编队卫星 SAR 系统的模糊函数分析

李 俐 王岩飞 张冰尘

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘 要 从编队卫星 SAR 的特点出发,定义了编队卫星 SAR 的模糊函数,推导出了模糊函数的数学表达式,并进行了计算机仿真。仿真结果充分验证了本函数的有效性。通过分析模糊函数可以直观地看出编队卫星构型对系统分辨率的影响,这为卫星构型的选择提供了依据。

关键词 编队卫星, 模糊函数, 合成孔径雷达

中图分类号: TN959.74

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)03-0512-05

Ambiguity Function of Formation Flying Satellites SAR System

Li Li Wang Yan-fei Zhang Bing-chen

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China)

Abstract In this paper, the ambiguity function is defined and derived from the character of formation flying satellites SAR. The results of the computer simulations demonstrate the efficacy of the proposed function. Further, by analyzing the ambiguity function, it is clear to demonstrate the influence of satellites configuration on the system resolution, which provides principle for the selection of satellites configuration.

Key words Formation flying satellites, Ambiguity function, Synthetic Aperture Radar (SAR)

1 引言

编队卫星^[1-4]是近几年航天领域出现的新概念,它由多颗功能相似的小卫星组成,各卫星之间维持相对稳定的构型。系统中各颗卫星协同工作不仅能够完成单颗卫星的功能,而且还可以实现一些传统单颗卫星难以实现的功能,例如高分辨率合成孔径雷达(SAR)成像、数字高程图、地面动目标检测、地理定位等。

模糊函数是对雷达信号进行分析研究的有效工具,它描述了在采用匹配滤波处理的情况下,雷达系统所具有的分辨力、测量精度等性能。编队卫星 SAR 系统中,多颗卫星的存在使之有着与传统单星 SAR 不同的分辨特性。对编队卫星 SAR 模糊函数的分析有助于理解编队卫星 SAR 的分辨能力及编队构型对系统分辨率的影响。

国内外对模糊函数的研究主要集中在对传统单基地脉冲雷达各种波形的模糊函数研究上^[5,6]。Tsao等^[7]对双基地雷达的模糊函数进行了分析,考虑了双基地造成的时延和斜距间非线性情况下模糊函数的表示方法,但主要还是针对脉冲雷达的情况,缺乏对合成孔径情况下的双基地雷达模糊函数的分析。Goodman^[8]对卫星群的分辨率和模糊函数进行了分

析,他所提供的模糊函数图清晰地显示了分辨率与卫星构型 之间的关系,但没有给出模糊函数的具体表达式,不便于直 观地分析系统的分辨性能。

本文参考 Goodman 的分析方法,根据编队卫星 SAR 的特点定义了其模糊函数,推导了模糊函数的表达式,通过计算机仿真分析了其模糊特性。对编队卫星 SAR 模糊函数的研究有助于我们掌握系统的分辨特性,并为衡量卫星构型的好坏提供了依据。

2 编队卫星 SAR 模糊函数的定义

采用匹配滤波的雷达系统其分辨问题包括对距离的分辨和对距离变化率(即速度)的分辨两个方面。模糊函数有效地描述了雷达系统对距离和距离变化率的分辨能力,是雷达信号分析中一个非常重要的概念。雷达模糊函数可以定义为相对于参考目标有一定距离和速度的目标信号通过参考目标信号匹配滤波器时的匹配滤波输出。通常情况下由于单基地雷达中距离和时延以及距离变化率和多普勒频率间的线性关系,模糊函数表示为时延和多普勒频率的函数。

对于SAR而言,速度分辨率及其对距离分辨率的影响可以忽略^[9],因此可以把目标看作静止目标,这样模糊函数仅为距离的函数。在编队卫星SAR系统中,目标相对于发射机或者接收机的距离和时延之间不再是线性关系,所以我们把

