

一种改进的瞬变步长 LMS 自适应滤波算法¹

曾召华 韦 力 刘少亭

(西安矿业学院通信工程系 西安 710054)

摘 要 本文在 PLMS 算法的基础上提出了一种 SPLMS 的改进算法。除具有 PLMS 算法的优点外,它还具有更高的起始收敛速率,更小的权失调噪声,更大的抑噪能力。计算机仿真效果较好,支持了理论分析。

关键词 自适应滤波器,失调噪声,收敛速度,最小均方误差

中图分类号 TN713, TN911.72

1 引 言

为克服常规的固定步长 LMS 或牛顿 LMS(Newton LMS, 即 NLMS) 自适应算法在收敛速率、跟踪速率与权失调噪声之间的要求上存在的较大矛盾,人们发展了各种各样的变步长 LMS 自适应滤波的改进算法^[1-3]。其中文献[2]提出了准最小二乘(pseudo-LS, 即 PLS)算法;文献[3]将归一化启动、平滑递推和 PLS 算法结合起来,又提出了准最小均方(pseudo-LMS, 即 PLMS)误差算法,即

$$W(k+1) = W(k) + 2\mu(k)[d(k) - W^T(k)X(k)]X(k); \quad (1)$$

$$\mu(k) = \lambda/r(k), \quad 0 \leq k \leq k_0; \quad (2)$$

$$\mu(k) = \mu(k-1)/[1 + R(k)], \quad k \geq k_0, \quad \mu(k-1) \geq \mu; \quad (3)$$

$$\mu(k) = [\mu(k-1) + 2M\mu(k-1-M)]/[\lambda(1+2M)], \quad k \geq k_0, \quad \mu(k-1) < \mu; \quad (4)$$

$$R(k) = \mu(k-1)/r(k), \quad r(k) = X^T(k)X(k); \quad (5)$$

其中 $r(k)$ 为 M 阶滤波器输入信号的功率估值; $W(k)$ 为滤波器的 n 维最优权矢量估值; $X(k)$ 是滤波器输入信号的 n 维输入数据矢量; $d(k)$ 为希望输出; $\mu(k)$ 为滤波器第 k 步瞬态步长。切换条件中阈值 μ 类似于 LMS 算法的步长因子 μ_L , 满足

$$\mu_L < \mu < 1/\text{tr}R, \quad R = E[X(k)X^T(k)] \quad (6)$$

为待定的算法常数,是 $\mu(k)$ 变化的动态平衡点。 k_0 是采用(2)式归一化启动后,算法收敛到较稳态时的步数。另外(3)式是 $\mu(k)$ 下降的递推算法,(4)式是 $\mu(k)$ 上升的平滑递推算法。 λ 为上升的速度因子,满足 $0 < \lambda < 1$ 。文献[4]中,作者也总结提出了几种改进算法。本文对上述方案通过大量计算机仿真和理论分析,结果表明:(1)上述诸种算法的收敛速率与系统信噪比 SNR 直接相关,系统信噪比 SNR 越高,它们的收敛速率普遍提高;随着系统信噪比 SNR 降低,它们的收敛速率减慢,甚至出现发散现象,因此它必须在弱干扰下完成归一化启动,即在起始过程中噪声要相当小,否则效果不佳;(2)在上述所有算法中,由于

¹ 1997-06-10 收到, 1997-10-13 定稿

采用瞬时平方误差性能函数 $e^2(n)$ 来代替均方误差性能函数, 所以, 其算法的权值收敛过程表现为加权失调量的平均值变化规律和由于噪声引起的随机起伏项的叠加^[5]。因此, 噪声方差越大, 则随机起伏项越大, 表现为权值振动也就越大。同时, 为了追求更快的收敛性, 往往增大 μ 和 M , 但滤波器阶数越高, 步长因子 μ 和输入功率越大, 就使得失调系数也就越大^[6]。在有限次数启动迭代过程中, 也就很难收敛到较稳态值, 所以必须寻求更佳的瞬态步长算法。(3) 在启动过程中, 采用 NLMS 算法 ($\mu(k) = \lambda/r(k)$), 每步都要计算输入功率, 计算量大。

