用矢量球面波理论和互易原理分析伦伯透镜天线

施 伟 龚铮权

(总参第63研究所 南京 210007)

摘要 伦伯透镜是一种球形分层介质天线,考虑到数值计算的复杂性,本文提出用矢量球面波理论和互易原理相结合,分析其性能。该方法首先用矢量球面波理论计算平面波入射到多层介质球的散射场,在此基础上,用互易原理将散射场转变成天线的远区辐射场。基于这种方法,本文着重研究了伦伯透镜天线的焦区场和远区场特性,包括透镜分层总数以及层与层之间存在的空气间隙对实际应用可能造成的影响。最后,对卫星通信中伦伯透镜天线多波束应用的可行性给出了分析结果。

关键词 伦伯透镜,矢量球面波,互易原理,多波束天线 中图分类号: TN821+.5 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2006)01-0103-05

Analysis of Luneburg Lens Antenna Using Spherical Vector Wave Method and Reciprocity Theorem

Shi Wei Gong Zheng-quan

(The 63rd Research Institute, PLA General Staff Headquarters, Nanjing 210007, China)

Abstract The Luneburg lens antenna is composed of a series of concentric shells of constant permittivity. Considering the complexity of numerical calculation, this paper presents a closed-form approach, which combines the spherical vector wave method and the reciprocity theorem. The hybrid method first calculates the scattered fields of the Luneburg lens using the spherical vector wave method. Then it transforms the calculated results into the radiation fields in the far region using the reciprocity theorem. This paper applies the approach to investigate the characteristics of the Luneburg lens in the focal region as well as in the far region. The effects of the shell number and the air gaps between the layers on the antenna performance have been also investigated. In the end, the paper presents the analysis result on the feasibility of the multiple-beam Luneburg lens antenna for satellite communication.

Key words Luneburg lens, Spherical vector wave, Reciprocity theorem, Multiple-beam antenna

1 引言

伦伯透镜是一种球形分层介质天线,如图1所示。各层 介质的介电常数的选取符合特有的规律,使得馈源辐射的球 面波经过透镜转变成平面波,因此,相同辐射口径的情况下, 可以获得和反射面天线相同的增益。伦伯透镜具有以下主要 优点:(1)由于透镜的球体对称性,在透镜表面放置多个馈源, 可以产生多个任意指向的波束,且每个波束的增益相同,克 服了多波束抛物面天线中馈源偏焦导致的增益损失的问题, 适合应用在多址通信的场合;(2)构成透镜的介质材料的介电 常数随频率变化不敏感,因此,适合应用在大容量的宽带通 信系统中。基于上述优点,伦伯透镜天线在毫米波卫星通信 领域中获得重视和应用。 Luneburg 提出的理想伦伯透镜是一个相对介电系数沿 径向连续分布的介质球,满足

$$\mathcal{E}_{r}(r) = 2 - (2/R_{0})^{2} \tag{1}$$

其中r是球体中任意一点到球心的距离, R₀是球体半径, r≤ R₀, 该透镜的焦点位于球体表面。Elliott在Luneburg的基础上, 推导出了更一般的伦伯透镜^[1], 其相对介电系数沿径向连续 分布, 焦点位于球体表面以外任意一点。若焦点到介质球的 球心距离(焦径)为R_f, 介质球的球体半径为R₀, 则相对介电系 数在 4 种焦径情况下的分布曲线如图 2 所示:实际伦伯透镜 采用有限层数的同心介质球壳近似图 2 中理想的连



续分布曲线。

对伦伯透镜电磁场特性的计算是分析和设计工作的关键。目前,已经被证明了的行之有效的方法有矢量球面波函数(Spherical vector wave function)的展开法^[2]和并矢格林函数法(Dyadic Green's function)^[3]。两种方法均直接求解透镜的远区辐射场。与文献[2,3]不同,本文提出将矢量球面波理论和互易原理相结合,首先用矢量球面波理论求解均匀平面波入射条件下透镜焦区场分布,然后通过互易原理由已知的焦区场反演出远区辐射场。我们发现这种混合方法对于分析伦伯透镜的辐射和散射特性有一举两得的功效,为伦伯透镜的分析和设计提供了新的途径。

本文详细推导了上述混合方法的理论模型,基于此理 论,重点研究以下3个方面的内容:(1)不同大小、不同焦径 情况下伦伯透镜焦区场分布的特点;(2)伦伯透镜远区辐射场 的特点,这其中包括透镜分层总数以及制作加工过程中层与 层之间的空气间隙对透镜性能造成的影响;(3)伦伯透镜多波 束扫描应用的可行性。

