

## 冗余轮廓波变换的构造及其在 SAR 图像降斑中的应用

练秋生 孔令富

(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

**摘要** 构造了由非抽样塔式分解和方向滤波器组实现的冗余轮廓波变换。文中利用 McClellan 变换设计非抽样塔式分解中满足精确重构条件的圆对称滤波器组。利用冗余轮廓波变换系数的自适应局部统计模型及最大后验概率法对 SAR 图像进行降斑处理,并与基于平稳小波和轮廓波变换的降斑算法进行比较。结果表明,提出的算法能更有效地去除散斑噪声,并且具有更强的边缘保持能力。

**关键词** SAR 图像, 轮廓波变换, McClellan 变换, 散斑噪声

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)07-1215-04

## The Construction of Redundant Contourlet Transform and Its Application to SAR Image Despeckling

Lian Qiu-sheng Kong Ling-fu

(Institute of Information Science and Technology, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract** The redundant contourlet transform implemented by undecimated pyramidal decomposition and directional filter bank is proposed. The circular symmetric filter bank satisfying perfect reconstruction conditions in the undecimated pyramidal decomposition is designed by McClellan transform. The adaptive local statistical model in the redundant contourlet domain and MAP estimator are employed to reduce speckle noise in SAR images. Compared with the despeckling methods based on stationary wavelet and contourlet transform, the proposed algorithm can reduce speckle noise more effectively while preserving the edges of the SAR images.

**Key words** SAR image, Contourlet transform, McClellan transform, Speckle noise

### 1 引言

合成孔径雷达(SAR)是一种高分辨率成像雷达,具有全天候、全天候对地球进行观测的能力。然而,由于成像系统的相干性,SAR图像不可避免地受到散斑噪声的污染,它严重影响了SAR图像的后续处理和分类。散斑噪声抑制一直是SAR图像预处理的关键。在过去的20多年中,提出了许多抑制SAR图像散斑噪声的算法。这些算法可以分为3大类<sup>[1]</sup>:多视处理、空域滤波和基于小波变换的散斑噪声抑制算法。多视处理是早期采用的方法,它是在成像过程中以牺牲空间分辨率为代价来抑制散斑噪声。空域滤波法包括Lee滤波,Kuan滤波,Frost滤波,Gamma MAP滤波和数学形态学滤波及它们的增强形式。空域滤波虽然算法简单,其主要问题是滤波窗口大小和方向的选择,很难在抑制散斑噪声和边缘保持两者之间兼顾。为克服空域滤波的局限性,近年来,小波变换广泛应用于SAR图像去噪。由于常用的二维小波是由两个一维正交小波的张量积形成,其方向选择性非常有限,只有水平、垂直、对角线3个方向的二维小波不能以最稀疏的方式表示图像的轮廓及边缘信息,它不是表示图像的最优基<sup>[2]</sup>,这就使得小波变换在SAR图像降斑处理中表现出一定的局限性。基于小波变换的SAR图像降斑方法容易在图像的边

缘产生伪吉布斯效应,造成图像边缘信息的损失。为解决这个问题,Dai等最近提出了一种结合边缘检测和 平稳小波变换的SAR图像降斑方法<sup>[3]</sup>,该方法把图像分为均匀区域和边缘,对均匀区域和边缘分别采用不同的算法处理,最大限度地保留边缘信息。然而,在含噪SAR图像中如何可靠地检测边缘本身就是一个非常具有挑战性的课题。

为克服小波变换方向选择性差的局限性,Candes和Donoho等提出了曲线波变换(Curvelet transform)<sup>[4]</sup>。曲线波是在二维连续空间 $R^2$ 中定义的多方向基,具有良好的空域和频域局部性及非线性逼近性能,它是表示具有二阶可微分段平滑曲线边缘图像的最优基。Do和Vetterli最近提出了一种多分辨率多方向离散图像变换,即轮廓波变换(Contourlet transform)<sup>[5]</sup>,它可以认为是Curvelet的一种离散实现。但轮廓波变换也存在一些不足:轮廓波变换的基函数光滑度不理想,存在频谱混淆现象,从而削弱了它的方向选择性。文献[6]将轮廓波用于图像去噪,取得了比传统二维正交小波更好的去噪效果,但与平稳小波相比,去噪性能有较大差距。针对轮廓波变换的这些局限,本文构造了一种冗余轮廓波变换,并将其应用于SAR图像降斑处理,取得了满意效果。

