

最大化算术-几何均值距离的多传感器遥感图像配准

时永刚

(北京理工大学信息科学与技术学院 北京 100081)

摘要 互信息是多模态医学图像配准的一种重要方法。它测量的是两个概率分布之间的 Kullback-Leibler(KL)距离。该文分析了 KL 距离和 Shannon 不等式之间的关系,在此基础上,提出了一种新的算术-几何均值距离,并将这一距离测度用于多传感器遥感图像的配准处理。与 Kullback-Leibler 距离不同,新的距离测度具有对称性,并且对概率值为 0 的情况不需要特殊处理。文中首先通过一维仿真信号对算术-几何(AG)测度进行了分析,并使用 Thematic Mapper (TM), Satellite POsitioning and Tracking (SPOT)遥感图像和雷达图像进行了配准实验,验证了提出的新的算术-几何均值距离函数在配准多传感器遥感图像方面的有效性。与目前常用的相关系数的方法不同,这种新方法对于像素灰度值不具有线性关系的多传感器遥感图像能够实现配准处理。

关键词 图像配准, 多传感器遥感图像, 配准测度, 算术-几何均值距离, Kullback-Leibler 距离

中图分类号: TP391, TP751

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)04-0582-05

Multi-sensor Remote Sensing Image Registration by Maximization of Arithmetic-Geometric Mean Divergence

Shi Yong-gang

(School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract Mutual information is an important method for multimodal medical image registration. It measures Kullback-Leibler (KL) divergence between two probability distributions. The connection between KL divergence and Shannon inequality is investigated. Base on the connection, a novel measure, Arithmetic-Geometric (AG) mean divergence, is proposed. It can be used for alignment of remote sensing images acquired by different sensors. Unlike KL divergence, the new measure is symmetry and do not require the condition of absolute continuity to be satisfied by the probability distribution involved. AG divergence measure is applied to one-dimensional simulated signals, and to affine registration of Thematic Mapper (TM), Satellite POsitioning and Tracking (SPOT) and Synthetic Aperture Radar (SAR) remote sensing images. The performance of AG divergence measure is validated by experiments. The results show that AG measure do not require the approximate linear relation of pixel intensity value in image pairs, and is practicable even though the gray values of images are much different from each other.

Key words Image registration, Multi-sensor remote sensing image, Registration measure, Arithmetic-geometric mean divergence, Kullback-Leibler divergence

1 引言

图像配准是对在不同时间、不同视场或者不同成像模式传感器下获得的两幅或多幅图像进行空间变换处理,使得各个图像在几何上能够匹配对应起来。图像配准的主要目的是去除或者抑制待配准图像和参考图像之间几何上的不一致,包括平移、旋转和形变。它是图像处理和分析的关键步骤,是图像对比、数据融合、变化检测和目标识别的必要前提。配准技术主要应用在遥感图像处理、医学图像分析、制图学、

计算机视觉等诸多工程研究和应用领域。

本文主要研究多传感器遥感图像,包括可见光谱图像、红外图像、微波图像和雷达图像(SAR),它们反映同一地域的不同特性,以对于该地域的地理、地质和地貌等资源信息进行总体分析,获得更加全面的综合信息。由于不同传感器的成像机理不同,获取图像的时间、角度、环境也不同,使得进行图像处理时需先进行图像配准,配准的精度和有效性直接影响信息的综合处理和利用。

在多传感器遥感图像配准中,许多因素会引起图像属性的变化,如太阳、遥感器和遥感地域位置,地形、气候、地面湿度变化,以及地物本身的变异、大气形状等。其中,各传感器成像机理不同会造成遥感图像之间的灰度属性相差

