

电源纹波对放大器频率稳定度的影响^{*}

张 凤 祥

(中国科学院武汉物理研究所)

提 要

本文定量地分析了晶体管高频调谐放大器中直流稳压电源的纹波给放大器输出信号增添的相位起伏,并在此基础上建立了对应于这种相位起伏的以时瞬阿仑方差 $\sigma_A^2(\tau)$ 表征的频率稳定度的计算公式。

一、引 言

随着作为时间和频率计量标准的原子频率标准的频率稳定度的迅速提高,如超导腔频标的短稳达 $5 \times 10^{-15}/s^{[1]}$ 、氢频标长稳达 $10^{-15}/4d^{[2]}$,这对频标中低噪声伺服环路和稳定度测试装置中的电子线路,在稳定度方面提出了极高的要求,因此近年来国内外有关单位都非常重视提高电子线路自身频率稳定度的研究。实践发现,当一些频率稳定度测量装置中的直流电源存在纹波时,装置中的晶体管放大器、振荡器、倍频器……等电子线路自身的频率稳定度将下降。这进而会使整个装置的测量限下降。所以在一些高精度的频率稳定度的测量装置中,有时采用电池供电。本文专述这种纹波对放大器输出信号频率稳定度的影响。

二、电源纹波产生的相位起伏

1. 放大器输出信号的相位起伏和漂移 图1示出了晶体管高频调谐放大器的实际电路。图中输入信号

$$\dot{V}_i(t) = V_m e^{j(2\pi\nu_0 t + \phi_0)}.$$

式中, V_m 为高频信号的振幅, ν_0 为高频信号的频率, ϕ_0 为初始相位,是常数,这里假定为零(这个假定不影响我们的分析)。令输出电压信号为 $\dot{V}_0(t)$,输出电流信号为 $\dot{I}_0(t)$ 。 $\Delta E_c \sin(2\pi f_m t)$ 为电源纹波起伏, f_m 是起伏的频率,通常 $f_m = 100\text{Hz} \ll \nu_0$ 。 R_s 是信号源内阻,

$$R_s \ll \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

当图1中的 $R_0 \gg R_E$ 时,图1的高频等效电路如图2所示。图3是图1的低频等效

^{*} 1980年10月30日收到。

1981年6月25日修改定稿。

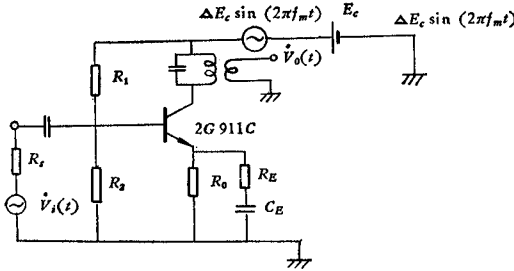


图 1 晶体管高频放大器电路

Fig. 1 Transistor high-frequency amplifier circuit

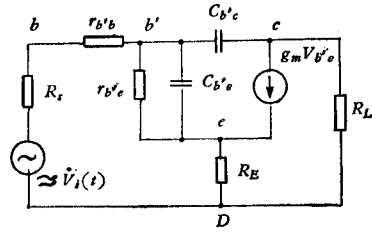


图 2 高频等效电路

Fig. 2 High-frequency equivalent circuit

电路。图 2 中: $r_{b'e}$ 为晶体管基极电阻, R_E 为发射极的外接反馈电阻, R_L 为负载阻抗。

$$r_{b'e} = (1 + \beta)r_e, \quad (1)$$

$$C_{b'e} = (\omega_T r_e)^{-1}, \quad (2)$$

$$g_m = \frac{\alpha_0}{r_e} \approx \frac{1}{r_e} = \frac{I_e}{26}, \quad (3)$$

$$I_e = I_{e0} [e^{\frac{V_{b'e}}{26}} - 1], \quad (4)$$

$$C_{b'e} = C_0 V_{b'e}^n, \quad (5)$$

上述公式中, β 为共发射极电路的短路电流增益, α_0 为共基极电路的短路电流增益, ω_T 为晶体管的特征角频率, r_e 为发射结的结电阻, $C_{b'e}$ 为发射极基极间的电容, $C_{b'e}$ 为集电结电容, g_m 为输出短路时的跨导, I_e 为发射极电流, 以 mA 为单位, I_{e0} 为发射极基极间的反向饱和电流, $V_{b'e}$ 为基极发射极间的电压, $V_{b'e}$ 为集电极基极间的电压, C_0 , n 是常数, 通常 $n = -\frac{1}{2} \sim -\frac{1}{3}$ 。