本文重点就是通过采用滑动时间窗, 减少 PLMS 算法启动过程的计算量、通过在权值迭代项中加一平滑因子而使 PLMS 算法具备全局更强的抗噪性能, 从而快速收敛。这就是本文在 PLMS 基础上提出的 SPLMS 算法。

2 改进的 PLMS 算法——SPLMS 算法

2.1 滑动时间窗在减少计算量方面的应用 设在 $k-1$ 时刻, M 维横向滤波器的输入数据序列为: $x(k-1), x(k-2), x(k-3), \dots, x(k-M)$ 。同理, 在 k 时刻, M 维横向滤波器输入数据序列为 $x(k), x(k-1), x(k-2), \dots, x(k-M+1)$ 。

比较两次输入数据序列, 可以发现, k 时刻的输入数据比 $k-1$ 时刻多了一个 $x(k)$ 项, 少了一个 $x(k-M)$ 项, 其它数据除位置有所变动外, 没有发生大的变化, 因此, 可以推出:

$$r(k) = r(k-1) + x^2(k) - x^2(k-M). \quad (7)$$

采用滑动时间窗后, 用 (7) 式计算 $r(k)$, 则其计算量每步将减少 $M-2$ 次乘法, $M-2$ 次加法, 因此, 在启动过程 ($0 \leq k \leq k_0$) 将分别减少 $k_0(M-2)$ 次乘法和 $k_0(M-2)$ 次加法。随着 M 的增加, 计算量的减少将是相当明显的。

2.2 改进的降噪处理算法 在文献 [4] 提到的几种算法中, 相对最优的为 MLMS(Mend LMS) 算法, 即

$$\mu(k) = \lambda/[1 + 2\lambda r(k)]. \quad (8)$$

它具有同 NLMS 可比拟的启动速度, 但权值失调性要比 NLMS 小许多, 同时它也相对具有全局的最优收敛性, 但它在高噪时效果也不是很好。另外分析上述所有算法表明: 在计算每时刻权值的改变量 $\Delta W(k) = 2\mu(k)\varepsilon(k)X^T(k)$ 时, 只引用了当前值, 没有考虑前次信息, 如果在迭代中, 加入一平滑项, 就可使权值振动减少, 从而更快的收敛, 即 $\Delta W(k) = 2\mu(k)\varepsilon(k)X^T(k) + \alpha\Delta W(k-1)$, 其中 $\Delta W(k) = W(k+1) - W(k)$, $\varepsilon(k)$ 为输出误差, 为此, 就提出了本文的改进算法 (SPLMS):

$$W(k+1) = W(k) + 2\mu(k)[d(k) - W^T(k)X(k)]X(k) + \alpha[W(k) - W(k-1)]; \quad (9)$$

$$\mu(k) = \lambda/[1 + 2\lambda r(k)], \quad 0 \leq k \leq k_0; \quad (10)$$

$$r(k) = r(k-1) + x^2(k) - x^2(k-M), \quad 0 \leq k \leq k_0; \quad (11)$$

$$\mu(k) = \mu(k-1)/[1 + R(k)], \quad k \geq k_0, \quad \mu(k-1) \geq \mu; \quad (12)$$

$$\mu(k) = [\mu(k) + 2M\mu(k-1-M)]/[\lambda(1 + 2M)], \quad k \geq k_0, \quad \mu(k-1) \leq \mu; \quad (13)$$

$$R(k) = \mu(k-1) \cdot r(k), \quad r(k) = X^T(k)X(k); \quad (14)$$

其中 α 是一常数为平滑因子, 它决定上一次的权值变化对本次权值更新的影响程度; μ 为动态平衡步长, 取值范围由 (6) 式决定。(9)~(14) 式中符号含义与 (1)~(5) 式中的相同。在