### 2 轮廓波变换

轮廓波变换由拉普拉斯塔式分解(Laplacian pyramid)和方向滤波器组(Directional Filter Banks, DFB)实现<sup>[5,6]</sup>。拉普拉

2004-12-07 收到,2005-04-29 改回  
河北省教育厅自然科学基金(2004124)和博士基金(B2001218)资助课题

斯塔式分解把原始图像分解为低频子带和高频子带。其中低频子带是由原始图像经过二维低通滤波和隔行隔列下抽样(Downsampling)产生;低频子带经过上抽样(Upsampling)和低通滤波后形成与原始图像尺寸相同的低频分量,原始图像减去低频分量形成高频子带。高频子带再经过方向滤波器组分解为  $2^{l_j}$  个方向子带(对于不同的分辨率  $j$ ,  $l_j$  可以取不同值)。对低频子带重复上述过程可实现多分辨率多方向分解,即

$$l^2(Z^2) = V_J \oplus \left( \bigoplus_{j=1}^J \bigoplus_{k=0}^{2^{j-1}} W_{j,k} \right) \quad (1)$$

式中  $l^2(Z^2)$  为二维离散希尔伯特空间,  $V_J$  为低频子空间,  $W_{j,k}$  为方向子空间,  $W_{j,k}$  的基函数称为轮廓波。图 1 给出了理想情况下轮廓波变换的频带划分。在实现轮廓波变换时,拉普拉斯塔式分解中的  $H$ ,  $G$  为二维可分离双正交滤波器组,它们的带宽均大于  $\pi/2$ , 根据多抽样率理论<sup>[7]</sup>,对滤波后的图像再进行隔行隔列下抽样会产生频谱混淆,因此低频子带和高频子带均存在频谱混淆现象。而各方向子带是由高频子带经过方向滤波器组形成,这意味着方向子带也同样存在频谱混淆现象(见图 5)。

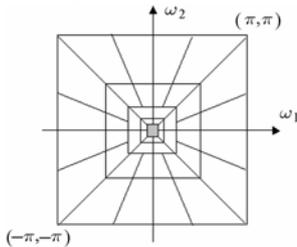


图 1 轮廓波变换的频带划分  
Fig.1 Frequency partition of the contourlet transform

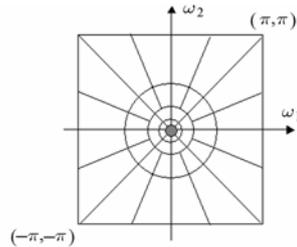


图 2 冗余轮廓波变换的频带划分  
Fig.2 Frequency partition of the redundant contourlet transform

### 3 冗余轮廓波变换

为消除轮廓波变换的频谱混淆现象,增强它的方向选择性,本文利用非抽样塔式分解和方向滤波器组构造了图 3 所示的多分辨率多方向图像变换,它实现图 2 所示的频带划分。图 3 所示图像变换去除了轮廓波变换的下抽样过程,其冗余度大于轮廓波变换,因此本文称之为冗余轮廓波变换。冗余变换不太适合图像压缩,但对图像去噪却十分有利<sup>[3]</sup>。与轮廓波变换不同,冗余轮廓波变换中的多分辨率分解不是通过拉普拉斯塔式分解来实现,而是直接由满足精确重构条件的圆对称滤波器组实现。由于在非抽样塔式分解过程中没有抽样环节,即使滤波器的带宽大于  $\pi/2$ ,其低频子带和高频子带也不会有频谱混淆现象产生。从图 1 可以看出,在轮廓波变换的频带划分中,各方向子带的频域支撑区均为梯形。而在图 2 所示的冗余轮廓波变换频带划分中,除最高分辨率的方向子带外,其余方向子带的频域支撑区为扇形,这与视皮层变换(Cortex transform)是一致的。视皮层变换是直接根据大脑视皮层中的简单细胞(Simple cell)感受野的频域特性而构造的<sup>[8]</sup>,因此冗余轮廓波变换更符合人眼视觉特性。

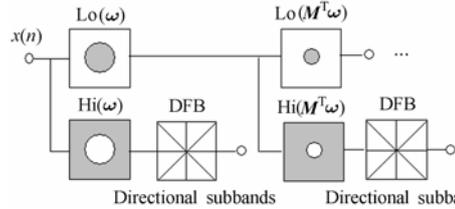


图 3 冗余轮廓波变换(图中  $\omega=(\omega_1, \omega_2)^T$ ,  $M=\text{diag}(2,2)$ , 阴影区表示滤波器的通带)

