第 24 卷 第 5 期　　电子与信息学报　　Vol.24 No.5
2002 年 5 月　　JOURNAL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY　　May 2002

一种改进的矢量量化码字搜索算法 [1]

徐润生　　张卫东　　许晓鸣　　陆哲明 *

(上海交通大学自动化系智能控制研究室 上海 200030)
*(哈尔滨工业大学自动化测试及控制系 哈尔滨 150001)

摘　要　该文利用图像矢量的平均值和方差，结合了最近邻域搜索算法，构造了一种新的快速矢量量化编码算法。将一个输入矢量分为两个子矢量，分别计算原始矢量、两个子矢量的和以及方差值，利用在这些数值基础上建立的一组三角不等式来排除不可能的码字。仿真结果表明新算法在所需时间和计算复杂度方面优于改进的 EENNS 算法，为矢量量化算法的研究提供了一种新的思路。

关键词　矢量量化，最近邻域搜索， EENNS 算法

中图号　TN911.73

1 引　言

自从 1980 年提出矢量量化器码书设计的 LBG 算法 [1,2] 以来，矢量量化 (Vector Quantization) 技术已经成功地应用到图像压缩和语音编码中。数据压缩可以分为可逆压缩 (冗余度压缩) 和不可逆压缩 (熵压缩) 。矢量量化是一种熵压缩技术。矢量量化技术也称查表编码，采用由 N 个 k 维采样序列组成的码书，对某个输入序列进行编码时选取码书中与该输入序列之间失真最小的序列，将其对应的标号 (需要 $\log_2 N$ 比特) 发送到接收端。接收端也具备相同的码书，解码时根据接收到的标号在码书中找到对应的序列。

矢量量化过程 [2] 可以定义为从 k 维欧几里德空间 R^k 到其一个有限子集 C 的一个映射，即 Q: $R^k \to C$, 其中 $C = \{C_i, i = 1, 2, \cdots, N\}$ 称为码书， N 为码书长度。该映射应满足: $Q(X|X \in R^k) = C_p$, 其中 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_k)$ 为 R^k 中的 k 维矢量， $C_p = (c_{p1}, c_{p2}, \cdots, c_{pk})$ 为码书 C 中的码字，它满足

$$D(X, C_p) = \min_{1 \le j \le n} D(X, C_j) \tag{1}$$

其中 $D(X, C_j)$ 为矢量 X 与码字 Y_j 之间的失真测度，

$$D(X, C_t) = \sum_{i=1}^{k} (x_i - c_{ti})^2 \tag{2}$$

其中 $C_t = \{c_{ti}, i = 1, 2, \cdots, k\}$, $X = \{x_i, i = 1, 2, \cdots, k\}$ 。

这样每一个输入矢量 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_k)$ 都能在码书 $C = \{C_1, C_2, \cdots, C_N | C_i \in R^k\}$ 中找到一个码字 $C_p = Q(X|X \in R^k)$ ，这个码字与输入矢量之间的失真是码书中所有码字中最小的。这样输入矢量空间通过量化器 Q 量化后，可以用分块阵 $S = \{S_1, S_2, \cdots, S_N\}$ 来描述，其中 S_i 是映射成码字 C_i 的所有输入矢量的集合，即 $S_i = \{X | Q(X) = C_i\}$, 满足 $\bigcup_{i=1}^{n} S_i = S$, 以及 $S_i \bigcap_{i \ne j} S_j = \emptyset$ 。

经典的全局搜索算法需要的计算量比较大 [3,4] ，而且为了获得好的编码结果，通常我们会采用较高维数和大尺寸的码书，这将导致运算量巨增，搜索时间也将延长许多。 PDS 算法是

[1] 2000-10-08 收到， 2001-05-09 定稿

一种简单而有效的码字搜索算法，考虑一个输入矢量 $X=\{x_i,i=1,2,\cdots,k\}$ 和两个码字矢量 $C_t=\{c_{ti},i=1,2,\cdots,k\}$ 和 $C_j=\{c_{j1},c_{j2},\cdots,c_{jk}\}$ ，有下面关系

$$D(X,C_t)=D_{\min} \tag{3}$$

若

$$\sum_{i=1}^{h}(x_i-c_{ji})^2 \geq D_{\min},\quad 1\leq h\leq k \tag{4}$$

则 $D(X,C_j)\geq D(X,C_t)$ 。

PDS 算法不必进行完整的偏差计算就可以排除多数不可能的码字，并以此提高码字搜索的效率。如果测试码字与输入矢量的部分偏差累积数值大于当前的最小偏差值，就可以排除该码字的可能性。