其模糊函数表示为地面上点目标相对位置的函数。

下面建立编队卫星SAR系统的坐标系并详细推导其模糊函数表达式。编队卫星SAR系统的坐标系如图 1 所示,坐标原点定在 0 时刻系统的中心,x轴指向编队卫星系统飞行的方向,z轴背向地心,y轴与x,z轴构成右手系。假设编队卫星SAR系统由(M+1)颗卫星组成,其中一颗为发射卫星,位于卫星群的中心,称为主星,另外M颗卫星只接收回波信号,称为从星,卫星群以速度 v_a 沿x轴运动。假设地面为平坦的,则地面目标的z坐标都为 -h,其中h为主星相对于地面的高度。这样,地球表面上点的位置可以表示为(x,y,-h)。接收机在 t=0 时的位置定义为(rx,ry,rz),则给定时刻 t 其位置可以表示为 $(rx+v_at,ry,rz)$ 。主星也具有接收功能,对于给定时刻 t 其位置可以表示为 $(v_at,0,0)$ 。在SAR系统中,有两个时间概念:快时间 t_f 和慢时间 t_s 。在快时间内卫星的运动可以忽略,因此给定时刻 t 卫星的位置可以近似为对应慢时间 t_s 时的卫星位置 $(v_st_s,0,0)$ 。

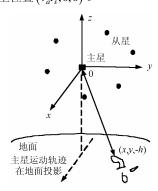


图 1 编队卫星构型图

令接收参数向量 $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} rx, ry, rz, t_f, t_s \end{bmatrix}^\mathsf{T}$, 地面点目标的坐

标向量 $\mathbf{x} = [x, y]^{\mathrm{T}}$, 其中 $(\cdot)^{\mathrm{T}}$ 表示向量的转置操作, 设忽略传

输衰减和目标反射系数后 $\mathbf{x}_0 = [x_0, y_0]^T$, $\mathbf{x} = [x, y]^T$ 处的两个点目标对应的回波信号分别为 $s_{r0}(\mathbf{x}_0, \mathbf{s})$ 和 $s_r(\mathbf{x}, \mathbf{s})$,则对两个目标的分辨能力可用两回波信号之差的模平方在接收参数范围内的积分来表示:

$$\varepsilon^{2} = \int_{w(s)} \left| s_{r}(\boldsymbol{x}, s) - s_{r0}(\boldsymbol{x}_{0}, s) \right|^{2} ds$$

$$= \int_{w(s)} \left| s_{r}(\boldsymbol{x}, s) \right|^{2} ds + \int_{w(s)} \left| s_{r0}(\boldsymbol{x}_{0}, s) \right|^{2} ds$$

$$- \operatorname{Re} \left[\int_{w(s)} s_{r}(\boldsymbol{x}, s) \cdot s_{r0}^{*}(\boldsymbol{x}_{0}, s) ds \right]$$
(1)

其中 w(s) 为由接收机和发射机决定的接收参数范围, $(\cdot)^*$ 表示复信号的共轭。

式 (1) 等 号 右 边 的 前 两 项 与 两 目 标 点 的 间 距 $\Delta x = [\Delta x, \Delta y]^T = [x - x_0, y - y_0]^T$ 无关,是一个常数。因此,把

$$\chi(\Delta x, \Delta y) = \int_{\mathcal{W}(s)} s_r(x, s) \cdot s_{r0}^*(x_0, s) ds$$
 (2)

定义为编队卫星SAR系统的模糊函数。

假设系统发射调频斜率为 k_r , 时宽为 T_r 的线性调频信号,载频为 ω_c ,则发射信号在 $t_f \in [-T_r/2,T_r/2]$ 内可以表示为

$$p(t_f) = \exp\left[j(\omega_c t_f + k_r t_f^2)\right] \tag{3}$$

根据前面建立的坐标系,某接收机收到的位于(x,y)处的点目标回波信号为

$$s_r(x;s) = \exp[j\psi(x,s)] \tag{4}$$

这里 $\psi(x,s)$ 是回波信号的相位项:

$$\psi(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = -\omega_c \tau_{t, r} + k_r (t_f - \tau_{t, r})^2 \tag{5}$$

其中 $au_{t_s,r}$ 为点目标对应的回波时延,即从发射机到目标再从目标到接收机的时延,可以表示为

$$\tau_{t_s,r} = \frac{1}{c} \left(\sqrt{(rx + v_a t_s - x)^2 + (ry - y)^2 + (rz + h)^2} + \sqrt{(v_a t_s - x)^2 + y^2 + h^2} \right)$$
(6)

