

## 面向多输出电路的 BDD 拼接构造<sup>1</sup>

何新华 官云战 魏道政\*

(装甲兵工程学院计算机室 北京 100072)

\*(中国科学院计算所 CAD 室 北京 100080)

**摘要** 二元判定图 (Binary Decision Diagram, BDD) 的有效描述将大大提高验证和测试生成效率。作者根据电路结构的特点,以标准门的 BDD 为基础,从原始输入到输出,通过逐级拼接,极有效地完成电路的 BDD 构造。另外根据验证和测试的需要,在 BDD 拼接过程中,提出通过可观值的定义获得有效路径的方法。实验证明,作者提出的方法简单、直观而且有效。

**关键词** 标准门, BDD, 节点, 共享, 变量排序

**中图分类号** TN799

### 1 引言

对于电路的描述,其有效的表示和操作是 IC CAD 各领域重要的研究课题。在许多情况下,IC CAD 的许多问题可以表示为一系列布尔函数集的操作问题。验证、测试和优化中的典型应用有组合电路的验证、时序电路等价验证、组合电路优化、测试生成、故障路径的时间性能检查和符号模拟等等。因此很有必要研究和设计一个通用的、性能较高的布尔函数表示和操作系统。

二元判定图 (BDD)<sup>[1]</sup> 广泛应用于 IC CAD 验证、测试和综合等过程。实际应用中,由于存储器和处理时间的限制,面对规模日益增大的集成电路,系统要求 BDD 尽可能的小以获得有效的操作。为此出现各种改进的 BDD。1986 年 Bryant<sup>[2]</sup> 提出了具有重要意义的简化定序 BDD (Reduced Ordered BDD, ROBDD), 其主要特点是利用传统的技术如限定因子、香农展开和函数相关满足集合等方法研究 BDD 结构中的图同构和冗余节点消去问题。1990 年 Brace<sup>[3]</sup> 提出独立于变量排序的 BDD 操作。采用的主要方法是多根节点的函数同时表示和递归的 ITE (If-Then-Else) 操作。1992 年 Jain<sup>[4]</sup> 在 ROBDD 的基础上引入多个变量的索引概念,提出索引 BDD (Indexed BDD, IBDD) 从而扩展了 ROBDD 的表示范围。Minato<sup>[5]</sup> 在 1990 年提出共享 BDD (Shared BDD, SBDD) 的理论,主要目标是压缩 BDD 的空间。SBDD 的特点是利用特定属性边标记并联结与其相关的几个操作。上述方法存在构造复杂、节点数较多的问题,为此本文提出基于标准门 BDD 的拼接方法。

### 2 基本概念

作为电路功能的图解模型, BDD 是一非循环有向图,其中有二个终端节点 0 和 1 分别表示布尔函数值为 0 和 1;其余的节点由变量标记并有二条标记为 1 (THEN) 和 0 (ELSE) 的边 (分支)。可以通过顺序地检查输入值来确定电路的输出值。图 1 给出函数  $f = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_3$  的

<sup>1</sup> 1995-03-06 收到, 1995-10-03 定稿

BDD。在每个节点，根据相应的输入变量值来决定搜索它的 0 分支还是 1 分支。例如求输入变量  $x_1x_2x_3 = 001$  时的函数值。显然在  $x_1$  节点由于  $x_1 = 0$ ，故取它的 0 分支，然后在节点  $x_2$  取它的 0 分支，得到函数值  $f_{001} = 0$ 。

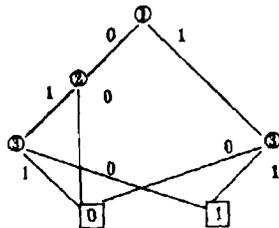


图 1  $f = \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + x_1x_3$  的二元判定图