很大。甚至出现在一种成像模式下,目标呈现出清晰的图像,而与其介质模式相差较大的传感模式下,可能无法成像。如SAR图像与其它多光谱图像之间就可能出现这种情况。此外,各成像平台的高度、分辨率、方位角、成像的气候条件不同,会使得图像之间可能存在相对平移、旋转、比例缩放等。尽管不同成像模式的图像在多个方面存在着很大的差异,但是它们反映的是同一地物或目标的内容,也包含着很高程度的共同信息,这些共同信息正是多传感器图像的相似性所在,也是图像配准实现的根本依据。所有上述这些特点决定了多传感器遥感图像配准具有理论上的可能性,同时又有实现方面的困难性。

遥感图像配准技术研究已经有几十年的历史,早在上世纪70年代,已经使用互相关函数^[1]作为相似性测度完成遥感图像的配准。1995年,美国MIT人工智能实验室的Viola等^[2]和比利时的Collignos等^[3]分别独立提出用互信息方法实现多传感器医学图像的配准。此后,人们对不同成像模式的医学图像配准技术进行了大量的研究^[4-7]。2003年,Ilya等^[8]使用互信息相似性测度实现了多传感器遥感图像的配准,Xie等^[9]使用互信息用来配准RADARSAT(C-波段,HH极化方向)与JERS-1(L-波段,HH极化方向)的遥感图像。

本文对互信息,Kullback-Leibler距离和Shannon不等式之间相互关系作了分析,提出了新的算术-几何均值距离多传感器遥感图像的配准方法。通过对SPOT卫星图像,LandSat卫星的TM图像和合成孔径雷达(SAR)图像的实验分析,验证了新方法的有效性。

2 互信息, Kullback-Leibler 距离和 Shannon 不等式

在医学图像配准中,一个重要的多传感器图像配准方法就是基于Shannon信息论的互信息方法^[1-6]。对于两个离散随机变量 X 和 Y 来说,如果要度量它们之间有多大的相似程度,可以使用Shannon信息论中的互信息函数,其定义为

$$I(X, Y) = \sum_{i,j} p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{p_i p_j} \quad (1)$$

式中 p_i 是 X 的概率分布, p_j 是 Y 的概率分布, p_{ij} 是 X 和 Y 的联合概率分布值, $p_i p_j$ 是 X 和 Y 相互独立时的联合概率分布值,满足 $\sum p_i p_j = 1$, $i = 1, 2, \dots, N$; $j = 1, 2, \dots, M$ 。互信息给出了两个随机变量 X 和 Y 相互包含对方的信息量,即两个随机变量中所包含的共有信息。当 $I(X, Y) = 0$ 时,意味着 X, Y 相互独立, $I(X, Y)$ 值越大,表明两个变量之间的相似性程度越高。当两幅图像互信息最大时,表示实现了配准。图像配准就是找到互信息最大值时两幅图像之间几何上的不一致。

两个概率分布 $P = \{p_i | i = 1, \dots, n\}$ 和 $Q = \{q_i | i = 1, \dots, n\}$ 的Kullback-Leibler (KL)距离定义为^[10]

$$D_{KL}(P \| Q) = \sum_i p_i \log \frac{p_i}{q_i} \quad (2)$$

当用 p_{ij} 和 $p_i p_j$ 分别替换 p_i 和 q_i ,有 $I(X, Y) = D_{KL}((P, Q) \| (P \times Q))$ 。可见Shannon的互信息表达式度量是关于 X 和 Y 的联合概率分布 p_{ij} 和边缘概率分布的积 $p_i p_j$ 之间的KL距离。从严格的数学意义上讲,KL距离不是真正的距离,因为它不满足于距离定义的对称性和三角不等式关系,因此从概念上讲,它是一种广义的距离。KL距离在信息理论^[11]、信号处理^[12]、模式识别^[13]等方面有着广泛的应用。

在信息论中,有一个与Shannon熵相关的著名的不等式,称作Shannon不等式^[14]

$$\sum_i p_i \log p_i \geq \sum_i p_i \log q_i \quad (3)$$

当且仅当 $P=Q$ 时等式成立, P, Q 的意义与式(2)中相同。从Shannon不等式中可以看出,KL距离是Shannon不等式左右两项之差,即

$$D_{KL}(P \| Q) = \sum_i p_i \log \frac{p_i}{q_i} = \sum_i p_i \log p_i - \sum_i p_i \log q_i \quad (4)$$