实际应用中,考虑到学习过程的起动速度,一般取较大的 λ 值,即 $0.9 < \lambda < 1$, $k_0 = 25 \sim 35$, $|\alpha| < 0.5$ 。

3 $\mu(k)$ 的变化特性

在 $k \geq k_0 + 1$ 过程中, $\mu(k)$ 根据不同的切换条件将围绕 μ 作升降变化, $\mu(k)$ 的迭代计算主要表现为不降即升的动态过程。对于 (13) 式, 设 $k \geq k_r$ 时, $\mu(k) < \mu$, 则在 $k \geq k_r > k_0 + 1$ 的上升过程中:

$$\Delta\mu(k+1) = \frac{\Delta\mu(k)}{\lambda(1+2M)} = \frac{\Delta\mu(k_r)}{[\lambda(1+2M)]^{k+1-k_r}}, \quad k \leq k_r; \quad (15)$$

即上升速度按指数衰减,使趋于平衡点 μ 的上升速度迅速减小。其变化过程类似于电阻电容串联电路上,电容的充电过程。对 (12) 式,由于 $\mu(k) = \mu(k-1)/(1+R(k))$, $R(k) > 0$, 即使很小的 $R(k)$ 经过一步迭代就足以使 $\mu(k) < \mu$, 再次切换到上升过程。当 $r(k)$ 较大时,下降形成的负脉冲也较大。

综上所述,在 $k \geq k_0 + 1$ 的收敛过程中, $\mu(k)$ 的时变特性等价于幅值极不对称的随机正负尖脉冲序列组成的瞬态分量和直流分量 μ 的线性叠加。瞬态分量的负脉冲强度与 $r(k)$ 瞬值对应,有利于抑制局部自激或短暂发散,减小权失调噪声,提高稳定度。在 $r(k)$ 较小时,瞬变分量趋于 0, $\mu(k) \sim \mu$ 。

4 计算机仿真

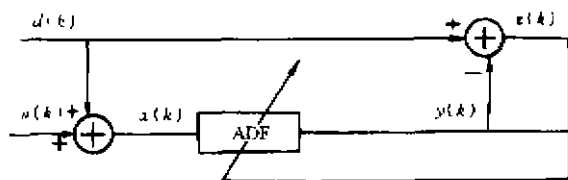


图 1 自适应滤波仿真结构图

仿真实验的结构如图 1 所示, $d(k)$ 为随机信号, $n(k)$ 是高斯白噪声, $\varepsilon(k)$ 为误差输出, $x(k)$ 为自适应滤波器的输入, $y(k)$ 为滤波器输出,在此 $x(k) = d(k) + n(k)$ 。

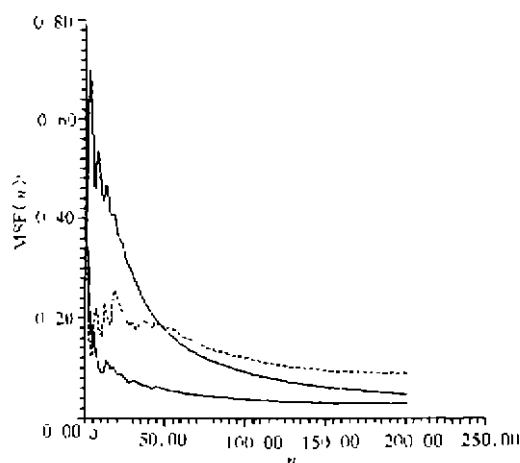
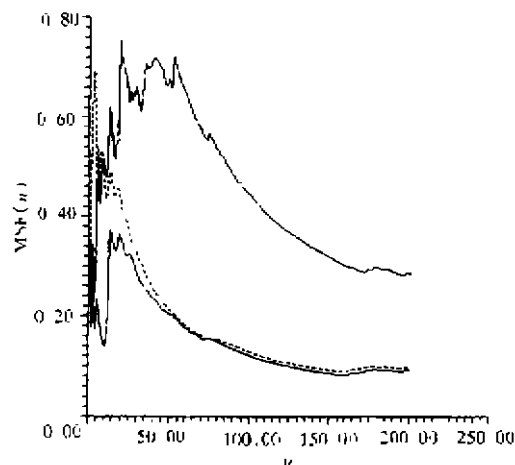
图 2 所示 $d(k)$ 为均值为 0, 方差为 1 的高斯白噪声, $n(k)$ 是与 $d(k)$ 不相