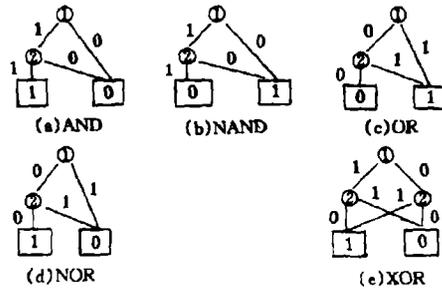


图 2 “与”，“与非”，“或”，“或非”，“异或”门 BDD 结构

### 3 BDD 构造

#### 3.1 数据结构

对来源于网表描述的电路进行预处理，可得到用于提高 BDD 构造效率的信息。这些信息包括 SCOAP 值、扇入 / 扇出、级数等等。电路结构描述如下：STRUCT { 线号；类型 (扇入，扇出，门，触发器)；先行元件名；后继元件名；SCOAP 值；时序线值；自身值 (0,1,X) }

BDD 结构中的节点描述主要采用如下的链结构形式：LINK { 访问处理标志；层次级号；正 / 反节点；极值度；单 / 多；父节点 / 子节点；同类标志；引线赋值 [k] }

#### 3.2 标准门的 BDD

不失一般性，假设每个门有两条输入线  $x_1, x_2$ ，则“与”，“与非”，“或”，“或非”，“异或”门相应的 BDD 如图 2 所示。

#### 3.3 BDD 拼接

本文提出的构造方法表现为从初级输入开始到电路输出的 BDD 拼接过程。由于每个门的 BDD 形式是一定的，这样该门的输出 BDD 可通过该门所有输入线的 BDD 根据标准门 BDD 的形式拼接。下一级的 BDD 依赖于上一级的 BDD，一级一级地递推拼接直到获得输出线的 BDD。这样电路结构特征对整个输出 BDD 的构造有重要的影响，主要有：(1) 重汇聚结构；(2) 当前门各输入线的 BDD 节点变量次序。

考察无公共输入变量的待拼接门，它的输入线 BDD 的变量次序对该门 BDD 的结点数没有根本的影响，但对 BDD 的路径数和路径长度有影响。如图 3 中的电路，对两根引线 ( $x_7$  和  $x_6$ ) 的 BDD，根据线 6 和 7 的不同次序，所获得的引线 8 的 BDD 节点数相同，但路径数、路径长度有所差异。对引线 7 的 BDD 作为基本放在上面和引线 6 的 BDD 放在上面作一比较，可分别得到图 3(d) 和图 3(e)。两者的差异见表 1 的 (d) 和 (e) 这两列。显然，(d) 优越。同样，考虑图 3 中输出引线的“与”门改为“或”门，而其它不变，则引线 7 和引线 6 的 BDD 分别作为基本门放在上面得到的引线 8 的 BDD 见表 1 和 2。由此可见以引线 6 的 BDD 作为基本门放在上面较好。

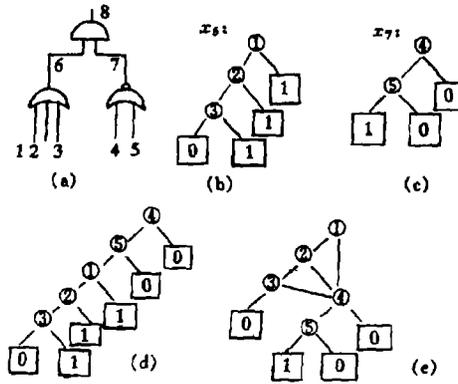


图 3 无公共输入的 BDD

表 1 拼接顺序不同下的“与”门 BDD 比较

类型	(d)	(e)
节点数	5	5
路径条数	6	10
路径长度	20	36
平均长度	3.33	3.6

表 2 “或”门 BDD 比较

类型	引线 7 在上	引线 6 在上
节点数	5	5
路径条数	9	6
路径长度	32	20
平均长度	3.56	3.33

在存在公共输入电路中，待拼接门输入线 BDD 变量排列次序对该门 BDD 的节点数有一定的影响。当重汇聚引线放在前面被首先考虑时，由于在 BDD 的构造过程中，同样的变量尽可能早地发生冲突或重复，从而省略相应的 1 或 0 分支。此时得到的 BDD 相比之下较简单。