2 分析方法

2.1 伦伯透镜焦区场的矢量球面波展开

如图 3 所示,从无穷远处有一个 *î* 极化的均匀平面波沿 +*î* 传输,伦伯透镜分为 N 层,从内向外各层的编号依次是 1,2,3,…,N。入射波的数学模型如下:

$$\boldsymbol{E}_{\rm inc} = \hat{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{E}_0 \boldsymbol{e}^{-j\boldsymbol{k}\boldsymbol{z}} \tag{2}$$

将式(2)用矢量球面波函数展开:

$$\boldsymbol{E}_{\rm inc} = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} (-j)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [\boldsymbol{m}_{oln}^{(1)} + j \boldsymbol{n}_{eln}^{(1)}]$$
(3)

伦伯透镜内部以及球体周围的电磁场可以表示成[4]:



图 3 伦伯透镜对入射平面波的散射

$$\boldsymbol{E}_{l} = E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} (-j)^{n} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_{n}^{l} \boldsymbol{m}_{oln}^{(1)} + jc_{n}^{l} \boldsymbol{n}_{eln}^{(1)} + b_{n}^{l} \boldsymbol{m}_{oln}^{(4)} + jd_{n}^{l} \boldsymbol{n}_{eln}^{(4)}]$$

$$\boldsymbol{H}_{l} = -\frac{k_{l}}{2} E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} (-j)^{n} \frac{2n+1}{n} [c_{n}^{l} \boldsymbol{m}_{eln}^{(1)}]$$
(4)

$$I_{l} = -\frac{\kappa_{l}}{\mu_{l}\omega} E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} (-j)^{n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \Big[c_{n}^{l} \boldsymbol{m}_{e1n}^{(1)} \\ -ja_{n}^{l} \boldsymbol{n}_{o1n}^{(1)} + d_{n}^{l} \boldsymbol{m}_{e1n}^{(4)} - jb_{n}^{l} \boldsymbol{n}_{o1n}^{(4)} \Big]$$
(5)

在式(3)~式(5)中,矢量球面波函数 $m \ n n$ 的具体涵义可参阅文献[5],符号"l"表示在伦伯透镜第l层中,因此,结合图 3, $l=1,2,\dots,N,N+1$ 。l=N+1,表示在透镜外部区域。 k_l 、 μ_l 分别为第l层中的波常数和磁导率, ω 表示入射波的角频率。在式(3)~式(5)中, a_n^l 、 b_n^l 、 $c_n^l \ n d_n^l$ 为展开式中第n个模式的矢量球面波函数的系数。

在层与层之间的分界面上,有如下边界条件存在:

$$\hat{r}_l \times (\boldsymbol{E}_{l+1} - \boldsymbol{E}_l) = 0 \tag{6a}$$

$$\hat{r}_l \times (\boldsymbol{H}_{l+1} - \boldsymbol{H}_l) = 0 \tag{6b}$$

将式(4)~式(5)代入式(6), 化简并整理,发现相邻层的展开系数之间有下面的递推关系存在:

$$\begin{bmatrix} a_n^l \\ b_n^l \end{bmatrix} = \boldsymbol{U}_n^l \begin{bmatrix} a_n^{l+1} \\ b_n^{l+1} \end{bmatrix}$$
(7a)

$$\begin{bmatrix} c_n^l \\ d_n^l \end{bmatrix} = \boldsymbol{V}_n^l \begin{bmatrix} c_n^{l+1} \\ d_n^{l+1} \end{bmatrix}$$
(7b)