Fig.3 Redundant contourlet transform ( $\omega=(\omega_1, \omega_2)^T$ ,  $M=\text{diag}(2,2)$  The shaded area represents pass band)

由于方向滤波器组本身满足精确重构条件,为保证冗余轮廓波变换可逆,图 3 中的圆周对称滤波器组  $Lo$ ,  $Hi$  也必须满足精确重构条件。本文利用 McClellan 变换设计圆周对称滤波器组,它能将一维滤波器组映射为二维滤波器组,并且保持一维滤波器组的紧支撑,线性相位,精确重构及消失矩等特性<sup>[9]</sup>。从一维到二维滤波器的映射关系为

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = H_1(\omega) \Big|_{\cos \omega = g(\omega_1, \omega_2)} \quad (2)$$

其中  $g(\omega_1, \omega_2) = 0.5(\cos \omega_1 + \cos \omega_2 + \cos \omega_1 \cos \omega_2 - 1)$  (3)

由于  $g(\omega_1, \omega_2)$  的等高线近似圆形,因此  $H_2(\omega_1, \omega_2)$  为近似圆对称二维滤波器的频率响应。对  $H_2(\omega_1, \omega_2)$  进行傅里叶反变换即可得到二维滤波器的单位脉冲响应。图 4 是根据式(1)将一维 9/7 双正交滤波器组映射为二维滤波器组的设计结果。根据二维信号的多抽样率理论<sup>[7]</sup>,对  $Lo(\omega)$  和  $Hi(\omega)$  的单位脉冲响应进行上抽样可得到图 3 中第二级分解所需的圆对称滤波器,其频率响应分别为  $Lo(M^T \omega)$  和  $Hi(M^T \omega)$ ,  $M=\text{diag}(2,2)$ 。依此类推,对第  $j-1$  级的圆对称滤波器进行上抽样得到第  $j$  级圆对称滤波器,其频率响应分别为  $Lo((M^T)^{j-1} \omega)$  和  $Hi((M^T)^{j-1} \omega)$ 。

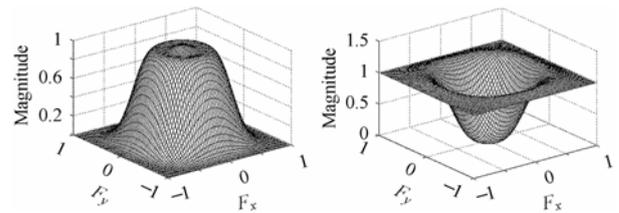


图 4  $Lo$ 及 $Hi$ 的频率响应 ( $F_x, F_y$ 为归一化频率, 1表示 $\pi$ )

Fig.4 Frequency response of  $Lo$  and  $Hi$  ( $F_x$  and  $F_y$  are normalized frequency, 1 represents  $\pi$ )

轮廓波变换必须满足正则性条件,即要求非抽样塔式分解中的低通滤波器  $Lo(\omega_1, \omega_2)$  在  $\omega_1 = \omega_2 = \pi$  处有高阶零点

$$\frac{\partial^{k_1+k_2} Lo(\omega_1, \omega_2)}{\partial \omega_1^{k_1} \partial \omega_2^{k_2}} \Big|_{\omega_1=\omega_2=\pi} = 0, \quad k_1+k_2 < N, k_1, k_2 \geq 0 \quad (4)$$

式中  $N$  的大小和轮廓波的光滑度及空域和频域局部性密切相关。 $N$  越大,则轮廓波的光滑度越高,频域局部性越好。但另一方面,  $N$  越大,  $Lo$  的空域尺寸变大,空域局部性越差。因此  $N$  的取值需要同时考虑频域局部性和空域局部性折中选取。本文利用 9/7 双正交滤波器组通过 McClellan 变换设计  $Lo$  和  $Hi$ ,  $N$  等于 4。9/7 双正交滤波器组的一维低通滤波器

$H_0(\omega)$  在  $\omega = \pi$  处有四阶零点, 它具有如下形式:

$$H_0(\omega) = (1 + \cos \omega)^2 q(\omega) \quad (5)$$

式中  $q(\pi) \neq 0$ , 根据式(2)将  $H_0(\omega)$  变换为  $Lo(\omega_1, \omega_2)$

$$Lo(\omega_1, \omega_2) = [1 + 0.5(\cos \omega_1 + \cos \omega_2 + \cos \omega_1 \cos \omega_2 - 1)]^2 \cdot q(\omega_1, \omega_2) \quad (6)$$