另外，现在还有等平均值最近邻域搜索算法 (ENNS)[5,6] 和在该算法基础上改进的 IENNS 算法 [7] ，以及等平均值等方差最近邻域搜索算法 (EENNS) 和在其基础上改进的 IEENNS 算法等快速搜索算法。

2 相关理论

在这里先介绍一下本文需要的一些概念和相关理论，包括上面提到的几种算法的简要描述，以方便本文新算法的提出。

定义 1　$X=\{x_i,i=1,2,\cdots,k\}$ 为 k 维矢量，$X_{(h)}=\{x_i,i=1,2,\cdots,h\}$ 为 X 的 h 维子矢量，则矢量 X 和子矢量 $X_{(h)}$ 的和分别为 S_X 和 $S_{X_{(h)}}$

$$S_X=\sum_{i=1}^{k}x_i,\quad S_{X_{(h)}}=\sum_{i=1}^{h}x_i,\quad 1\leq h\leq k \tag{5}$$

定义 2　$X=\{x_i,i=1,2,\cdots,k\}$ 为 k 维矢量，k 为偶数，X 的前半部分定义为 $X_f=\{x_1,x_2,\cdots,x_{k/2}\}$ ，后半部分定义为 $X_s=\{x_{(k/2)+1},x_{(k/2)+2},\cdots,x_k\}$ ，则 X_f 与 X_s 的和分别为 S_{X_f} 和 S_{X_s}

$$S_{X_f}=\sum_{i=1}^{k/2}x_i,\quad S_{X_s}=\sum_{i=k/2+1}^{k}x_i,\quad k\text{为偶数} \tag{6}$$

定义 3　h 维矢量 $X_{(h)}=\{x_i,i=1,2,\cdots,h\}$ 是 k 维矢量 X 的前 h 维构成的子矢量，则 $X_{(h)}$ 的方差 $V_{X_{(k)}}$ 可以表示为

$$V_{X_{(h)}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{h}(x_i-m_{X_{(h)}})^2} \tag{7}$$

其中 $m_{X_{(h)}}=S_{X_{(h)}}/h$ 。同理，V_{X_f} 和 V_{X_s} 分别是 X_f 和 X_s 的方差。

2.1 ENNS 算法

等平均值最近邻域搜索算法 (ENNS) 的主要思想是依据一条统计性的规律：编码结果产生的码字与输入矢量之间的平方和误差通常是整个码书中最小的。ENNS 算法可以通过下面判别不等式来表示，若

$$(S_X - S_{C_j})^2 \geq kD_{\min} \tag{8}$$

则 $D(X, C_j) \geq D_{\min}$ 。只要满足 (8) 式，该码字 C_j 就可以被排除。

2.2 EENNS 算法

等平均值等方差最近邻域搜索算法 (EENNS) 不但用到矢量的和，同时还要利用矢量的方差来排除偏差大的码字。 EENNS 算法可以用下面的判别不等式表示，若

$$(V_X - V_{C_j})^2 \geq D_{\min} \tag{9}$$

则 $D(X, C_j) \geq D_{\min}$ 。 EENNS 算法先计算判据 (8) 式，再计算判据 (9) 式，如果满足其中一条不等式，该码字就可以被排除。

2.3 IENNS 算法

改进的等平均值最近邻域搜索算法 (IENNS) 的思想是基于一种改进的绝对误差不等式判据，表示如下，若

$$(S_{X_{(h)}} - S_{C_{j(h)}})^2 \geq vD_{\min} \tag{10}$$

则 $D(X, C_j) \geq D_{\min}$ 。令 $v = h = k/2$ ，可以导出两个新的判据不等式:

(1) 对于 X_f 和 C_{jf} ，若

$$(S_{X_f} - S_{C_{jf}})^2 \geq (k/2)D_{\min} \tag{11}$$

则 $D(X, C_j) \geq D_{\min}$ 。

(2) 对于 X_s 和 C_{js} ，若

$$(S_{X_s} - S_{C_{js}})^2 \geq (k/2)D_{\min} \tag{12}$$

则 $D(X, C_j) \geq D_{\min}$ 。

首先，计算码书中每个码字矢量各自的和，以及它们子矢量的各自的和，并按照码字矢量的和对它们重新排序 (例如，按升序排列) 。计算输入矢量的和以及它的两个子矢量各自的和。找出与输入矢量和值最相近的码字作为试探解，并计算它们之间的误差 $D_{\min}$ 。再利用当前的 $D_{\min}$ 对其他码字进行测试，如果满足上述不等式，排除该码字；如果不满足，则调用 PDS 算法，并更新 $D_{\min}$ 值。

