

最佳稀疏直线阵列的分区穷举综合法

陈客松 何子述 韩春林
(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

摘要 综合稀疏直线阵列(单元从规则栅格中稀疏)时,为了增强穷举法的有效性,该文提出了结合分区预处理的穷举综合法,并与其他优化布阵方法进行了分析和比较,仿真结果表明:分区穷举法具有相当的实效性和优越性。

关键词 天线阵, 稀疏阵列, 穷举法, 旁瓣电平, 优化布阵

中图分类号: TN 911.7, O224

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)11-2030-03

Divisional Exhaustive Method Applied to Optimum Thinning of Linear Arrays

Chen Ke-song He Zi-shu Han Chun-lin
(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract In order to improve the actual effect of exhaustive method, which is applied to synthesize the linear thinned arrays (whose elements are thinned from the uniform grid), a new method of exhaustive method with divisional pre-processing is proposed in this article firstly, and then the Divisional Exhaustive (DE) is compared with other methods of optimizing arrays. Finally, the simulated results showing the performance (actual effect and advantages) of this method are presented.

Key words Antenna arrays, Thinned arrays, Exhaustive method, Side-lobe level, Optimized arrays

1 引言

综合稀疏直线阵列(阵元从栅格间距为半波长的规则栅格中稀疏)时,已经出现了动态规划法^[1]、统计法、穷举法、遗传算法、模拟退火法等诸方法。除穷举综合法以外,其他方法只能得到近似最优解或工程满意解,尽管穷举法可得到最优解,但因综合较大阵列(阵元数 $N \geq 20$, 孔径 $L \geq 30\lambda$)时计算量大而使得其有效性很差,所以穷举法仅用于综合小型稀疏阵或作为评价其他方法的解时的参考。文献[2]提出在动态规划前先采用分区预处理,无疑,这种预处理是有重要意义的,分区的理论公式蕴涵了统计设计的思想,而且分区使得方法的计算量能有效地通过分区数的大小得到控制。然而,正如LO^[3]本人及后来诸多学者所指出的那样,动态规划用于优化布阵是有效的,但却不是最优的^[2],原因是动态规划作为一种多阶段决策方法,应用的前提是最优化问题满足无后效性,而这种无后效性在稀疏天线阵列优化设计这个优化问题中是不成立的。事实已经表明^[3,4]:第1个阵元的最佳位置不只是取决于第2个阵元的位置,前 $(n-1)$ 个阵元的最佳分布也不是只取决于第 (n) 个阵元位置,因此动态规划不论是应用于整个阵列口径上^[1],还是分区后的局部口径上^[2],其寻优效果都是有限的,所以分区预处理所能达到的最佳布阵效果通过动态规划是不能充分体现的。如果与分区预处理结合的是穷举法,则不仅能使分区预处理后的最佳布阵(最优

解)得以实现,而且分区使穷举法的计算量显著下降,可以增强穷举法的有效性。只要分区预处理将阵列口径的每个分区上正确地分配了阵元数,分区预处理结合穷举的寻优法就取得了整个阵列口径上采用穷举法的效果,即得到了最优的布阵方案。

综上所述,阵列口径上所有的阵元位置共同决定了稀疏阵的性能,所以稀疏阵优化布阵过程不能应用动态规划中的分段穷举法,为了与分段穷举法相区别,称本文中的穷举法结合分区预处理的稀疏阵综合方法为稀疏阵列的分区穷举综合法。

2 分区思想及分区公式修正

遵循的最佳布阵问题的优化准则以及阵列口径上分区的理论依据和方法参看文献[2],本文不再赘述。

分区预处理的结果是确定阵列口径上各个分区分派阵元的数目,分区理论公式的准确性将直接决定能否寻优到最优解。根据ISHIMARU的理论分析^[5],可假定与稀疏对称线阵等效的连续天线孔径分布的归一化表达式^[2]为

$$Y(x) = x + \frac{2A}{\pi} \sin \pi x, \quad -1 < x < 1, \quad -1 < Y < 1 \quad (1)$$

式中 $Y(x)$ 为归一化阵元数目函数, x 为归一化的阵元位置变量, A 为小于 0.5 的正常数。

为确定分区公式的系数,文献[2]采用文献[1]的小阵(阵元数 $N=9$, 阵列口径 $L=19\lambda$, 栅格间距为半波长,栅格数为 39, 稀布率为 23%)的穷举布阵统计数据,运用最小二乘