其中

$$\begin{split} \boldsymbol{U}_{n}^{l} &= \frac{1}{\Delta_{n}^{l}} \begin{bmatrix} \xi_{n}^{l} j_{n}^{l+1} - \tau^{l} h_{n}^{l} \eta_{n}^{l+1} & \xi_{n}^{l} h_{n}^{l+1} - \tau^{l} h_{n}^{l} \xi_{n}^{l+1} \\ \tau^{l} j_{n}^{l} \eta_{n}^{l+1} - \eta_{n}^{l} j_{n}^{l+1} & \tau^{l} j_{n}^{l} \xi_{n}^{l+1} - \eta_{n}^{l} h_{n}^{l+1} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{V}_{n}^{l} &= \frac{1}{\Delta_{n}^{l}} \begin{bmatrix} \tau^{l} \xi_{n}^{l} j_{n}^{l+1} - h_{n}^{l} \eta_{n}^{l+1} & \tau^{l} \xi_{n}^{l} h_{n}^{l+1} - h_{n}^{l} \xi_{n}^{l+1} \\ j_{n}^{l} \eta_{n}^{l+1} - \tau^{l} \eta_{n}^{l} j_{n}^{l+1} & j_{n}^{l} \xi_{n}^{l+1} - \tau^{l} \eta_{n}^{l} h_{n}^{l+1} \end{bmatrix} \\ \rho^{l+1} &= k^{l+1} r^{l} , \quad \rho^{l} &= k^{l} r^{l} \\ j_{n}^{l+1} &= j_{n} (\rho^{l+1}) , \quad j_{n}^{l} &= j_{n} (\rho^{l}) \\ h_{n}^{l+1} &= h_{n}^{(2)} (\rho^{l+1}) , \quad h_{n}^{l} &= h_{n}^{(2)} (\rho^{l}) \\ \eta_{n}^{l+1} &= \frac{1}{\rho^{l+1}} \frac{\partial [\rho^{l+1} j_{n} (\rho^{l+1})]}{\partial \rho^{l+1}} , \quad \eta_{n}^{l} &= \frac{1}{\rho^{l}} \frac{\partial [\rho^{l} j_{n} (\rho^{l})]}{\partial \rho^{l}} \\ \xi_{n}^{l+1} &= \frac{1}{\rho^{l+1}} \frac{\partial [\rho^{l+1} h_{n}^{(2)} (\rho^{l+1})]}{\partial \rho^{l+1}} , \quad \xi_{n}^{l} &= \frac{1}{\rho^{l}} \frac{\partial [\rho^{l} h_{n}^{(2)} (\rho^{l})]}{\partial \rho^{l}} \\ \Delta_{n}^{l} &= j_{n}^{l} \xi_{n}^{l} - h_{n}^{l} \eta_{n}^{l} , \quad \tau^{l} &= \frac{k^{l+1} \mu^{l}}{k^{l} \mu^{l+1}} \end{split}$$

 $j_n(x)$ 和 $h_n^{(2)}(x)$ 分别表示第一类球贝塞尔函数和第二类球汉 克尔函数。为了计算伦伯透镜球的焦区场,我们必须求得 a_n^{N+1} 、 b_n^{N+1} 、 c_n^{N+1} 和 d_n^{N+1} 。由式(7)表示的递推关系,可以 (8b)

(9)

推出

$$\begin{bmatrix} a_n^1 \\ b_n^1 \end{bmatrix} = S_n^N \begin{bmatrix} a_n^{N+1} \\ b_n^{N+1} \end{bmatrix}$$
(8a)
$$\begin{bmatrix} c_n^1 \\ d_n^1 \end{bmatrix} = T_n^N \begin{bmatrix} c_n^{N+1} \\ d_n^{N+1} \end{bmatrix}$$
(8b)

其中

$$S_{n}^{N} = U_{n}^{1}U_{n}^{2}\cdots U_{n}^{N} = \begin{bmatrix} (S_{n}^{N})_{11} & (S_{n}^{N})_{12} \\ (S_{n}^{N})_{21} & (S_{n}^{N})_{22} \end{bmatrix}$$
$$T_{n}^{N} = V_{n}^{1}V_{n}^{2}\cdots V_{n}^{N} = \begin{bmatrix} (T_{n}^{N})_{11} & (T_{n}^{N})_{12} \\ (T_{n}^{N})_{21} & (T_{n}^{N})_{22} \end{bmatrix}$$

由于透镜球的最里层(第1层)场为有限值,所以 $b_{u}^{1} = 0$, $d_{u}^{1} = 0$

$$a_n^{N+1}$$
, b_n^{N+1} 由入射的平面波决定,结合式(3),易知

$$a_n^{N+1} = 1$$
, $c_n^{N+1} = 1$ (10)

$$b_n^{N+1} = -\frac{(\boldsymbol{S}_n^N)_{21}}{(\boldsymbol{S}_n^N)_{22}}$$
(11a)

$$I_n^{N+1} = -\frac{(\boldsymbol{T}_n^N)_{21}}{(\boldsymbol{T}_n^N)_{22}}$$
(11b)