2.4 IEENNS 算法

作为 EENNS 的改进算法， IEENNS 算法与前者不同之处在于它将矢量的和以及方差同时应用，并构造了新的判据不等式，若

$$(V_x - V_{c_j})^2 + k(S_X - S_{C_j})^2 \geq kD_{\min} \tag{13}$$

则 $D(X, C_j) \geq D_{\min}$ 。在 IEENNS 算法中，先利用前面提到的判据测试码字，如果不能排除，再调用不等式 (13) ，满足上述不等式中任何一条的码字都可以排除。

3 本文算法

在总结了上述几种算法的特点之后，本文提出了一种新的判据，可以更大范围的排除不可能的码字，以提高整个编码运算的速度。首先，经过证明可以导出定理 1 。

定理 1　$X=\{x_i,i=1,2,\cdots,k\}$ 是 k 维输入矢量，$X_{(h)}=\{x_1,x_2,\cdots,x_h\}$ 是 X 的 h 维子矢量，$C_j=\{c_{j1},c_{j2},\cdots,c_{jk}\}$ 是码书 C 中的码字，$C_{j(h)}=\{c_{j1},c_{j2},\cdots,c_{jh}\}$ 是 C_j 的 h 维子矢量。$S_{X_{(h)}},V_{X_{(h)}},S_{C_{j(h)}},V_{C_{j(h)}}$, 分别为 $X_{(h)}$，$C_{j(h)}$ 的和及方差，则有

$$vD(X,C_j)\geq(S_{X_{(h)}}-S_{C_{j(h)}})^2+h(V_{X_{(h)}}-V_{C_{j(h)}})^2,\quad h\leq v\leq k \tag{14}$$

证明　因为 $vD(X,C_j)\geq(S_{X_{(h)}}-S_{C_{j(h)}})^2,\quad h\leq v\leq k$

有 $(S_{X_{(h)}}-S_{C_{j(h)}})^2+h(V_{X_{(h)}}-V_{C_{j(h)}})^2\leq h\sum_{i=1}^{h}(x_i-c_{ji})^2$

由于 $h\sum_{i=1}^{h}(x_i-c_{ji})^2\leq vD(X,C_j),\quad h\leq v\leq k$

有 $(S_{X_{(h)}}-S_{C_{j(h)}})^2+h(V_{X_{(h)}}-V_{C_{j(h)}})^2\leq vD(X,C_j)$　　证毕

由定理 1 可以导出下面 3 个判据不等式

(1) 对于输入矢量 X 和码字 C_j，令 $v=h=k$, 若

$$(S_X-S_{C_j})^2+k\cdot(V_X-V_{C_j})^2\geq kD_{\min} \tag{15}$$

则 $D(X,C_j)\geq D_{\min}$。

(2) 对于子矢量 X_f 和 C_{jf}，令 $v=h=k/2$, 若

$$(S_{X_f}-S_{C_{jf}})^2+(k/2)(V_{X_f}-V_{C_{jf}})^2\geq(k/2)D_{\min} \tag{16}$$

则 $D(X,C_j)\geq D_{\min}$。

(3) 对于子矢量 X_s 和 C_{js}，令 $v=h=k/2$, 若

$$(S_{X_s}-S_{C_{js}})^2+(k/2)(V_{X_s}-V_{C_{js}})^2\geq(k/2)D_{\min} \tag{17}$$

则 $D(X,C_j)\geq D_{\min}$。

在上述不等式的基础上，本文提出的算法可以描述如下：

步骤 1　计算码书中各个码字的 $S_{C_j},V_{C_j},S_{C_{jf}},V_{C_{jf}},S_{C_{js}},V_{C_{js}}$ 值，再按照 S_{C_j} 的升序将码字重新排序，置 $h=k/2$；

步骤 2　计算输入矢量的 $S_X,V_X,S_{X_f},V_{X_f},S_{X_s},V_{X_s}$ 值；

步骤 3　找到输入矢量的试探解码字 C_i，$i=\arg\min_j|S_X-S_{C_j}|$；

步骤 4　计算输入矢量与试探解 C_i 之间的误差并置给 $D_{\min}$，令 $p=1$, $D_{\min p}=h\cdot D_{\min}=\sum_{i=1}^{h}D_{\min}$, $D_{\min t}=D_{\min p}+D_{\min p}$, $SD_{\min p}=\sqrt{D_{\min p}}$, $SD_{\min t}=1.4142SD_{\min p}$

