

# 双向负阻晶体管张弛振荡器分频锁相特性的研究\*

余道衡 朱照宣

(北京大学,北京)

**摘要** 本文用简单模型描述了双向负阻晶体管(BNRT)张弛振荡器在周期冲激作用下的分频锁相特性。对于任何分数  $p/q$ , 给出了在参数空间中分频锁相区的普遍的分析表达式。对于 BNRT 张弛振荡器进行了分频锁相实验, 实验结果与计算相符, 说明理论分析是正确有效的。

**关键词** 张弛振荡器; 双向负阻晶体管; 分频锁相

## 1. 引言

双向负阻晶体管(BNRT, Bidirectional Negative Resistance Transistor)是由辽宁朝阳无线电元件厂和中国科学院半导体研究所合作, 在我国首创研制成功的新功能器件, 它具有S型双向负阻特性和一些便于应用的优点<sup>[1]</sup>。它还具有极好的分频锁相特性。用动力学系统的方法研究这类非线性器件张弛振荡器分频锁相特性是非线性电路与系统中的一个基本理论问题之一。我们曾用圆周微分同胚的数学理论对正弦激励下的分频锁相特性进行了研究<sup>[2]</sup>。Tracy Allen 的文章<sup>[3]</sup>曾对一种最简单的模型得到了一些结果。

本文给出了一个脉冲分频锁相的普遍公式, Allen 的结果仅是本文的特例。各种张弛振荡器的实验结果(不限于 BNRT 电路)都可以用这个普遍公式进行估计。

## 2. 双向负阻晶体管电路

为了研究分频锁相特性, 用了新颖结构的负阻开关器件(BNRT)构成一个非线性电路, 这种双向负阻晶体管由一个横向晶体管和两个纵向晶体管组成(参看图 1), 它是一个

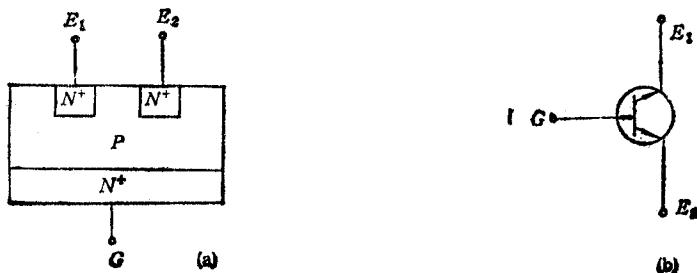


图 1 BNRT 结构 (a) 和它的符号 (b)

\* 1987年4月26日收到, 1988年9月2日修改定稿。

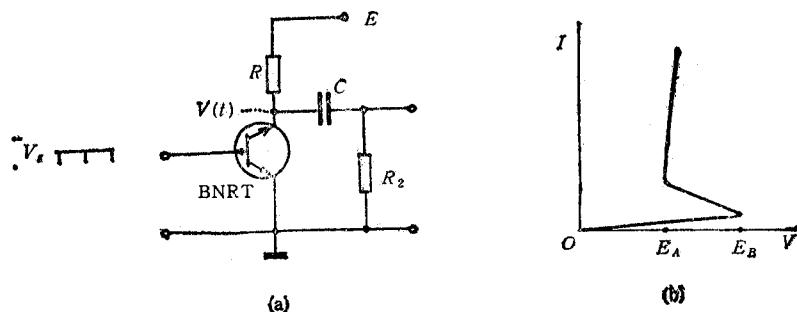


图2 具有BNRT的非线性电路和BNRT的特性

三端半导体器件,有一个控制极( $G$ )和两个输出极( $E_1$ 和 $E_2$ ).

在图2(a)所示电路中BNRT的特性曲线如图2(b)所示。当电源电压 $E = \text{常数}$ ,控制极电压 $V_g = \text{常数}$ (或等于零)时,张弛振荡器可以自激<sup>[4]</sup>。自激振荡的周期记为 $T_0$ ,加在控制极上外加周期脉冲激励的周期为 $T_s$ 。发现其输出电压也是周期性的,其输出信号周期 $T$ 对于 $T_s$ 的比值是 $1/1, 1/2, 1/3, 2/3, \dots$ ,一般地说,它是一个分数 $p/q$ ,其中 $p$ 和 $q$ 是相应的最小正整数。