法来确定分区公式的系数。它有两方面的局限性, 一方面是该对称小阵的半个口径上仅 3 个均匀分区, 显得偏少, 将影响到运用最小二乘法所得系数的有效性。另一方面, 工程中可能遇到各种稀布率(阵元数与栅格数之比)的稀疏阵综合问题。实验表明: 文献[2]中的式(6)作为各个分区内分配阵元数的理论公式, 它对稀布率为 23% 的稀疏阵综合是有效的, 而对稀布率偏离 23% 的稀疏阵, 分区公式的准确性明显不足, 其适用范围有限, 原因是确定分区公式的系数时没有考虑它与稀布率的关系。由于这两方面的原因, 本文对分区公式的系数作出修正, 以提高分区公式的准确性。

为此, 修改式(1)为

$$Y(x) = x + K(\eta) \sin \pi x, \quad -1 < x < 1, \quad -1 < Y < 1 \quad (2)$$

式中 η 为稀布率, $K(\eta)$ 为与稀布率有关的系数。

为确定系数 $K(\eta)$, 用穷举法研究阵口径为 21λ 的各种稀布率的稀疏阵的旁瓣特性, 选出旁瓣特性最优的一组(占总数的 0.3% ~ 3%), 将其阵元分布规律按整个阵列口径上的 5 个均匀分区作统计, 运用最小二乘法得到的系数如表 1 所示。

表 1 稀布率 η 与系数 $K(\eta)$ 的关系

Tab.1 The relation between the sparse ratio η and the coefficient $K(\eta)$

η	≤ 0.2	0.2~0.3	0.3~0.4	0.4~0.5
$K(\eta)$	0.1~0.31	0.16~0.23	0.18~0.31	0.22~0.28
η	0.5~0.6	0.6~0.7	0.7~0.8	≥ 0.8
$K(\eta)$	0.19~0.24	0.17~0.24	0.1~0.18	0.1~0.14

3 分区穷举综合法及其有效性

将阵列一半孔径 $L/2$ 等分成 M 个区, 栅格间距为 $\lambda/2$, 则每个区的栅格数为

$$G = \text{int}\left(\frac{L}{M \times \lambda}\right) \quad (3)$$

式中 $\text{int}()$ 为四舍五入取整函数。

由阵列口径 L 和总阵元数 N (由于阵列口径两端固定地放置阵元, 实际参与分配的阵元数为 $N-2$), 按照式(2)可以得到每个分区的阵元数 $N_1, N_2, \dots, N_M$

$$N_i = \text{int}\left[Y(i/M) \times \frac{N-2}{2}\right] - \sum_{j=1}^{i-1} N_j, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (4)$$

在各个区内, 用穷举法枚举出可能的子阵结构, 然后将各分区的布阵结果完全组合, 再镜像出另一半孔径的阵元分布, 就可以得到完整的阵列结构, 优化布阵问题的可行集就是这些完整的阵列结构之集, 显然分区预处理的最优布阵效果是可以通过穷举法得到充分体现的。

算法有效性不仅影响到穷举综合法应用的广泛性, 而且是穷举综合法能否被采用的关键因素。为方便比较算法的计算量, 可以估算优化过程中需计算的阵列的数量。设 N 为偶数, 穷举法就是分区数为 1 的分区穷举法, 其计算量为 $C_{\text{int}(L/\lambda)-2}^{N/2-1}$, 当阵元数 N , 口径 L 增加时, 穷举法因计算量急

剧增加而失效; 动态规划法^[1]就是分区数为 1 的分区动态规划法^[2], 其计算量^[6]为 $(N/2-1)[\text{int}(L/\lambda)-2]^2$, 当阵元数 N , 孔径 L 较大时计算量仍然较大^[2]; 分区预处理后, 计算量明显受分区数大小的影响, 分区穷举法的计算量是

$$C_{\text{DE}} = C_{G-1}^{N_1} C_{G-1}^{N_2} \prod_{i=2}^{M-1} C_G^{N_i} \quad (5)$$

式中 M 为分区数, N_i 为第 i 个分区内被分派的阵元数。

分区动态规划法的计算量是

$$C_{\text{DP}} = (N_1 + N_M)(G-1)^2 + \sum_{i=2}^{M-1} N_i G^2 \quad (6)$$

分析和试验表明, 相同条件下, 与分区动态规划法相比, 分区穷举法的计算量有一定增加, 但当每个区的栅格数 $G < 10$, 各分区的阵元数 $N_i < 5$ 时, 计算量的差别不显著, 增大分区数, 可使分区穷举法的计算量与动态规划法的计算量相当, 即分区预处理增强了穷举法的有效性, 且优化布阵效果优于分区动态规划法。

4 分区穷举法的优化性能分析

本文运用分区穷举综合法对两个常见的稀疏阵列以相同的优化准则(旁瓣性能最优)进行综合, 仅与分区动态规划法比较所得的“最优”阵列, 与其他方法所得阵列的比较参见文献[2]。