步骤 5　如果 $i+p>N$，转到步骤 6；否则，检验下一个码字 C_{i+p}；

步骤 5.1　计算 $D_t=(S_X-S_{C_{i+p}})$，如果 $D_t\geq SD_{\min t}$ 或 $D_t\leq -SD_{\min t}$，排除 C_{i+p}，转到步骤 6；否则，转到步骤 5.2；

步骤 5.2　计算 $D_1=|S_{X_f}-S_{C_{(i+p)f}}|$ 和 $D_2=|S_{X_s}-S_{C_{(i+p)s}}|$，如果 $D_1\geq SD_{\min p}$ 或 $D_2\geq SD_{\min p}$，排除 C_{i+p}，转到步骤 6；否则，转到步骤 5.3；

步骤 5.3　计算 $D_t=D_tD_t+k(V_X-V_{C_{i+p}})^2$，如果 $D_t\geq D_{\min t}$，排除 C_{i+p}，转到步骤 6；否则，转到步骤 5.4；

步骤 5.4　计算 $D_1=D_1D_1+h(V_{X_f}-V_{C_{(i+p)f}})^2$ 和 $D_2=D_2D_2+h(V_{X_s}-V_{C_{(i+p)s}})^2$，如果 $D_1\geq D_{\min p}$ 或 $D_2\geq D_{\min p}$，排除 C_{i+p}，转到步骤 6；否则利用 PDS 算法来计算新

表 1 几种算法的编码时间与误差计算次数比较

码书尺寸	搜索算法	平均所需时间 (s)		误差平均计算次数	
		LENA	PEPPERS	LENA	PEPPERS
128	全局搜索算法	15.37	15.35	128	128
	IENNS 算法	1.27	1.23	6.22	5.33
	IEENNS 算法	1.08	1.05	4.01	3.31
	本文算法	1.04	1.00	3.18	2.56
256	全局搜索算法	33.14	33.14	256	256
	IENNS 算法	2.04	1.96	11.29	10.26
	IEENNS 算法	1.55	1.49	7.26	6.38
	本文算法	1.45	1.41	5.54	4.77
512	全局搜索算法	64.46	64.47	512	512
	IENNS 算法	3.31	3.27	20.41	19.31
	IEENNS 算法	2.40	2.35	13.21	12.20
	本文算法	2.34	2.28	9.79	9.08
1024	全局搜索算法	129.13	129.13	1024	1024
	IENNS 算法	7.25	7.17	38.40	37.93
	IEENNS 算法	4.59	4.53	23.65	22.89
	本文算法	4.48	4.41	17.42	16.74

的 $D_{\min}$，置 $D_{\min p} = hD_{\min} = \sum_{i=1}^{h} D_{\min}$, $D_{\min t} = D_{\min p} + D_{\min p}$, $SD_{\min p} = \sqrt{D_{\min p}}$, $SD_{\min t} = 1.4142 SD_{\min p}$, 转到步骤 6；

步骤 6 如果 $i - p < 1$，转到步骤 7；否则检验下一个码字 C_{i-p}；

步骤 6.1 计算 $D_t = (S_X - S_{C_{i-p}})$，如果 $D_t \geq SD_{\min t}$ 或 $D_t \leq -SD_{\min t}$，排除 C_{i-p}，转到步骤 7；否则，转到步骤 6.2；

步骤 6.2 计算 $D_1 = |S_{X_f} - S_{C_{(i-p)f}}|$ 和 $D_2 = |S_{X_s} - S_{C_{(i-p)s}}|$，如果 $D_1 \geq SD_{\min p}$ 或 $D_2 \geq SD_{\min p}$，排除 C_{i-p}，转到步骤 7；否则，转到步骤 6.3；

步骤 6.3 计算 $D_t = D_t D_t + k(V_X - V_{C_{i-p}})^2$，如果 $D_t \geq D_{\min t}$，排除 C_{i-p}，转到步骤 7；否则，转到步骤 6.4；

步骤 6.4 计算 $D_1 = D_1 D_1 + h(V_{X_f} - V_{C_{i-p}})^2$ 和 $D_2 = D_2 D_2 + h(V_{X_s} - V_{C_{(i-p)s}})^2$，如果 $D_1 \geq D_{\min p}$ 或 $D_2 \geq D_{\min p}$，排除 C_{i-p}，转到步骤 7；否则，利用 PDS 算法来计算新的 $D_{\min}$，置 $D_{\min p} = hD_{\min} = \sum_{i=1}^{h} D_{\min}$, $D_{\min t} = D_{\min p} + D_{\min p}$, $SD_{\min p} = \sqrt{D_{\min p}}$, $SD_{\min t} = 1.4142 SD_{\min p}$, 转到步骤 7；