### 3. 模型

BNRT张弛振荡器的特性由一阶微分方程

$$\tau \frac{dV(t)}{dt} + V(t) = E \quad (1)$$

描述,其中 $V(t)$ 是电压(见图2(a)), $\tau$ 是电路的时间常数, $E$ 是外加电源电压, $t$ 是时间。这里 $V(t)$ 限制在 $E_A$ 和 $E_B$ 之间,而 $E_A < E_B < E$ 。每当 $V(t)$ 到达 $E_B$ ,它将快速跳到 $E_A$ ,所以时间比 $\tau$ 小许多,因而可以忽略不计(见图3)。自激振荡周期

$$T_0 = \tau \ln \frac{E - E_A}{E - E_B} \quad (2)$$

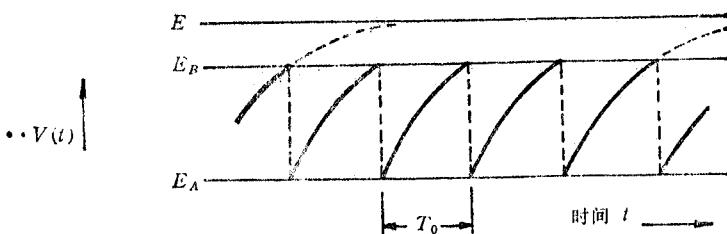


图3 自激张弛振荡电压关系

我们在 $E_B$ 上外加一个周期性脉冲,其波形如图4所示,在这里 $T_s$ 是外激励脉冲的周期,△是外激励脉冲的幅度,我们试图确定参量空间中产生 $p/q$ 分频锁相的区域,在图4中画出了 $p=4, q=3$ 的分频锁相图,并注意到 $pT_0$ 略大于 $qT_s$ .

### 4. $p/q$ 分频锁相

在外加周期脉冲的情况下,由图4可以看出实现锁相的条件是:

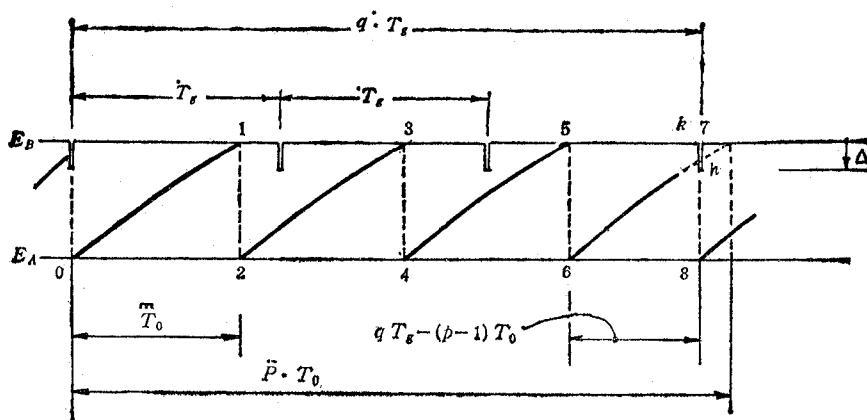


图 4 分频锁相电压关系

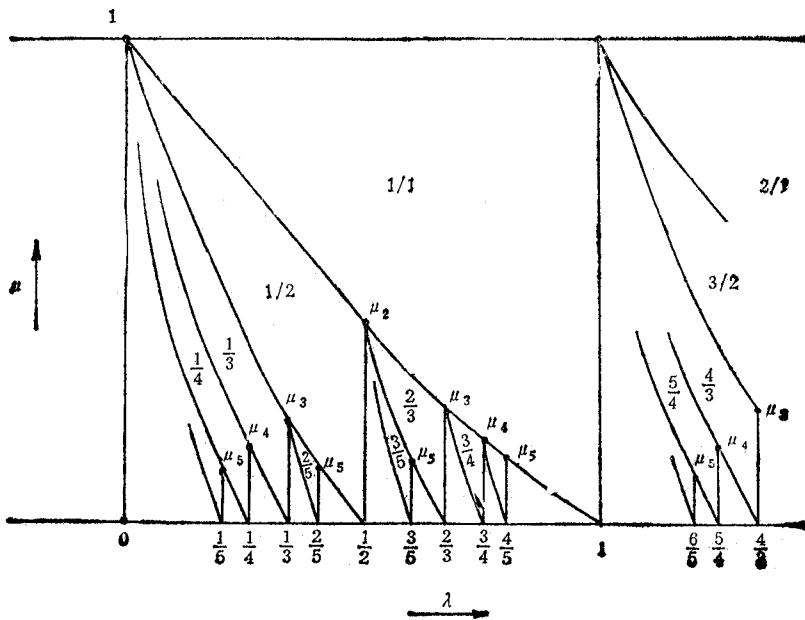
- (1) 图 4 中的“7”点必须落在间隔  $kh$  上, 这里, 间隔  $kh$  等于脉冲幅度  $\Delta$ ;  
(2) 它不被任何先到的脉冲锁定。