这里 c 为电磁波传播速度。

一般情况下,编队卫星间的距离和地面观察区域的大小都比卫星到地面的距离小得多,因此可以对接收信号的相位 项进行如下近似。

将 $\psi(x,s)$ 围绕s进行一阶泰勒展开,有

$$\psi(x,s) = \psi(x,\overline{s}) + \left(\nabla_{s}\psi(x,\overline{s})\right)^{T} \Delta s \tag{7}$$

这里取接收参数的平均值为 $\overline{s} = \begin{bmatrix} 0, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix}^T$,则

$$\Delta s = \begin{bmatrix} rx, ry, rz, t_f, t_s \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \ \nabla_s = \begin{bmatrix} \partial/\partial rx, \partial/\partial ry, \partial/\partial rz, \partial/\partial t_f, \partial/\partial t_s \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}.$$

展开式中的第一项不随接收参数的变化而变化,因此不含有用信息,予以省略。这样式(7)变为

$$\psi(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \left(\nabla_{\mathbf{s}} \psi(\mathbf{x}, \overline{\mathbf{s}})\right)^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{s} \tag{8}$$

这里,把相位项进行一阶泰勒展开时,我们做了一些重要假设:远场近似和窄带假设,即编队卫星间的距离和地面观察区域的大小都比卫星到地面的距离小得多,发射信号带宽比发射频率小得多。这样, $\nabla_s \psi(x,s)$ 项只随x变化,而在接收参数范围w(s)内不随接收参数s的变化而变化。对于卫星群在近场的情况下,动力场的曲率半径大得足以使这些近似无效,这时对相位项再进行一阶泰勒展开就不合适了。当然,对于编队卫星SAR系统来说,这些假设是很普通的假设,一般都能达到。但是当对相位项进行展开的时候还是需要考虑接收参数的范围。

同理,将上式围绕x进行一阶泰勒展开,则

$$\psi(\mathbf{x},\mathbf{s}) = \left(\nabla_{s}\psi(\overline{\mathbf{x}},\overline{\mathbf{s}})\right)^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{s} + \Delta\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\left[(\nabla_{x}\nabla_{s}\psi)(\overline{\mathbf{x}},\overline{\mathbf{s}})\right]^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{s}$$
(9)

其中
$$\bar{x} = [x_0, y_0]^T$$
, $\Delta x = [x - x_0, y - y_0]^T$, $\nabla_x = [\partial/\partial x, \partial/\partial y]^T$ 。

因此, $\bar{x} = [x_0, y_0]^T$ 处点目标对应的回波信号为

$$s_{r0} = \exp \left[j \left(\nabla_s \psi(\overline{x}, \overline{s}) \right)^{\mathsf{T}} \Delta s \right]$$
 (10)

 $\mathbf{x} = [x, y]^{\mathrm{T}}$ 处点目标对应的回波信号为

$$s_r = \exp\left[j\left(\left(\nabla_s \psi(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{s}})\right)^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{s} + \Delta \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \left[\left(\nabla_x \nabla_s \psi\right)(\overline{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{s}})\right]^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{s}\right)\right]$$
(11)

把上两式代入式(2),得到模糊函数为

$$\chi(\Delta x, \Delta y) = \int_{w(s)} \exp(j \cdot \Delta \mathbf{x}^{\mathrm{T}} \left[(\nabla_{x} \nabla_{s} \psi)(\overline{\mathbf{x}}, \overline{s}) \right]^{\mathrm{T}} \Delta s) d\Delta s \qquad (12)$$

考虑到 $\exp(jk,t^2)$ 函数随时间"缓慢"变化的特性,令 $\overline{r_0} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + h^2}$, 综合式(5),式(6)可得

$$(\nabla_{x}\nabla_{s}\psi)(\overline{x},\overline{s}) = \frac{\omega_{c}}{c\overline{r_{0}}} \left[1 - \frac{x_{0}^{2}}{\overline{r_{0}^{2}}} - \frac{x_{0}y_{0}}{\overline{r_{0}^{2}}} \frac{hx_{0}}{\overline{r_{0}^{2}}} - \frac{4k_{r}x_{0}}{\omega_{c}} 2v_{a} \left(1 - \frac{x_{0}^{2}}{\overline{r_{0}^{2}}} \right) \right]$$