至此,我们已经确定了 a_n^{N+1} , b_n^{N+1} , c_n^{N+1} , d_n^{N+1} , 代入式 (4)和式(5)中,即推得 x 极化均匀平面波平行于主轴入射时球 外焦区场分布的解析表达式。

2.2 基于互易原理的远区辐射场分析

如图 4 所示, 在伦伯透镜系统中, 有 a 和 b 两套激励源 存在。其中,激励源 a 为惠更斯面元,距离矢量为 r_a ,它由 同相且正交放置的电流元J,"和磁流元M,"组成,其单位矢量 分别为 \hat{u}_{1}^{a} 和 \hat{u}_{2}^{a} ;激励源 b 为无穷远处的电流元 J_{b} ,距离矢 量为 r_b ,单位矢量为 \hat{u}_b 。假设 J_s^a 、 M_s^a 和 J_b 产生的场分别 为(E_1^a , H_1^a)、(E_2^a , H_2^a)和(E^b , H^b)。根据互易原理,得

$$J^{b}\boldsymbol{E}_{1}^{a}(\boldsymbol{r}_{b})\cdot\hat{\boldsymbol{u}}_{b}=J_{s}^{a}\boldsymbol{E}^{b}(\boldsymbol{r}_{a})\cdot\hat{\boldsymbol{u}}_{1}^{a}$$
(12a)

$$J^{b}\boldsymbol{E}_{2}^{a}(\boldsymbol{r}_{b})\cdot\hat{\boldsymbol{u}}_{b} = -\boldsymbol{M}_{s}^{a}\boldsymbol{H}^{b}(\boldsymbol{r}_{a})\cdot\hat{\boldsymbol{u}}_{1}^{a}$$
(12b)



图 4 互易原理分析伦伯透镜远区辐射场

若
$$\hat{u}_b = \hat{\theta}$$
, $\hat{u}_1^a = \hat{x}$, $\hat{u}_2^a = \hat{y}$, 代入式(12), 整理得
$$E_{1\theta}^a(\mathbf{r}_b) = \frac{J_s^a}{I^b} E_x^b(\mathbf{r}_a)$$
(13a)

$$E_{2\theta}^{a}(\boldsymbol{r}_{b}) = -\frac{M_{s}^{a}}{J^{b}}H_{y}^{b}(\boldsymbol{r}_{a})$$
(13b)

若 $\hat{u}_h = \hat{\varphi}$, $\hat{u}_1^a = \hat{x}$, $\hat{u}_2^a = \hat{y}$, 代入式(12), 整理得

$$E_{1\varphi}^{a}(\boldsymbol{r}_{b}) = \frac{J_{s}^{a}}{J^{b}} E_{x}^{b}(\boldsymbol{r}_{a})$$
(14a)

$$E_{2\varphi}^{a}(\boldsymbol{r}_{b}) = -\frac{M_{s}^{a}}{J^{b}}H_{y}^{b}(\boldsymbol{r}_{a})$$
(14b)

式(13)和式(14)的右边为电流元J,在透镜焦区产生的散射 场, 左边为惠更斯面元(J^a, M^a)通过透镜产生的远区辐射 场。式(13)和式(14)是用互易原理反演焦区散射场为远区辐射 场的理论基础。

惠更斯面元是构成实际馈源口径面的单元,因此,我们 可以将实际馈源的口面剖分成许多形状规则的小的辐射单 元,每个辐射单元的尺寸与0.12相当即可,从而近似认为辐 射单元即惠更斯面元。我们通过馈源口径场的分布求出每个 惠更斯面元的强度,然后采用上述矢量球面波理论和互易原 理相结合的方法求解每个惠更斯面元单独馈电时透镜的远 区场分布,最后将所有惠更斯面元通过透镜产生的远场求 和,从而得到实际馈源馈电时伦伯透镜的远场特性。

3 仿真实例及性能分析

3.1 伦伯透镜远场方向图计算

为了验证本文方法的可行性,以参考文献[2]中的伦伯 透镜和矩形角锥喇叭为依据,将喇叭馈源放置在z轴上, $z = 6.07\lambda$, 计算H面上的远场方向图如图 5 所示: 可见, 本文方法与参考文献[2]相比,增益曲线的变化趋势大致相 同,在主瓣区域表现出一致性,从而证明了本文方法的合理 性和可行性。