3 算术-几何均值距离度量函数

从第2节的分析可以看出,Shannon互信息,KL距离和Shannon不等式之间存在着紧密的联系。从Shannon互信息和Kullback-Leibler距离可以导出两个对象之间的Shannon不等式关系。反过来,可以使用对象的不等式关系来构造新的距离测度。下面从不等式理论中一个很常见和著名的不等式-算术-几何均值不等式出发,给出新的算术-几何均值距离度量函数。

算术-几何均值不等式定义^[15]:对于两组非负实数 $P = \{p_i | i = 1, \dots, n\}$ 和 $Q = \{q_i | i = 1, \dots, n\}$,下面的不等式成立

$$\sum_i \sqrt{p_i q_i} \leq \sum_i \frac{p_i + q_i}{2} \quad (5)$$

当且仅当 $p_i = q_i$ 时等式成立。式(5)仅仅是对非负实数序列 P, Q 之间一种定性的描述关系,如果相对它们之间存在的差异性进行定量描述,可以用一个函数来度量不等式两边之差,即

$$D_{AG}(P \| Q) = \sum_i \left(\frac{p_i + q_i}{2} - \sqrt{p_i q_i} \right) \quad (6)$$

不失一般性,令 P, Q 分别表示两个概率,那么式(6)就与KL距离相类似,变成了一种概率型度量距离,本文中将式(6)称为基于算术-几何均值不等式的概率型距离,简称为算术-几何均值(AG: Arithmetic-Geometric mean)距离^[7]。容易证明,这个距离满足:(1) 正性 $D_{AG}(P \| Q) \geq 0$,且 $D_{AG}(P \| P) = 0$;(2) 对称性 $D_{AG}(P \| Q) = D_{AG}(Q \| P)$ 。

对于两个随机变量 X 和 Y ,如果它们的边缘概率密度和联合概率密度分别为 $p_i p_j$ 和 p_{ij} ,那么与KL距离一样,我们可以得到度量两个随机变量 X, Y 相似性的新度量函数:

$$D_{AG}((P_1, P_2) \| (P_1 \times P_2)) = \sum_{i,j} \left(\frac{p_{ij} + p_i p_j}{2} - \sqrt{p_{ij} p_i p_j} \right) \quad (7)$$

式(7)是两个概率密度 p_{ij} 和 $p_i p_j$ 之间的 AG 距离, 但对于随机变量 X 和 Y , 则反映了它们之间相似性的度量。能够证明 AG 距离与 KL 距离一样, 不满足距离测度的三角不等式关系, 但这并不影响它们作为度量函数间距离的有效性。通常情况下, 把这一类的距离称为广义距离。从 AG 测度的表达式可以看出, 当两个随机变量相互独立时, $p_{ij} = p_i p_j$, 这时 $D_{AG} = 0$; 当两变量间的关联性增大时, p_{ij} 和 $p_i p_j$ 之间的差异相应增大, 因而 D_{AG} 也增大; D_{AG} 取最大值时, 认为两个随机变量之间的相似程度达到了最大, 对两幅图像而言, 则认为已经相互配准。与基于 Shannon 信息论的配准测度相比, AG 测度在数学表达上更加简单, 不仅比互信息方法更节省计算量, 而且算法也更容易实现。

4 KL 距离和 AG 距离的特性比较

KL 距离和 AG 距离最大的差异性表现在: AG 距离是对称的, 而 KL 距离不对称; AG 距离没有对数和除法计算, 因而对概率的取值没有限制, 而 KL 距离要求概率值不能为 0, 特别是作为除数的概率值不能为 0。下面以简单的二项 Bernoulli 分布为例, 说明它们的差别。两个具有二项 Bernoulli 分布的概率 $p = (p, 1-p)$ 和 $q = (q, 1-q)$, 其 KL 距离和 AG 距离的 3D 函数图形如图 1 所示。