$$- \frac{x_{0}y_{0}}{\overline{r_{0}^{2}}} 1 - \frac{y_{0}^{2}}{\overline{r_{0}^{2}}} \frac{hy_{0}}{\overline{r_{0}^{2}}} - \frac{4k_{r}y_{0}}{\omega_{c}} - \frac{2v_{a}x_{0}y_{0}}{\overline{r_{0}^{2}}} \right]$$

$$(13)$$

把式(13)代入式(12)可得编队卫星 SAR 模糊函数为

$$\chi(\Delta x, \Delta y) = \int_{t_f} \exp\left[-\frac{4k_r}{c\overline{r_0}}(x_0 \Delta x + y_0 \Delta y) \cdot t_f\right] dt_f$$

$$\cdot \int_{t_s} \exp\left[\frac{2\omega_c v_a}{c\overline{r_0}} \left(\left(1 - \frac{x_0^2}{\overline{r_0}^2}\right) \Delta x - \frac{x_0 y_0}{\overline{r_0}^2} \Delta y\right) \cdot t_s\right] dt_s$$

$$\cdot \sum_{m} \exp\left[\frac{\omega_c}{c\overline{r_0}} \left(\left(1 - \frac{x_0^2}{\overline{r_0}^2}\right) \Delta x - \frac{x_0 y_0}{\overline{r_0}^2} \Delta y\right)\right]$$

$$\cdot rx_m + \left(\left(1 - \frac{y_0^2}{\overline{r_0}^2}\right) \Delta y - \frac{x_0 y_0}{\overline{r_0}^2} \Delta x\right) \cdot ry_m$$

$$-\left(\frac{x_0 h}{\overline{r_0}^2} \Delta x + \frac{y_0 h}{\overline{r_0}^2} \Delta y\right) \cdot rz_m$$

$$(14)$$

其中 (rx_m, ry_m, rz_m) 为第 m 颗卫星的位置坐标。

由于卫星之间的距离比卫星与地面间的距离小的多,因 此上面推导出的模糊函数不仅适用于发射卫星在编队卫星 群几何中心的情况,也适用于发射卫星不在几何中心的情况。

考虑具有发射功能的 SAR 卫星处于正侧视的情况,即 $x_0 = 0$ 时,式(14)变为

$$\chi(\Delta x, \Delta y) = \frac{\sin\left[\frac{2k_r T_r}{c\overline{r_0}} y_0 \Delta y\right]}{\frac{2k_r}{c\overline{r_0}} y_0 \Delta y} \cdot \frac{\sin\left[\frac{\omega_c v_a T_s}{c\overline{r_0}} \Delta x\right]}{\frac{\omega_c v_a}{c\overline{r_0}} \Delta x}$$

$$\cdot \sum_{m} \exp\left\{j\frac{\omega_c}{c\overline{r_0}} \left[rx_m \Delta x + \left(1 - \frac{y_0^2}{\overline{r_0}^2}\right) \Delta y \cdot ry_m + \frac{hy_0}{\overline{r_0}^2} \Delta y \cdot rz_m\right]\right\} \quad (15)$$
其中 T_c 为合成孔径时间。

由式(15)可以看出,编队卫星 SAR 系统的模糊函数只与目标间的相对位置有关,而与目标的绝对位置无关。此外还

号带宽对距离向分辨率的影响,第 2 项对应合成孔径长度对方位向分辨率的影响,第 3 项则对应卫星构型对方位向分辨率和距离向分辨率的影响。当M=0 时,系统相当于传统的单星SAR系统,此时其模糊函数由第 1 项和第 2 项决定,这与传统SAR的模糊函数吻合 $^{[10]}$ 。

3 编队卫星 SAR 模糊函数的仿真特性

下面根据前面导出的编队卫星 SAR 模糊函数表达式,进行计算机仿真以分析不同构型下编队卫星 SAR 的模糊函数特性。

考虑由 1 颗主星和 3 颗从星组成的编队卫星系统,这里主要分析 3 种典型构型,如图 2 所示。构型 1 为串行构型:主星和从星按照一定的先后顺序和一定的间距运行在同一轨道上。构型 2 为伴随轨道圆构型:伴随轨道为空间圆形,主星位于圆心,各从星等间距分布在这个圆上,从星到主星的相对距离始终不变。构型 3 为 Cartwheel 构型:主星沿着一定的轨迹运行于从星前面,各从星等间距分布在一个空间圆,该圆心的轨迹在主星运行轨迹上。