另外，由于层数较小的 BDD 对当前门的 BDD 构造影响较大，因此应被首先考虑。比如对于图 4(a) 的电路，输出线  $f$  的 BDD 中节点变量的次序应首先考虑  $x_4$ ，因为它到  $f$  的级数少，而不能首先考虑  $x_1$  或  $x_2$ 。图 4(b) 和 4(c) 分别为次序  $x_4, x_3, x_1, x_2$  和  $x_1, x_2, x_3, x_4$  下的未简化 BDD。两线 BDD 节点数分别为 4 和 6，而路径数分别为 5 和 7。

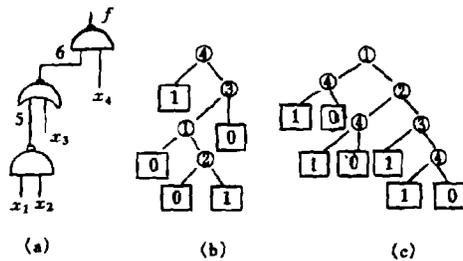


图 4 不同级数下引线次序对 BDD 的影响

### 3.4 BDD 冗余节点简化

随着电路规模的增大，电路的 BDD 描述相应就变得复杂。如不考虑 BDD 冗余节点的消除和子结构共享，对于一个未简化的 BDD，它最大的节点数可能为  $2^N - 1$  ( $N$  为单输出电路的输入数目)。从存储意义上讲这是不可接受的。当电路为多输出结构时，整个电路的 BDD 节点数将非常大，从而大大影响基于 BDD 描述的验证和测试生成效率。因此有必要在构造 BDD 过

程中对 BDD 进行简化。根据电路的逻辑网表描述获得的 BDD 除存在大量的冗余节点之外, 还存在许多相同的子结构。因此简化的内容包括冗余节点的删除以及同构子图的共享。

根据上述分析, 可获得各种拼接规则。主要有代表性的几条如下:

**规则 1** 对多输出电路, 为达到节点的共享, 应使输出共享的变量保持不变的次序并尽可能地放在靠近终端节点的位置。

**规则 2** 如果是“与”(“与非”)拼接, 则以到达终端节点取 1 值的路径少的 BDD 为基本门放在上面较好。如果是“或”(“或非”)门拼接, 则以到达终端节点取 0 值的路径少的 BDD 为基本门放在上面较好。

**规则 3** 对于重汇聚的输入线, 在 BDD 构造时应首先考虑。

**规则 4** 在构造 BDD 时为了获得电路中间引线的值, 应考虑在终端节点处构造丢失的变量分支。

**规则 5** 对于待拼接的 BDD, 如果输入 BDD 来自电路不同的层, 应首先考虑层数相对小的输入 BDD 并把它作为基本 BDD, 而层数大的输入 BDD 作为副本。

**规则 6** 重复节点的删除和相同子图的共享。同一个节点具有两个相同的子节点(包括对应的子图)时, 可以消去其中一个子节点, 并以剩下的节点代替该节点。不同的节点具有相同的子节点(包括对应的子图)时, 可以共享。

**规则 7** 互补节点的共享。若一个节点所对应的函数正好是另一个节点所对应的补函数, 则采用补标记后可共享子图。

## 4 拼接效果

基于拼接的 BDD 构造存在如下特点:

(1) 构造简单、实用。从初级输入到输出一级一级的递推构造, 各种结构中的 BDD 构造特点都给予详细的分析, 由此得到的拼接规则直观、简单, 程序实现容易。在 BDD 构造过程中, 克服了基于 ITE 布尔操作中存在的变量分解问题, 从而相应提高了速度。实验证明采用拼接方法效率较高, 可获得较佳的结果。