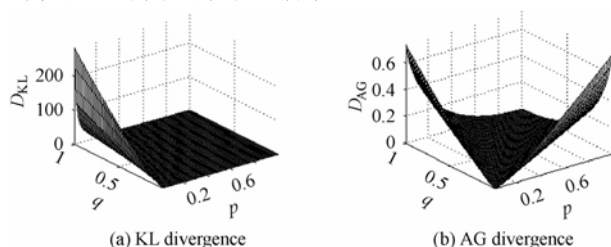


图 1 KL 距离和 AG 距离的 3D 测度函数图形

Fig. 1 3D representation of KL and AG divergence measures

从图 1 可以看出, AG 距离对称, 而 KL 距离不对称。对于两个概率分布 p 和 q , 如果 p 大而 q 很小, 则 KL 距离很大, 其对应项在整个求和公式(2)中占有大的权重; 如果 p 小而 q 很大, 此时, KL 距离很小, 其对应项在整个求和公式(2)中占很小的权重。AG 距离对两个概率分布则是等价的, 而不管这种差异是 p 大(q 小)或者 p 小(q 大)。不是一般性, 当使用 AG 和 KL 距离来度量两个变量的相似性时, 测量的是概率分布 p_{ij} 和 $p_i p_j$ 之间的距离。

5 实验和结果

在常见的遥感图像配准算法中, 常常利用相关函数来对待配准图像之间的同名点^[16], 其表达式如下:

$$R(A, B) = \frac{\sum_x \sum_y (F(x, y) - \bar{F})(G(x, y) - \bar{G})}{\left[\sum_x \sum_y (F(x, y) - \bar{F})^2 \sum_x \sum_y (G(x, y) - \bar{G})^2 \right]^{1/2}} \quad (8)$$

式中 $F(x, y)$ 和 $G(x, y)$ 分别是图像 A 和 B 在 (x, y) 位置处像素的灰度值, $\bar{F}, \bar{G}$ 则是两幅图像的灰度平均值。相关函数一般被用来配准单一传感器图像或者多光谱图像中波谱相距较近的图像, 这些图像的灰度值之间常常存在着近似的线性关系, 这些情况下, 相关函数是较好的配准测度。对于多光谱图像中波谱相距较远的图像、以及多传感器图像, 由于成像机理和波谱敏感性不同, 图像灰度存在较大的差异性, 而且并不存在线性关系。如 SAR 图像由于与可见光图像中, 同一地物或目标的图像在灰度、统计特性等方面都有较大的差异。

5.1 一维仿真信号分析

首先, 给出两个一维序列信号 $u(x)$ 和 $v(x)$ 来仿真多传感器图像信号, 如图 2 所示, 其中 $v(x) = -u(x)^2$ 。从图中可以看出, $u(x)$ 和 $v(x)$ 两个信号之间并不存在着线性关系, 在有些区域尽管变化趋势相近, 但幅度不同, 以此仿真灰度有差别但相近的图像信号; 而在另一些区域, 则存在着近乎相反的变化规律, 以此仿真多传感器图像信号。

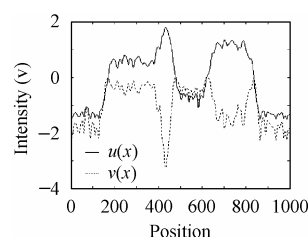


图 2 一维仿真信号

Fig. 2 1D simulated signals

图 3 给出了图 1 中两列信号 $u(x)$ 和 $v(x)$ 在水平方向上相互移位时的互相关函数和 AG 距离函数发生变化的图形。

从图 3 可以看出, 在两列信号正确对齐的位置上, AG 函数具有明显的峰值。而互相关函数一般对具有线性关系的函数的配准有效, 对不具有线性关系的两列信号则无法在正确配准位置上给出应有的全局极大值^[2]。尽管在两列信号对齐时(图 3 (a)中横轴为 0 位置)具有局部极大值, 但是局部极大值与两信号的配准位置并不对应, 因而也就不能给出正确的配准位置。