式中  $q(\pi, \pi) \neq 0$ , 对  $Lo(\omega_1, \omega_2)$  求偏导, 容易验证当  $N=4$  时, 式(4)成立。图5列出了两种轮廓波变换在同一分辨率下的基函数及其对应的频谱(为节省篇幅, 只列出了其中两个方向的基函数)。从图5可以看出, 与轮廓波变换相比, 冗余轮廓波变换的基函数的光滑度高, 并且没有频谱混淆现象, 方向选择性更强。而轮廓波变换的基函数有明显的频谱混淆现象, 这意味着同一方向信息会在几个方向子带中同时出现, 从而在一定程度上削弱了轮廓波变换的方向选择性和能量聚集性。

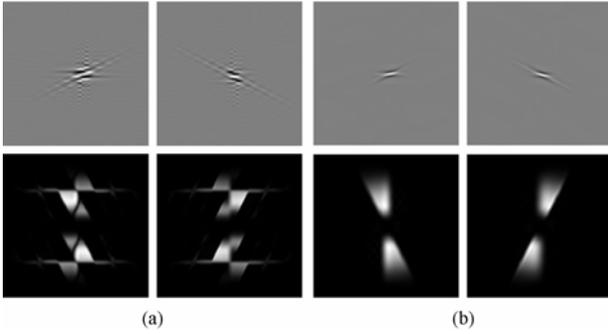


图5 两种轮廓波变换的基函数及其频谱比较  
(上面一行是空域图形, 下面一行是其对应的频谱)  
(a) 轮廓波变换 (b) 冗余轮廓波变换

Fig.5 The comparison of the basis function and frequency spectrum of the two contourlet transform

(The basis function and the corresponded frequency spectrum are showed in the top row and bottom row respectively)

(a) The contourlet transform (b) The redundant contourlet transform

#### 4 基于冗余轮廓波变换及其自适应局部统计模型的SAR图像降斑算法

一幅被散斑噪声污染的SAR图像可表示为:  $g = x\eta$ ,  $x$  为不含噪声的图像,  $\eta$  为散斑噪声。对含噪图像  $g$  进行对数变换得到:  $g_1 = x_1 + \eta_1$ 。其中  $g_1 = \ln(g)$ ,  $x_1 = \ln(x)$ ,  $\eta_1 = \ln(\eta)$ ,  $\eta_1$  近似服从高斯分布,  $\eta_1$  的标准差可用 Donoho 提出的算法估计<sup>[10]</sup>。对  $g_1$  进行冗余轮廓波变换得到:  $y_k = w_k + n_k$ , 其中  $y$ ,  $w$  和  $n$  分别为  $g_1$ ,  $x_1$ ,  $\eta_1$  的冗余轮廓波变换系数,  $k$  代表系数的位置。由于冗余轮廓波变换是非正交的, 因此不同方向子带的噪声方差  $\sigma_n^2$  不相等, 需要分别计算; 另外  $n$  不再是白噪声, 但仍然服从高斯分布。去噪的目的就是根据  $y$  得到  $w$  估计值  $\hat{w}(y)$ 。本文采用最大后验概率法(MAP)估计  $\hat{w}(y)$ :

$$\hat{w}(y) = \arg \max_w p_{w|y}(w|y) \quad (7)$$

式中  $p_{w|y}$  为条件概率密度。根据贝叶斯公式得

$$\hat{w}(y) = \arg \max_w [p_{y|w}(y|w)p_w(w)] = \arg \max_w [p_n(y-w)p_w(w)] \quad (8)$$

上式可等效为

$$\hat{w}(y) = \arg \max_w [\ln p_n(y-w) + \ln p_w(w)] \quad (9)$$

其中  $p_n$  为  $n$  的概率密度:

$$p_n(u) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma_n) \exp(-u^2/2\sigma_n^2) \quad (10)$$

式(9)中的  $p_w$  为冗余轮廓波变换系数  $w$  的概率密度。对于正交小波变换, 各子带系数总体上服从广义高斯分布(GGD)<sup>[11]</sup>。GGD 常用来描述具有高陡度、长拖尾的数据分布, 冗余轮廓波变换系数分布也具有这个特点, 因此理论上  $p_w$  也可用 GGD 来表示。但 GGD 是一种全局统计模型, 不具有局部自适应能力。另外将 GGD 代入式(9), 得不到  $\hat{w}(y)$  的解析表达式, 只能采用数值计算方法。本文利用自适应局部统计模型来描述系数  $w$  的分布。通过大量实验, 发现不同区域的冗余轮廓波变换系数分布可以采用高斯分布或者拉普拉斯分布来逼近, 其概率密度分别为