(2) 面向多输出电路的冗余节点消去和子图共享。

(3) 基于输入变量与输出线关系的排序方法。

(4) 采用动态数组, 存储电路中间引线的值, 面向验证、测试生成和故障模拟。

基于拼接方法的 BDD 节点数  $N$  应与整个电路的门数  $g$ 、电路级数  $l$ 、最大输入线数  $i$  和扇出引线数  $f$  紧密相关。考虑整个电路的每一级的门数分别为  $p_1, p_2, \dots, p_l (p_1 + p_2 + \dots + p_l = k)$ 。显然第一级节点数的上界为  $p_1 i$ , 第二级为  $p_2 i^2, \dots$ , 第  $p_l$  级为  $p_l i^{p_l}$ 。因此 BDD 节点数与门的最大输入线数应该成多项式关系。如果从原始输入到输出的递推构造过程来看, 由于下一级 BDD 的节点数一般为上一级各引线 BDD 的节点数的累加, 因此, 基于拼接方法构造的 BDD, 它的节点数与输入数、扇出分支数、电路级数、扇出数和电路门数成一定的多项式或线性关系。理论上讲, 在最坏情况下, BDD 节点数与变量数  $n$  成指数关系, 但在实际 BDD 的构造过程中, 最坏情况很少出现, 从本文实验分析可知, 电路各输出线的 BDD 节点数不存在与级数、输入数和门数的指数趋势关系。由实验(表 3)可知, 本文所提出的 BDD 拼接构造方法是非常有效的。

表 3 拼接构造结果

电路名称	C432	C499	C880	C1355	C1908	C2670	C3540	C5315
结点数( $N$ )	10212	29017	21766	60232	33056	28153	188947	30297
时间(s)	42.1	67.2	59.5	415.7	337.5	631.0	401.0	533.7
输入线数( $i$ )	36	41	60	41	33	233	50	178
级数( $l$ )	7	11	24	24	40	32	47	49
扇出源( $f$ )	81	59	125	259	385	454	579	806
门数( $g$ )	203	275	269	619	938	1566	1741	2608

## 5 结 论

大型数字电路的功能描述是一个非常困难的研究问题。利用电路的网表描述或逻辑表达式提取 BDD 的描述是一个重要的基础工作。一个有效的和简化的 BDD 将大大提高验证和测试生成效率。本文面向验证和测试生成,以来源于预处理的电路结构知识为启发信息,在总结出的规则指导下,提出独特的 BDD 拼接构造方法。将对数字电路的设计和验证产生重要的影响。

## 参 考 文 献

- [1] Lee C. Representation of switching circuits by BDDs. *Bell Sys. Tech. J.*, 1959, 38(7): 985-999.
- [2] Bryant R E. Graph-based algorithms for Boolean function manipulation. *IEEE Trans. on Comput.*, 1986, C-35(8): 677-691.
- [3] Brace K S, Rudell R E, Bryant R E. Efficient implementation of a BDD package. *Design Autometion'87*, 1987, 40-45.
- [4] Jain J, *et al.* IBDDs: An efficient functional representation for digital circuits. *Design Autometion'92*, 1992, 440-446.
- [5] Minato S, Ishiura N, Yajima S. Shared BDD with attributed edge for efficient Boolean functional manipulation, *DA'90*, 1990, 52-57.

## MULTIPLE OUTPUT CIRCUIT-BASED BDD ANALYSIS AND DESIGN

He Xinhua      Gong Yunzhan

(*Armored Force Engineering Institute, Beijing 100072*)

Wei Daozheng

(*ICT, Academia Sinica, Beijing 100080*)

**Abstract** Effective description for Binary Decision Diagram(BDD) has proven useful in many applications as data structure for Boolean function. Based on the BDD of standard gate, recursive appending from primary input to output for BDD construction is proposed. Several benchmark circuits is shown to verify this method.

**Key words** Binary decision diagram, Vertex, Share, Variable ordering

何新华: 男, 1963 年生, 付教授, 博士, 现从事数字电路 CAT 及软件工程研究工作。

宫云战: 男, 1962 年生, 教授, 博士, 现从事数字电路 CAT 及软件工程研究工作。

魏道政: 男, 1930 年生, 研究员, 博士生导师, 从事数字电路 CAT 及可测性设计的研究工作。