条件(1)可以推导以下公式

$$(E - E_B) < (E - E_A) \exp \left[ -\frac{qT_s - (p-1)T_0}{\tau} \right] < (E - E_B + \Delta) \quad (3)$$

条件(2)也可以称为“优先原理”, 其含义是: 具有  $p/q$  分频比的锁相不能在比  $qT_s$  更小的时间间隔内发生。

我们引入三个参量:

图 5 在  $\lambda-\mu$  平面上分频锁相区域(固定  $\nu>1$ )

$$\left. \begin{aligned} 1 &= T_s/T_0, \text{ 它表示外激励和自激振荡的周期比;} \\ \mu &= \Delta/(E_B - E_A), \text{ 它表示外激励脉冲幅度与电压最大跳变范围大小之比} \\ \nu &= \exp(T_0/\tau) = (E - E_A)/(E - E_B) > 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于实际 BNRT 器件  $\nu > 1$  必须满足。于是条件(1)或方程(3)变成

$$\lambda < \frac{p}{q} \text{ 和 } \mu \geq \frac{\nu^{(p-q)} - 1}{\nu - 1} \quad (5)$$

此结果和“优先原理”共同决定了不同分频锁相的区域，如图 5 所示（固定  $\nu > 1$ ），而  $\mu_g$  的数值由下式给出

$$\mu_g = \frac{(\nu^{(1/q)} - 1)}{(\nu - 1)} \quad (6)$$

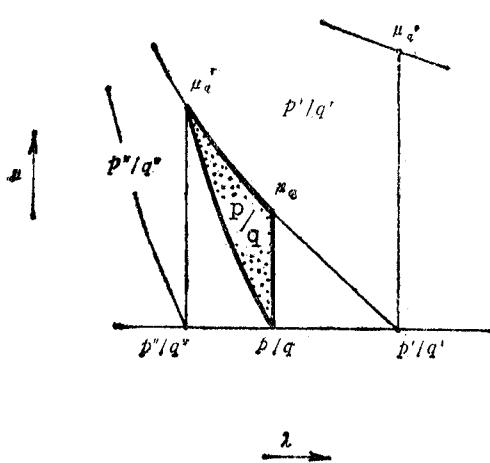


图 5  $p/q$  分频锁相区， $p'$  和  $q'$  唯一地由  $p$  和  $q$  决定

具有  $p/q$  分频锁相的区域 ( $p$  和  $q$  是相应的最小整数) 画于图 6。整数  $p'$  和  $q'$  唯一的由  $p$  和  $q$  确定，不妨考虑  $p < q$  的情况 (在图 5 中清楚地看出  $p > q$  的区域与  $p < q$  的区域有重复的结构)，分频数  $p/q$  可以唯一地写成如下连分式的形式

$$\frac{p}{q} = \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{\cdots + \cfrac{1}{a_n}}}} \quad (7)$$

或记为

$$p/q = (a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (8)$$

其中  $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$  是正整数，并且有  $a_n \geq 2$ ，那么如果  $n$  是奇数，则

$$p'/q' = (a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$$

如果  $n$  是偶数，则

$$p'/q' = (a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$$

注意这里的连分式记法中，例如  $(2, 1, 2, 3, 1)$  可以写成  $(2, 1, 2, 4)$ 。

那么，在图 6 中  $p/q$  的区域由如下曲线的界确定，

$$\mu = \frac{\nu^{(p'-q')}}{\nu - 1} \quad (9)$$

它也由不等式(5)的两边确定。

整数  $p$ 、 $q$ 、 $p'$  和  $q'$  满足 Diophantine 方程

$$p'q - pq' = 1 \quad (10)$$

$p/q$  区域的上部顶点是  $(p''/q'', \mu_g'')$ ，其中  $p'' = p - p'$  和  $q'' = q - q'$  也是相对最小的整数。对于  $\nu = 1$  (实际上相当于  $E \gg E_B$ ) 的极限情况， $\mu_g = 1/q$ ，并且图 5 中的曲线变成了直线，这个特例的结果已由 Tracy. Allen 在 1983 年得到<sup>[3]</sup>，本文得到的结果比 Allen 的结果更加普遍。