关的均值为 0, 方差为 1 的高斯白噪声, 滤波器参数: $M = 32$, $\lambda = 0.9$, $\alpha = -0.3$, $\mu = 0.01$, $\mu_L = 0.005$; 图 3 所示 $n(k)$ 为均值为 0, 方差为 0.1 的高斯白噪声, $\alpha = -0.1$, 其它参数同图 2, 分别采用 LMS, PLMS 和 SPLMS 算法进行滤波的学习曲线比较图。

从图 2(强干扰起动)和图 3(较弱干扰起动)可以看出:在强干扰下, SPLMS 具有比 LMS 好, 比 PLMS 好得多的起动速度和收敛速度。在弱干扰下, SPLMS 仍具有比 LMS 快得多的起动和收敛速度; PLMS 起动速度比 LMS 好。

5 算法性能总结

加进平滑项的规一化起动,使 SPLMS 有更高的起始收敛速度,更小的权失调噪声,更大的抑噪能力;平稳连接之后的稳态过程,趋于步长为 μ 的 LMS 算法性能,但由于瞬变分量负脉冲作用,在相近的权失调量下可按 (6) 式,取较大的 μ 值,增强算法对时变参数过程的跟踪处理能力;输入数据的非平稳性越大,噪声方差越大时,增大 α 可以明显抑制振动,从而加速收敛过程,在噪声小时可减小 α 。

图 2 $x(k)$ 为强干扰下的学习曲线图 3 $x(k)$ 为弱干扰下的学习曲线

参 考 文 献

- [1] 郑宝玉, 等. 通信工程中的最优化方法. 北京: 北京邮电大学出版社, 1996, 3, 286-293.
- [2] 刘世忠. 自适应滤波器的最小二乘算法及其应用. 四川大学学报(自然科学版), 1990, 27(4): 444-452.
- [3] 刘晓峰, 等. 一种瞬变步长 LMS 自适应滤波算法. 电子科技大学学报, 1996, 6(25): 579-582.
- [4] 唐晓泉. 强噪声干扰下语音信号的识别. 西安矿业学院学报, 1994, 5(4): 44-47.
- [5] 陈尚勤, 等. 快速自适应信息处理. 北京: 人民邮电出版社, 1996, 3, 44-47.
- [6] 龚耀寰. 自适应滤波. 北京: 电子工业出版社, 1989, 4, 18-27.

A MODIFIED ADAPTIVE LMS FILTER ALGORITHM
WITH TRANSIENT STEP

Zeng Shaohua Wei Li Liu Shaoting

(Dept. of Communication Engineering, Xi'an Mining Institute, Xi'an 710054)

Abstract A modified adaptive filter algorithm of smooth pseudo LMS(SPLMS) based on pseudo LMS(PLMS) is presented in this paper. Besides having advantages of PLMS, it has faster beginning convergence rate, lower misadjustment of weight, and better robustness against noise and disturbance. The theoretical analysis is confirmed by computer simulation results.

Key words Adaptive filter, Misadjustment noise, Convergence rate, LMS error

曾召华: 男, 1972 年生, 硕士, 主要从事数字信号处理, 语音、图象压缩编码技术研究.

韦 力: 男, 1949 年生, 副教授, 现在西安矿业学院通信工程系从事信息与电子工程专业的科研和教学工作.

刘少亭: 男, 1940 年生, 教授, 现在西安矿业学院通信工程系从事信息与电子工程专业的科研和教学工作.