3.2 伦伯透镜焦面场的特性

分析透镜的焦面场,有利于馈源的设计。在工作频率 f₀=20GHz时,本文以图 2 为依据,在 3 种焦径情况下,设计 了 3 种直径大小的伦伯透镜,并采用上述分析方法计算了其 焦面场沿y轴的分布曲线,如图 6 所示,图中,D表示球体直 径,z表示对应焦面的坐标,N表示球体分层数量。由上图我 们不难发现:

(1) 在*R_f*/*R*₀相同的条件下, 焦面场沿y轴 的分布曲线与 球体直径大小基本无关, 说明只要*R_f*/*R*₀相同, 相同口径大小 的馈源在不同直径的透镜球中, 其辐射性能相当;

(2) 若透镜直径不变,重新设计透镜各层的介电系数分布,使得*R_f/R*₀增加,由分布曲线主瓣区域的展宽可以看出, 焦面场分布逐渐扩散,因此,馈源口径需要增加,有利于捕获焦面上主瓣区域扩散的能量,保证天线辐射性能。此时, 若馈源口面大小不变,无疑,透镜天线的辐射效率将会降低。

为了验证上述结论,本文采用标准矩形波导BJ-180 作馈源,计算了天线的口径效率,如表1所示。可见,与*R_f/R*₀对应的每一行,口径效率相当,是焦面场主瓣分布区域基本相同的反映;与球体直径对应的每一列,口径效率的逐渐降低, 是焦面场扩散的反映。



图 6 3 种直径大小的透镜球在对应焦面上电场沿 y 轴分布

表1 BJ-180 作馈源, 伦伯透镜口径效率的比较表

直径(cm)		20	30	40
理想增益(dB)		32.4	36.0	38.5
分层数		9	10	12
口径	$R_{f}/R_{0}=1.0$	59	59	59
效率	$R_f/R_0 = 1.1$	52	50	51
(%)	$R_f/R_0 = 1.2$	45	47	47

3.3 伦伯透镜的分层性能

伦伯透镜分层数太少,性能恶化,分层数太多,给制作加工带来困难。一个实际的问题是伦伯透镜要分为多少层才可用。在f=20GHz时, *R_f*/*R*₀=1.0,用BJ-180矩形波导作馈源,本文研究了3种不同大小的透镜球在不同分层数下的性能,如图7所示。*D*=20cm时,*N_{min}=9 层; <i>D*=30cm时,*N_{min}=10 层; <i>D*=40cm时,*N_{min}=12 层;由图6给出的分析曲线,不难看出,根据口径大小不同,分层数达到一定数量以后,口径效率达到上限,继续增加层数毫无意义,口径越大,要求最小的分层数越多。*

在实际透镜的制作过程中,由于机械加工误差的原因, 层与层之间不可能达到理想的全接触状态,会存在空气间 隙。为了定性地研究空气间隙对透镜性能造成的影响,我们 建立如下的模型,假设层与层之间空气间隙的厚度均匀,当 *f* =20GHz 时,在透镜口径大小一定(直径 *D*=20cm)。在不同 分层数的情况下,计算得到的增益变化曲线如图 8 所示。可 见,分层数越多,由于空气间隙造成的影响越大,性能恶化 越快。值得注意的是,若空气间隙远小于波长,例如0.02λ, 则透镜性能不会有很大变化,尚可使用。



3.4 伦伯透镜多波束扫描应用的可行性

由于伦伯透镜的球对称性,可以将多个馈源放置在球体 表面形成多波束,如图9所示。在多波束应用中,我们希望 相邻波束的物理张角 $\theta = 2\theta_{0.5}$, $\theta_{0.5}$ 为波束的半功率角,即 希望相邻波束的相交电平为 – 3dB,从而通过阵列馈源实现 波束在小角度范围内的电扫描^[6],且扫描过程中,天线增益 变化平坦。然而,与多波束反射面天线相类似,馈源单元的 尺寸大小影响波束的相交电平。从提高天线效率的角度出 发,我们应该选择口径面大的馈源,但会增加相邻波束的物 理张角,导致相交电平的急剧下降。因此,波束效率和相交 电平在设计时需要折衷考虑。以两波束为例,本文分析计算 了 3 种情况,如表 2 所示,与之对应的方向图曲线如图 10 所示:



图 9 伦伯透镜天线的多波束应用

馈源配置	(a) 标准波导 BJ-180	(b)非标准波导	(c) 非标准波导			
口面尺寸(mm)	a=12.954 b=6.477	a=9.39 b=4.695	a=9.39 b=4.695			
壁厚(mm)	1.02	0.5	0.5			
R_f/R_0	1.0	1.0	1.2			
距离透镜表面距离(mm)	2	2	20			
波瓣宽度估算值 (°)	5.3	5.3	5.3			
相邻波束的物理张角(°)	8.5	6	5			
单元波束效率(%)	59	40	27			
合成波束	增益起伏大,波束畸变	增益起伏大	增益平坦			

表 2 透镜直径 D=20cm, 工作频率 20GHz, 3 种馈源配置的对照表

在第 2,第 3 种情况中,减小馈源的口面,或者增加透 镜的焦径使馈源距离透镜表面的距离增加,从而使相邻波束 的物理张角减小,物理张角的减小意味着相邻波束相交电平 的提高。图 10 中的实线为两个相邻波束等幅同相的合成波 束,透镜球的理想增益值为 32.4dB。由图 10(a)可见,单元 波束的增益 G_a =30.2dB,则相邻波束的物理张角 8.5° > 2 $\theta_{0.5}$, 与单元波束相比,合成波束的增益严重下降,波束畸变;图 10(b)中单元波束的增益 G_b 减小为 28.4dB,相邻波束的物理张 角减小为 6°,合成波束的增益 G_s =25.9dB,增益起伏较大; 图 10(c)中单元波束的增益 G_c =26.7dB,相邻波束的物理张角 为 5°,与单元波束的波瓣宽度近似相等,合成波束的增益 G_s =26.3dB,增益变化平坦。综合上述 3 种情况,得出结论:

(1)使单元波束的效率提高,则对应馈源的物理口径造成相邻波束的物理张角太大,相交电平太低,小角度范围内 波束电扫描无法实现;

(2)减小馈源口径,或者增加焦径,可以提高波束的相交电平,能够实现波束在覆盖范围内的电扫描,且增益变化平坦。但由于馈源的口径减小,不能有效捕获焦面场主瓣区域的能量,因此,单元波束的效率降低。

为了缓解单元波束效率和相交电平的矛盾,引入星载多



波束反射面天线中的阵列馈源技术,用阵列馈源代替单馈源 产生单元波束,提高相交电平的同时,保证单元波束的效率, 然而此项技术无疑将增加多波束伦伯透镜天线的复杂性,不 适合应用在卫星通信多波束地球站天线中。

4 结束语

本文提出将矢量球面波理论和互易原理相结合,分析伦 伯透镜天线的性能。该方法首先采用广泛应用于球体散射问 题中的矢量球面波展开理论分析任意角度入射的平面波在 透镜焦区产生的场分布,在此基础上,采用经典的互易原理 将焦区场反演为远区场分布。本文以具体算例证明了本方法 的可行性。基于此方法,在参数改变时,本文对伦伯透镜的 焦区场和分层性能进行了研究。最后,对伦伯透镜在卫星通 信多波束地球站天线中应用的可行性给出了分析结果。分析 表明,与多波束反射面天线相类似,多波束伦伯透镜天线的 波束相交电平和波束效率存在矛盾,尚需折衷解决。

参 考 文 献

- Elliott R S. Antenna Theory and Design[M]. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1981, ch.10.
- [2] Sanford J R. Scattering by spherically stratified microwave lens antennas[J]. *IEEE Trans. on AP*, 1994, AP-42(5): 690 – 698.
- [3] Kim K W, Rahmat-Samii Y. Spherical-Luneburg lens antennas: Engineering characterizations include air gap effects[C]. Proc. IEEE AP-S URSI Meet, Atlanta, G.A., 1998: 2062 – 2065.
- [4] Lim K, Lee S S. Analysis of electromagnetic scattering from an eccentric multilayered sphere[J]. *IEEE Trans. on AP*, 1995, AP-43(11): 1325 – 1328.
- [5] J.A.斯特莱顿. 电磁理论[M]. 北京:北京航空学院出版社, 1986年,第9章.
- [6] Rudge A W. The Handbook of Antenna Design[M]. London: Peter Peregrinus Ltd., 1983, ch.6.
- 施 伟: 男, 1978 年生, 硕士, 助理工程师, 从事微波通信天线 的研究与设计.
- 龚铮权: 男,1938年生,博士,研究员,总参保留专家,研究方向为相控阵天线、智能天线.