图 2 编队卫星构型

假设主星处于正侧视状态,发射带宽为 20MHz, 载频为 3GHz 的信号,视角为 38°,雷达天线方位向尺寸为 15m,它同时具有接收功能。从星只被动接收回波信号,波束指向区域与主星的覆盖区域一致。本仿真中所取的卫星构型参数为:构型 1 中各卫星的间距为 20km;构型 2 中伴随轨道圆的半径为 20km,伴随轨道面与主星运行轨道面的夹角为 30°;构型 3 中从星所在圆的半径为 20km,圆心到主星的距离为 200km,伴随轨道面与主星运行轨道面的夹角为 30°。对于构型 3,由于在仿真其模糊函数时考虑了主星的回波信号,此时鉴于主星和从星间的距离,其模糊函数用式(2)进行计算。

表 1 给出了不同构型对应的系统模糊函数主瓣宽度。

表 1 不同编队卫星构型模糊函数主瓣宽度

卫星群构型	方位向主瓣宽度(m)	距离向主瓣宽度(m)
单星	7.5	7.5
构型 1	4.3	7.5
构型 2	4.7	4.1
构型 3	7.7	3.0

可以看出,该模糊函数由3项相乘得到,第1项对应发射信

为便于比较,图 3 给出了无伴随卫星时单星 SAR 的模

糊函数图。图 4 至图 6 所示为 3 种构型下编队卫星 SAR 的模糊函数图及其轮廓线图。根据仿真结果,得出编队卫星有如下几点模糊特性。

- (1)各种构型下的编队卫星 SAR 模糊函数都近似为"图 钉"型,具有原点对称性,并在原点取得最大值。
- (2)无伴随卫星的单星 SAR 系统其距离向和方位向分辨率完全由发射信号带宽和合成孔径长度决定(图 3)。具有伴随卫星的 SAR 系统,其分辨率不仅与发射信号带宽、合成孔径长度有关,还取决于编队卫星构型(图 4,图 5,图 6)。不同编队卫星构型对模糊函数的形状即对距离向分辨率和方位向分辨率的影响并不相同:构型 1 所示系统其模糊函数的方位向主瓣宽度迅速减少,但是在距离向没有明显变化(图 4);构型 2 对应的模糊函数主瓣宽度在距离向和方位向都有明显降低,两个方向降低的幅度较为均匀(图 5)。这是因为不同情况下,基线在方位向和距离向的投影是不一样的,各组接收信号的距离向频谱和多普勒频谱的相对频移不同,因此合成后信号的距离向和方位向信号带宽展宽程度也不尽相同。
- (3)编队卫星的构型除了会影响模糊函数的大小,也会影响其对称轴的方向(图 6)。因此分辨单元的主轴方向可能并不完全与航迹向和垂直航迹向一致。
- (4)当卫星之间的距离大于某个限度时,回波信号的合成可能使模糊函数主瓣展宽(图6)。这是由于卫星间基线较大时,不同接收信号的频谱不再连续,频谱的间隙导致时域信号中虚假目标的出现,这样其主瓣可能增加。这里所说的距离限度是指编队卫星间的间隔要满足极限基线的要求,这与文献[11]的研究结果一致。

根据编队卫星 SAR 系统模糊函数的上述特点,我们可以按照系统分辨率的要求选择合理的编队构型。对于发射信号带宽足够大、多普勒带宽较小的系统,可以选用构型 1 以充分提高其方位向分辨率。对于发射信号带宽和多普勒带宽相当的系统,可以选择构型 2 以均衡提高其整体空间分辨率。这样通过合理选择卫星群的构型,我们就可以利用编队卫星得到高分辨率的雷达图像。系统的分辨率不再受限于发射信号带宽和合成孔径长度的大小。