阵列 1: $L=19\lambda$, $N=9$, 栅格间距 $\lambda/2$, 分区数 $M=5$

阵列 2: $L=50\lambda$, $N=25$, 栅格间距 $\lambda/2$, 分区数 $M=10$

阵列 1 是文献[3]用穷举法求得了最优解的一例稀疏阵, 在扫描角范围 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 离散为 1024 点时, 最优解的副瓣电平是 -5.62dB , 阵元位置是: $0, \pm 0.5\lambda, \pm 2.5\lambda, \pm 4\lambda, \pm 9.5\lambda$, 仿真结果表明分区穷举法和分区动态规划法^[2,4]一样能寻优到这个最优解。

阵列 2 是不少文献提到的一例综合问题, 文献[2]采用分区动态规划法(partioned dynamic programming)优化所得的“最优”解的副瓣电平是 -9.62dB , 图 1 是该阵侧射时的波束图, 其阵元位置^[4]是

$0, \pm 3.0\lambda, \pm 3.5\lambda, \pm 4.5\lambda, \pm 5.0\lambda, \pm 5.5\lambda, \pm 6.5\lambda, \pm 9.0\lambda, \pm 10.5\lambda, \pm 13.5\lambda, \pm 17.5\lambda, \pm 22.5\lambda, \pm 25.0\lambda$ 。

运用本文的分区穷举综合法得到的最优稀疏阵的副瓣电平是 -10.484dB , 阵元位置是

$0, \pm 0.5\lambda, \pm 1.5\lambda, \pm 4.0\lambda, \pm 4.5\lambda, \pm 5.5\lambda, \pm 7.0\lambda, \pm 9.5\lambda, \pm 10.5\lambda, \pm 11.0\lambda, \pm 13.0\lambda, \pm 17.5\lambda, \pm 25.0\lambda$ 。图 2 是该阵侧射时的波束图, 可见分区穷举综合法取得了比分区动态规划法更好的稀疏效果。

5 结束语

由一组性能最优的稀疏阵列的阵元分布规律出发, 统计分析得到分区公式, 再反过来由分区公式分配一定数目的阵元后在该区上运用穷举综合法, 这一设计过程体现了从归纳

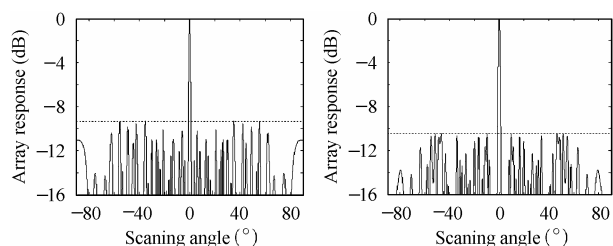


图 1 分区动态规划法
最优稀疏阵波束图

Fig.1 Radiation pattern of
the best thinned array
synthesized by PDP

图 2 分区穷举法
最优稀疏阵波束图

Fig.2 Radiation pattern of
the best thinned array
synthesized by DE

到演绎的思想方法。只要阵元分配准确，分区穷举法将寻优到真正最优解，这是分区预处理与穷举法结合的优势所在。分区数增加，计算量显著下降，方法有效性将大大提高，但分区公式是统计意义上得到的，阵元数一定时，若分区数过多，各分区上分派的阵元数太少，则阵元分配结果的合理性将下降，因此应用分区穷举法需折衷考虑计算量和寻优效果的相互影响。随着计算机技术的发展，结合稀疏矩阵的存储技术和计算方法，运用分区穷举综合法能更有效地综合口径更大、阵元数更多的稀疏阵。

参 考 文 献

- [1] Skolnik M L, Nemhauser G, Sherman J W III. Dynamic programming applied to unequally spaced arrays. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, 1964, AP-12(1): 35–43.
- [2] 姚昆, 杨万麟. 最佳稀布直线阵列的分区动态规划法. *电子学报*, 1994, 22(12): 87–90.
- [3] Lo Y T, Lee S W. A study of space tapered arrays. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, 1966, AP-14(1): 22–30.
- [4] 姚昆. 稀疏直线天线阵列的优化布阵技术研究. [博士学位论文], 电子科技大学, 1995.6.
- [5] Ishimaru A, Chen Y S. Thinning and broadbanding antenna arrays by unequal spacings. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1965, AP-13(1): 34–42.
- [6] Arora R K. Synthesis of unequally spaced arrays using dynamic programming. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, 1968, AP-16(5): 593–595.

- 陈客松: 男, 1973 年生, 博士生, 从事阵列天线综合、阵列信号处理、优化算法等方面的研究工作.
- 何子述: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 现主要从事阵列信号处理、智能天线、相控阵雷达等方面的研究工作.
- 韩春林: 男, 1962 年生, 教授, 主要从事阵列信号处理、合成孔径雷达技术、雷达成像等方面的研究工作.