5.2 多传感器遥感图像分析

为了对 AG 距离函数作为配准测度的性能进行进一步分析, 实验中选取了 3 幅某城区的遥感图像, 如图 4 所示。(a) 为 SPOT 卫星图像, (b) 为 Landsat 卫星的 TM 图像, (c) 为 SAR 图像。实验所用图像大小是 256×256 像素, 灰度级别 256。图像的空间分辨率分别为: SPOT 卫星图像 10m, Landsat TM

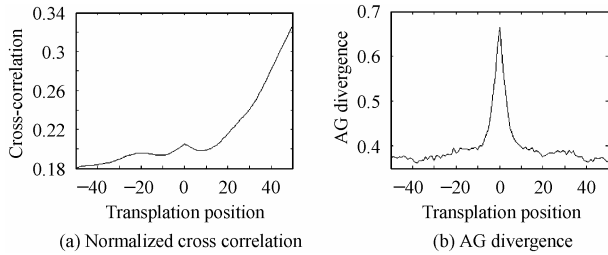


图3 配准测度函数与信号相互平移量的关系

Fig. 3 Graph of registration measures versus translation

分辨率为 30m, SAR 图像 6.25m。可以看出, SPOT, TM 与 SAR 图像之间存在着较大的灰度差异, 特别是 SAR 图像与其它两幅图像之间的差异更为明显。对于多光谱遥感图像来说, 如果它们之间的波谱距离比较小, 图像灰度之间存在着近似的线性相关关系: 当它们在波谱上相距较远时, 灰度的这种线性关系不再成立^[16], 因而使用互相关一类的方法来确定控制点对就不再可靠, 也难以确定对应的正确的配准位置。

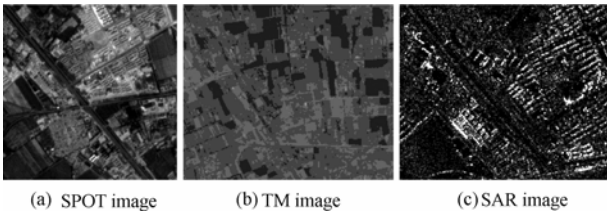


图4 多传感器遥感图像

Fig. 4 Multi-sensor remote sensing images

对于多传感器遥感图像来说, 由于成像平台所处高度、角度、方位角等不同, 图像之间常常存在着仿射变换, 这种仿射变换由笛卡尔坐标系内的旋转、平移和缩放等操作构成。为验证 AG 测度函数的性能, 本文考虑仿射变换的情况, 包含 4 个参数: $\Delta x, \Delta y, \Delta \theta, k$, 即

$$F(x, y) = T\{G(x, y)\} = T(\Delta x, \Delta y, \Delta \theta, k)\{G(x, y)\} \quad (9)$$

其中 F, G 分别为待配准图像和参考图像, T 为两幅图像之间的空间几何变换关系, $\Delta x, \Delta y$ 为水平和垂直方向的平移量, $\Delta \theta$ 为图像间的旋转角度, k 为缩放系数。这样图像配准就转化为在搜索空间内寻找 $\Delta x, \Delta y, \Delta \theta, k$ 的最优值, 使得 AG 函数取得最大值的参数优化过程。

具体配准实现过程包括搜索方法、插值方法和初值选定等几个方面。有多种极值搜索方法可以应用, 其中包括: 爬山法、梯度下降法、Powell 方向族搜索法等, 本文选用 Powell 方向族搜索法^[17]。插值函数也有多种选择, 如最近邻域函数、双线性函数和双立方函数、二次样条函数、立方 B 样条函数、高斯函数、加窗 sinc 函数等, 综合考虑计算量、计算精度和是否经常使用等因素, 本文选用双立方插值函数。搜索初值的选定使用多分辨率方法。具体的实现细节如下:

Powell 搜索法: 本文以 $k \rightarrow \Delta x \rightarrow \Delta y \rightarrow \Delta \theta$ 的顺序搜索, 因为各个图像的分辨率是已知的, 所以以这个已知值作为 k 的初值, 然后在这个初值范围附近搜索更精确地缩放比例系

数, 接着在 Δx 方向搜索到极值, 固定这个 Δx 值; 再在 Δy 方向搜索到极值后固定 Δy ; 然后是 $\Delta \theta$ 方向; 之后再回到 k 方向进行下一次迭代搜索, 如此循环往复, 直到收敛到所搜索的最优值 $(\Delta x, \Delta y, \Delta \theta, k)$ 。

数字图像的多分辨率分析是近些年在数字图像处理领域广泛使用的显著提高处理速度和精度的方法, 本文也将其应用到图像配准上。多分辨率的基本思路就是首先在最低的图像分辨率下解决问题, 这样的图像拥有最少的数据量, 取得处理结果的速度快。然后在更高的分辨率下实施处理, 将前一步低分辨率下的处理结果映射到高分辨率下作为初始值以减少计算量。迭代这个过程直到达到最高分辨率图像获得最终处理结果。本文在最低分辨率图像上, 计算量很小的情况下经全搜索找到极值, 再将参数集映射到高分辨率层次作为搜索的起始初值使用 Powell 方法搜索极值, 再向更高分辨率层次映射直到达到最高分辨率。

在图像配准中, 测度函数的计算时间成为影响应用的一个重要因素, 因为过长计算时间所导致的等待在许多实际应用的情况下也是无法满足要求的。下面对 AG 测度和 KL 测度的计算时间进行比较, 实验结果如表 1 所示。

表1 AG 与 KL 测度耗用时间的比较 (s)

Table 1 Comparison of execution time between

AG and KL divergence measures (s)			
测度	SPOT/TM	TM/SPOT	SPOT/SAR
D_{KL}	12.096	17.089	14.254
$D_{AG}^q (q=0.5)$	9.312	14.287	11.876

表 1 实验数据表明, AG 测度与 KL 距离相比, 计算速度有比较明显的提高, 这是因为 AG 测度与用开方代替了对数运算, 省去了除法运算, 节省了 KL 测度中对 0 求对数和除数为 0 时的额外判断和计算。因此, AG 测度不仅比 KL 距离有着更节省的计算量, 而且算法也容易实现。

对图 4 中多传感器遥感图像, 分别以 SPOT/TM, TM/SAR, SPOT/SAR 不同图像组合为例, 给出具体的实验配准数据和配准图像, 如表 2 和图 5 所示。

表 2 数据表示对两幅图像进行配准处理后所得到的实验数据, 其中以第 1 幅图像作为待配准(浮动)图像, 而把第 2 幅图像作为参考图像。实验使用 matlab 的坐标系统: 向右为 x 的正方向, 向下为 y 的正方向; 浮动图像逆时针旋转方向为正方向。

表2 匹配实验数据

Table 2 Results of registration experiments

实验 图像	初始值				最优值			
	k	Δx	Δy	$\Delta \theta$	k	Δx	Δy	$\Delta \theta$
SPOT/TM	0.3333	0	0	0	0.3285	5.6	30.2	-10.2
TM/SAR	4.8	0	0	0	4.757	67	46	12.2
SPOT/SAR	1.6	0	0	0	1.602	61.3	76.4	-2.1