一旦对于任意  $p/q$  区域的表示式确定了，就能写出随某个参量连续变化时分频锁相的序列。

例如，当  $\nu = \text{常数}$ ，并且取

$$\lambda = 1/e = (2, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 6, 1, 1, 8, 1, 1, \dots) = 0.36789744 \dots$$

那么，随着参量  $\mu$  由 1 变到 0，其分频锁相序列（用连分式表示）为

$(1), (2), (2, 2), (2, 1, 2), (2, 1, 2, 2), (2, 1, 2, 1, 1, 5), (2, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 2), (2, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 2), (2, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 3), (2, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 4), \dots$  或者写成  $1/1, 1/2, 2/5, 3/8, 7/19, 39/106, 110/299, 181/472, 252/685, 323/878, \dots$

又如， $\nu$  固定，并且  $\mu_2 > \mu > \mu_3$ ，那么随着参量  $\lambda$  增加，其分数分频锁相的序列是  $\dots (10), (9), (8), (7), (6), (5), (4), (3), (2), \dots (1, 1, 4), (1, 1, 3), (1, 1, 2), (1, 2), (1), \dots$  或者写成  $\dots 1/10, 1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, \dots 5/9, 4/7, 3/5, 2/3, 1/1, \dots$  并且在这个魔鬼楼梯中的每一阶的间距和结构都是完全确定的，这里不再仔细阐述。

## 5. 实验

在图 2(a) 的实验电路中，保持  $T_g, E_A, E_B, E, \tau$  不变，改变  $\Delta$  值可以计算出各分频锁相  $p/q$  的区域，并与实验进行对比。

当  $T_g/T_0 = 0.185$ ,  $E_A = 6V$ ,  $E_B = 11V$ ,  $E = 11.6V$ ,  $\tau = 1.52\mu s$ ，我们取  $\Delta = 1V$ ,  $1.5V$  和  $2V$ ，进行测量，其实验结果与计算结果一致，如图 7 所示。在这里， $\lambda = 0.185$ ,  $T_g = 0.625\mu s$ ,  $\nu = 9.33$ ,  $R = 3k\Omega$ ,  $C = 500\mu F$ 。

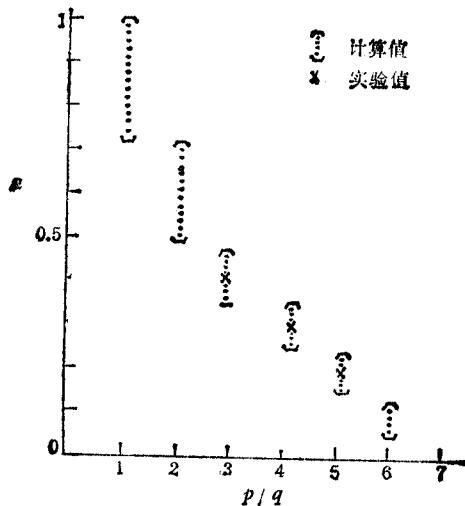


图 7 计算结果与实验结果的比较

## 参考文献

- [1] 李凤银,周旋等,半导体学报,5(1985)6,685—687.

- [2] 朱照宣,余道衡,科学通报,32(1987)1,22—24.  
[3] Tracy Allen, *IEEE Trans on CAS, CAS-30*(1983)9, 627—632.  
[4] 余道衡,朱照宣,电子科学学刊,9(1987)2,176—180.

## FRACTIONAL PHASE-LOCKING OF A RELAXATION OSCILLATOR BY PERIODICALLY APPLIED IMPULSES

Yu Daoheng Zhu Zhaoxuan

(Beijing University, Beijing)

**Abstract** A simple model is used to describe the fractional phase-locking of a relaxation oscillator by periodically applied impulses. For any definite fraction  $p/q$ , analytic expressions are derived for the phase-locking region in the parameter space. Experimental results for a bidirectional negative resistance transistor (BNRT) relaxation oscillator agree with the computed ones.

**Key words** Relaxation oscillator; Bidirectional negative resistance transistor; Fractional phase-locking