$$p_1(w) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma_w) \exp(-w^2/2\sigma_w^2) \quad (11)$$

$$p_2(w) = (1/\sqrt{2}\sigma_w) \exp(-\sqrt{2}|w|/\sigma_w) \quad (12)$$

其中  $\sigma_w^2$  为  $w$  的局部方差, 它与  $w$  的位置  $k$  有关。根据  $y_k = w_k + n_k$ , 并且  $w$  与  $n$  统计独立得

$$\sigma_w^2 = \max(0, \sigma_y^2 - \sigma_n^2) \quad (13)$$

式中  $\sigma_y^2$  为  $y$  的局部方差, 它同样与  $y$  的位置  $k$  有关:

$$\sigma_y^2 = \sum_{y_i \in N(k)} y_i^2 / S, \quad N(k) \text{ 为 } y_k \text{ 的邻域, } S \text{ 为邻域尺寸, } S \text{ 取 } 9 \times 9.$$

若  $p_w(w) = p_1(w)$ , 将式(10), 式(11)代入式(9)得

$$\hat{w}(y) = \arg \max_w \left[ -(y-w)^2/2\sigma_n^2 - w^2/2\sigma_w^2 - \ln \sqrt{2\pi}\sigma_n - \ln \sqrt{2\pi}\sigma_w \right] \quad (14)$$

将中括号内的函数对  $w$  求导, 并令导数为 0 求得  $\hat{w}(y)$

$$\hat{w}(y) = y\sigma_w^2 / (\sigma_w^2 + \sigma_n^2) \quad (15)$$

若  $p_w(w) = p_2(w)$ , 采用类似的方法可得到

$$\hat{w}(y) = \text{sgn}(y) \max(0, |y| - (\sqrt{2}\sigma_n^2/\sigma_w)) \quad (16)$$

式中  $\text{sgn}$  为符号函数。本文利用  $y$  的四阶矩确定  $w$  的分布类型。假定  $p_w(w) = p_1(w)$ , 则  $y$  的四阶矩为

$$m_{4,1} = E(y^4) = E((w+n)^4) \quad (17)$$

将  $E(w^4) = 3\sigma_w^4$ ,  $E(n^4) = 3\sigma_n^4$ ,  $E(n^2w^2) = \sigma_n^2\sigma_w^2$ ,  $E(nw^3) = E(n^3w) = 0$  代入上式得

$$m_{4,1} = 3\sigma_w^4 + 6\sigma_w^2\sigma_n^2 + 3\sigma_n^4 \quad (18)$$

类似地, 如果  $p_w(w) = p_2(w)$ , 则  $y$  的四阶矩为

$$m_{4,2} = 6\sigma_w^4 + 6\sigma_w^2\sigma_n^2 + 3\sigma_n^4 \quad (19)$$

$y$  的四阶矩可用下式估计:

$$\hat{m}_4 = \sum_{y_i \in N(k)} y_i^4 / S \quad (20)$$

如果  $|\hat{m}_4 - m_{4,1}| \leq |\hat{m}_4 - m_{4,2}|$ , 表明  $w$  更接近高斯分布, 用式(15)计算  $w$  的估计值。

如果  $|\hat{m}_4 - m_{4,1}| > |\hat{m}_4 - m_{4,2}|$ , 表明  $w$  更接近拉普拉斯分

布, 要用式(16)计算  $w$  的估计值。将  $w$  的估计值  $\hat{w}(y)$  进行冗余轮廓波反变换再进行指数变换后即可得到降斑后的 SAR 图像。

## 5 实验结果

在实验中采用 X 波段机载单视 SAR 图像测试本文算法的降斑性能。为便于比较, 本文试验了 3 种图像变换: 轮廓波变换, 平稳小波变换和本文构造的冗余轮廓波变换, 3 种变换的冗余度分别为  $4/3$ ,  $3J+1$  和  $J+1$ ,  $J$  为分解级数, 在本文实验中 3 种变换的分解级数均为 4。表 1 列出了原始图像及 3 种变换对 SAR 图像降斑处理后均匀区域(图像右下角)的均值  $m$ , 标准差  $s$ , 散斑指数  $\beta$  和等效视数 ENL(其中  $\beta=s/m$ ,  $ENL=1/\beta^2$ )。散斑指数和等效视数是定量评价均匀区域散斑噪声抑制效果的主要参数。散斑指数越小, 即等效视数越大, 表示去散斑噪声效果越好。从表 1 和图 6 可以看出, 冗余轮廓波变换的去散斑噪声能力明显强于轮廓波变换和平稳小波变换。从图 6(b), 6(c), 6(d)可以看出, 显著的边缘特征在各图像中基本都得到保持, 但图 6(d)中的边缘更清晰。在图 6(b), 6(c)中, 特别是在图像中央的 V 字型区域, 边缘较模糊。