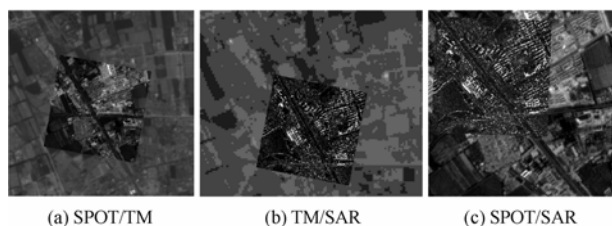


图 5 最大化 AG 距离的配准结果图像

Fig. 5 Image registration results by maximization of AG divergence

6 结束语

基于 Shannon 互信息, Kullback-Leibler 距离和 Shannon 不等式之间的相互关系, 利用算术-几何均值不等式, 提出了一种新的多传感器遥感图像配准测度函数-AG 距离测度。通过 SPOT, TM, SAR 多传感器遥感图像的配准实验, 验证了新测度的有效性。本文更多侧重于新方法的提出, 对这一新方法及其相关测度函数的考查和更加详细地分析是下一步工作的重点。接下来的工作包括: 对 AG 测度从数学物理本质和信号处理领域的应用进行深入的理论分析, 通过更多的多传感器实验图像数据进行验证, 找到 AG 测度有效性的本质, 从理论上找出设计新配准测度更有效的方法。

参 考 文 献

- [1] Thomas S L, Fred S W. Optimum filters for image registration. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1979, 15(6): 849 – 860.
- [2] Viola P, Wells W III. Alignment by maximization of mutual information. *Proc. IEEE 5th Intl. Conf. Computer Vision*, Boston, MA, USA, 1995: 16 – 23.
- [3] Collignon A, Maes F, Vandermeulen D, *et al.*. Automated multimodality image registration using information theory. *Proc. of the Information Processing in Medical Imaging Conference*, Dordrecht, 1995: 263 – 274.
- [4] Maes F, Collignon A, Vandermeulen D, *et al.*. Multimodality image registration by maximization of mutual information. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 1997, 16(2): 187 – 198.
- [5] 时永刚, 邹谋炎. 基于算术-几何均值距离的多模态图像配准. *光学技术*, 2004, 30(4): 409 – 416.
- [6] Pluim J P W, Maintz J B A, Viergever M A. Mutual information based registration of medical images: a survey. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 2003, 22(8): 986 – 1004.
- [7] Maes F, Vandermeulen D, Suetens P. Medical image registration using mutual information. *Proc. IEEE*, 2003, 91(10): 1699 – 1722.
- [8] Ilya Z, Jacqueline L M. Application of multiresolution wavelet pyramids and gradient search based on mutual information to sub-pixel registration of multisensor satellite imagery. *Proc. of SPIE Wavelets: Applications in Signal and Image Processing X*, vol. 5207, San Diego, CA, USA, 2003: 666 – 677.
- [9] Xie H, Pierce L E, Ulaby F T. Mutual Information Based Registration of SAR Images. *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, Sponsored by IEEE, Toulouse, France 2003, vol. 6: 4028 – 4031.
- [10] Kullback S, Leibler R A. On information and sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics*, 1951, 22(1): 79 – 86.
- [11] Rached Z, Alajaji F, Campbell L L. The Kullback-Leibler divergence rate between markov sources. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2004, 50(5): 917 – 921.
- [12] Do M N. Fast approximation of Kullback-Leibler distance for dependence trees and hidden Markov models. *IEEE Signal Processing Letters*, 2003, 10(4): 115 – 118.
- [13] Chen C H. *Statistical Pattern Recognition*. Rochelle Park, NJ: Hayden, 1973, chapter 4.
- [14] Rassias T M. *Survey on Classical Inequalities*. Dordercht, the Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 2000: 127 – 164.
- [15] Hardy G H, Littlewood J E, Polya G. *Inequalities*, 2nd edition, England, London, Cambridge University Press, 1952, chapter 2.
- [16] 孙家柄主编. 遥感原理与应用. 第1版, 武汉: 武汉大学出版社, 2003年2月: 135 – 137.
- [17] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, *et al.*. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1999, chapter 10.

时永刚: 男, 1970 年生, 博士, 副教授, 研究方向为数字图像处理、多源信息相似性的描述与统计分析、视频的快速并行处理算法等。