencies in TEM cells. Both TE and TM modes are considered. For symmetry, only one quarter of the cross-section is analyzed, and electric and magnetic walls are employed in the cross-section. With this method, mode identification can easily be made by using an eigenvector solution. The obtained results are compared with data available in literatures.

**Key words** Higher-order mode cut-off frequency; TEM cell; Boundary-element method