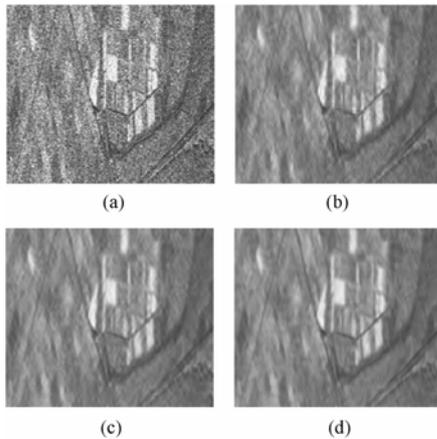


图 6 不同变换对 SAR 的降斑结果

(a) 原始 SAR 图像 (b) 轮廓波变换的降斑结果

(c) 平稳小波变换的降斑结果 (d) 冗余轮廓波变换的降斑结果

Fig.6 Despeckling result of the SAR images using different transforms  
(a)The original SAR image (b)The despeckling result of the contourlet transform (c)The despeckling result of the stationary wavelet transform  
(d) The despeckling result of the redundant contourlet transform

表 1 3 种变换对 SAR 图像降斑效果的定量评价参数

Tab.1 The quantitative measures of the despeckling images of the three transforms

	原始图像	轮廓波	平稳小波	冗余轮廓波
$m$	124.51	120.44	120.19	121.37
$s$	28.59	10.71	8.75	8.15
$\beta$	0.2296	0.0889	0.0728	0.0672
ENL	18.97	126.53	188.68	221.44

## 6 结束语

本文构造了一种由非抽样塔式分解和方向滤波器组实现的冗余轮廓波变换, 它去除了轮廓波变换的频谱混淆现象, 基函数更光滑, 方向选择性更强, 能够更好地表示图像边缘特征。在此基础上, 本文提出了基于冗余轮廓波变换系数自适应局部统计模型和最大后验概率法的 SAR 图像降斑算法, 不同区域系数的概率密度可用高斯分布或拉普拉斯分布来逼近, 并利用四阶矩来确定其分布类型。对 SAR 图像的降斑处理实验结果表明, 提出的算法能够在抑制散斑噪声的同时很好地保持原图像的边缘特征, 其性能优于基于平稳小波变换及轮廓波变换的 SAR 降斑算法。

## 参考文献

- [1] Argenti F, Alpatone L. Speckle removal from SAR images in the undecimated wavelet domain. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(11): 2363–2374.
- [2] Candes E J. Harmonic analysis of neural networks. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 1999, 6(2): 197–218.
- [3] Dai Min, Peng Cheng, Chan A K, et al.. Bayesian wavelet shrinkage with edge detection for SAR image despeckling. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, 42(8): 1642–1648.
- [4] Candes E J, Donoho D L. Curvelets: A surprisingly effective nonadaptive representation for object with edges. In *Curves and Surfaces*. Saint-Malo: Vanderbilt University Press, 1999: 105–121.
- [5] Do M N, Vetterli M. Contourlets and sparse image expansions. *Proc. SPIE*, 2003, 5207: 560–570.
- [6] Po D D, Do M N. Directional multiscale statistical modeling of images. *Proc. SPIE*, 2003, 5207: 69–79.
- [7] Viscito E, Allebach J P. The analysis and design of multidimensional FIR perfect reconstruction filter banks for arbitrary sampling lattices. *IEEE Trans. on Cir. and Syst.*, 1991, 38(1): 29–41.
- [8] Watson A B. The cortex transform: Rapid computation of simulated neural images. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1987, 39(3): 311–327.
- [9] Tay D B H, Kingsbury N G. Flexible design of multidimensional perfect reconstruction FIR 2-band filters using transformation of variables. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 1993, 2(4): 466–480.
- [10] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal special adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425–455.
- [11] Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell.*, 1989, 11(7): 674–693.

练秋生: 男, 1969 年生, 副教授, 博士生, 研究方向为小波分析、图像处理、生物识别。

孔令富: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为机器视觉、智能信息处理、并联机器人、自动控制。