步骤 7 置 $p = p + 1$，如果 $i + p > N$ 或 $i - p < 1$，算法结束，否则，转回到步骤 5。

4 仿真结果

为了检验本文算法的性能，这里将全局搜索算法、IENNS 算法、IEENNS 算法与本文算法在相同环境下进行仿真。仿真采用 LBG 算法生成码书，利用分割成 4×4 的 LENA(大小 512×512，单色 256 灰度) 作为训练集，码书大小为 128、256、512 和 1024。再用生成的码书对 PEPPERS 进行编码，仿真结果列于表 1 中。

本文算法在不影响图像质量的前提下，着重于缩短算法的平均编码时间，并力图减少编码中的误差计算量。从表 1 中我们可以看到本文算法的平均编码时间比全局搜索算法要少许多，大约是它的 1/30，大大地节约了运算时间。在搜索过程中的误差计算次数也是衡量编码算法的一项重要指标，它关系到该算法的实用性，本文算法相对于全局搜索算法有显著的提高，改进的 EENNS 算法的平均误差计算次数是本文方法的 1.4 倍左右。

5 结 论

本文在 PDS 算法、ENNS 算法、EENNS 算法的基础上提出了一种新的矢量量化快速编码算法，它充分利用矢量及其子矢量的平均值和方差的特性，构造了一组更完备的不等式判据，在编码过程中以尽可能快的方式剔除不可能的码字，提高了矢量量化编码的速度，节约了编码时间，减少了运算量。仿真结果表明本文算法的两项主要性能指标都优于本文先前提到的几种算法。

参 考 文 献

[1] R. M. Gray, Vector quantization, IEEE ASSP Magazine, 1984, 1(1), 4–29.

[2] Y. Linde, A. Buzo, R. M. Gray, An algorithm for vector quantizer design, IEEE Trans. on Commun, 1980, COM-28(1), 84–95.

[3] C. D. Bei, R. M. Gray, An improvement of the minimum distortion encoding algorithm for vector quantization, IEEE Trans. on Commun, 1985, COM-33(10), 1132–1133.

[4] C. M. Huang, Q. Bi, G. S. Stiles, R. W. Harris, Fast full search equivalent encoding algorithms for image compression using vector quantization, IEEE Trans. on Image Processing, 1992, 1(3), 413–416.

[5] L. Guan, M. Kamel, Equal-average hyperplane partitioning method for vector quantization of image data, Pattern Recognition letter, 1992, 13(10), 693–699.

[6] S. W. Ra, J. K. Kim, Fast mean-distance-ordered partial codebook search algorithm for image vector quantization, IEEE Trans. on CAS II, 1993, 40(9), 576–579.

[7] J. S. Pan, K. C. Huang, A new vector quantization image coding algorithm based on the extension of the bound for Minkowski metric, Pattern Recognition, 1998, 31(11), 1757–1760.

AN IMPROVED CODEWORD SEARCHING ALGORITHM FOR VECTOR QUANTIZATION

Xu Runsheng Zhang Weidong Xu Xiaoming Lu Zheming*

(*Institute of Intelligent Control, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030, *China*)

*(*Dept. of Automatic Test and Control, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001, *China*)

Abstract In this paper, an improved codeword searching algorithm is proposed on the basis of nearest-neighbor search algorithm. The new algorithm considers the sums and variances of image vectors. A vector is separated into two subvectors: the first half of the coordinates and the second half of the coordinates. Calculate the sums and variances of the vector and its two subvectors. Apply the result to a set of inequalities to eliminate the impossible codeword candidates. The simulation results show that the proposed algorithm is faster than the improved EENNS algorithm, and it also has the advantage in decreasing the computing complexity.

Key words Vector quantization, Nearest-neighbor search, EENNS algorithm

徐润生： 男，1974 年生，博士生，研究方向是图像编码及信号处理.

张卫东： 男，1967 年生，教授，博士生导师，研究方向是复杂工业过程的鲁棒控制，数字信号处理.

许晓鸣： 男，1957 年生，教授，博士生导师，上海交通大学副校长，研究方向是智能控制，数字信号处理.

陆哲明： 男，1974 年生，博士生，副教授，研究方向是语音及图像处理.