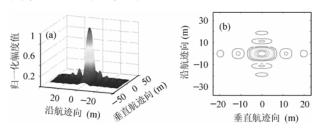


图 3 单星 SAR 模糊函数图及其轮廓图
(a)单星 SAR 模糊函数图 (b)单星 SAR 模糊函数轮廓图

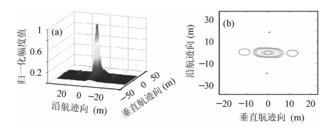


图 4 构型 1 对应模糊函数图及其轮廓图 (a)构形 1 对应模糊函数图 (b)构形 1 对应模糊函数轮廓图

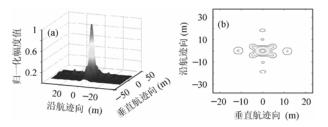


图 5 构型 2 对应模糊函数图及其轮廓图

(a)构形 2 对应模糊函数图

(b)构形 2 对应模糊函数轮廓图

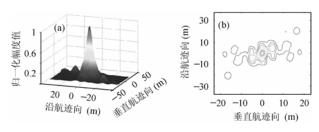


图 6 构型 3 对应模糊函数图及其轮廓图 (a)构形 3 对应模糊函数图 (b)构形 3 对应模糊函数轮廓图

4 结束语

编队卫星 SAR 系统的分辨性能受到多种因素的影响, 为了更好地掌握其分辨特性,本文深入研究了编队卫星 SAR 系统的模糊函数,推导出了其模糊函数的表达式,并探讨了 其模糊特性。模糊函数的提出为编队卫星 SAR 系统分辨率 的分析提供了数学工具,这将方便我们根据对分辨率的要求 进行系统设计。

需要指出,本文在对模糊函数的分析中忽略了卫星相对运动、地球曲率及自转等因素的影响,只考虑了对距离的分辨,而忽略了对速度、速度变化率及更高阶的分辨及其对距离分辨的影响。因此下一步的工作就是综合考虑卫星相对运动、地球曲率及自转的前提下对系统的高阶模糊函数进行研究。

参考文献

- [1] Martin M, Kilberg S. Techsat 21 and revolutionizing space missions using microsatellites, American Institute of Aeronautics and Astronautics 2001: SSC01-1 – 3.
- [2] Kitts C, Twiggs R, Pranajaya F, et al.. Emerald: a low-cost

- spacecraft mission for validating formation flying technologies, Proc. 1999 IEEE Aerospace Conf., Aspen, CO, 1999: 217 – 226.
- [3] Massonnet D, Thouvenot E, Ramongassie S, et al.. A wheel of passive radar microsats for upgrading existing SAR projects. Proc. IEEE 2000 Int. Geoscience Remote Sensing Symposium., Honolulu, HI, 2000: 1000 – 1003.
- [4] 国家高技术航天领域专家委员会微小卫星技术组,微小卫星编队飞行及应用论文集,北京: 2000,7.
- [5] Lush D C. Airborne radar analysis using the ambiguity function. Proc. 1990 IEEE International Radar Conference. New York, 1990: 600 – 605.
- [6] 刘国岁,顾红.随机雷达信号的平均模糊函数.电子学报,1991,19(5):35-40.
- [7] Tsao T, Weiner D, Varshney P, et al.. Ambiguity function for a bistatic radar, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 1041 – 1051.
- [8] Goodman N A. Radar satellite constellations: SAR charac-

- terization and analysis, Proc. 2003 Advanced SAR Workshop, Montreal, Canada, June 2003: 1-10.
- [9] 张澄波. 综合孔径雷达. 北京: 科学出版社, 1989: 24-30.
- [10] Cheney M. A mathematical tutorial on synthetic aperture radar. SIAM Review, 2001, 43: 301 – 312.
- [11] Massonnet D. The interferometric cartwheel: a constellation of passive satellite to produce radar images to be coherently combined. *International Journal of Remote Sensing*, 2001, 22(12): 2413 2430.
- 李 俐: 女,1976 年生,博士生,研究方向为 SAR 成像理论及信号处理.
- 王岩飞: 男,1963年生,研究员,博士生导师,研究方向为微波成像雷达系统及其理论、数字信号处理等.
- 张冰尘: 男,1973年生,副研究员,研究方向为微波成像雷达系 统及其理论、数字信号处理等.