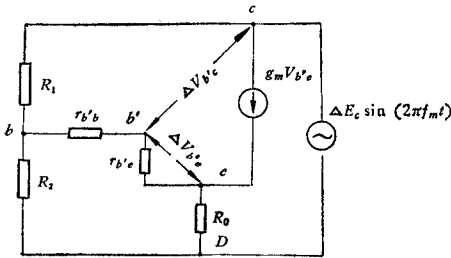


图 3 低频等效电路

Fig. 3 Low-frequency equivalent circuit

由图 2 的等效电路, 可以得出输出电压

$$\dot{V}_o(t) = G_m R_L V_m e^{j(\phi_1 + \phi_2 + \Delta\phi'_1 + \Delta\phi'_2 + \Delta\phi_2 + \pi)}, \quad (6)$$

式中, G_m 为晶体管的有效跨导 (放大器输出电流 $\dot{I}_o$ 与输入电压 $\dot{V}_i(t)$ 之比), ϕ_1 为 G_m 的相角, $\Delta\phi'_1$ 为晶体管自身噪声决定的相位起伏。实践证明, $\Delta\phi'_1$ 的功率谱密度可用 $h_{-1}f^{-1} + h_0f^0$ 两项幂律展开式来模拟^[3]。 $\Delta\phi'_1$ 是电源纹波决定的有规律的相位起伏。 ϕ_2 为负载阻抗 R_L 引进的相移, 通常因回路处于谐振状态, $\phi_2 = 0$ 。 $\Delta\phi_2$ 是 ϕ_2 的温度漂移。 $\Delta\phi_2$ 可用 αT 模拟, 其中 α 是漂移系数。关于 $\Delta\phi'_1$ 和 $\Delta\phi_2$ 的详细分析见文献 [3]。这里专述 $\Delta\phi'_1$ 对频率稳定度的影响, 并假定 ϕ_1 、 ϕ_2 、 $\Delta\phi'_1$ 和 $\Delta\phi_2$ 为零 (不影响分析结果)。

2. 电源纹波产生的相位起伏 由图 2 的等效电路可得

$$\dot{G}_m = g_m / \{1 + g_m R_E + r_{b'e}^{-1}(r_{b'b} + R_s + R_E) + j\omega\{C_{b'e} R_L [1 + (r_{b'b} + R_s + R_E)(g_m + r_{b'e}^{-1})] + C_{b'e}(r_{b'b} + R_s)\}\}, \quad (7)$$

$$\phi_1 = -\text{tg}^{-1}\omega \frac{\{C_{b'e}R_L[r_{b'e} + (r_{b'b} + R_s + R_E)(g_m r_{b'e} + 1)] + C_{b'e}(r_{b'b} + R_s)r_{b'e}\}}{[(1 + g_m R_E)r_{b'e} + r_{b'b} + R_s + R_E]} \quad (8)$$

将 ϕ_1 对 I_e 、 $C_{b'e}$ 微分得

$$\Delta\phi_1'' = \frac{\partial\phi_1}{\partial I_e} \Delta I_e + \frac{\partial\phi_1}{\partial C_{b'e}} \Delta C_{b'e} \quad (9)$$

当 $\beta \gg 1$ 时

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi_1}{\partial I_e} = [r_e^2(26)^{-1}\omega\omega_T^{-1}(r_{b'b} + R_s)(C_{b'e}R_L\omega_T + 1)] / \{ \omega^2\omega_T^{-2}(C_{b'e}R_L\omega_T + 1)^2[(r_{b'b} \\ + R_s) + \omega_T C_{b'e}R_L(r_e + R_E)(1 + \omega_T C_{b'e}R_L)^{-1}]^2 + [r_e + R_E \\ + (r_{b'b} + R_s)\beta^{-1}]^2 \} = A, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi_1}{\partial C_{b'e}} = \{ \omega R_L[r_e + R_E + (r_{b'b} + R_s)\beta^{-1}][r_e + R_E + (r_{b'b} + R_s)] / \\ \{ \omega^2\omega_T^{-2}(C_{b'e}R_L\omega_T + 1)^2[(r_{b'b} + R_s) + \omega_T C_{b'e}R_L(r_e + R_E) \\ (1 + \omega_T C_{b'e}R_L)^{-1}]^2 + [r_e + R_E + (r_{b'b} + R_s)\beta^{-1}]^2 \} = B, \end{aligned} \quad (11)$$

微分 (4)、(5) 式, 在 $\Delta N_{b'e} \ll V_{b'e}$, $\Delta V_{b'e} \ll V_{b'e}$ 的条件下, 有

$$\Delta I_e = \frac{I_e}{26} \Delta V_{b'e}, \quad (12)$$

$$\Delta C_{b'e} = -\frac{n C_{b'e} \Delta V_{b'e}}{V_{b'e}} \quad (13)$$

由图 3 的低频等效电路可求得

$$\Delta V_{b'e} = \frac{\Delta E_c \sin(2\pi f_m t) R_2 r_{b'e}}{R_2(r_{b'b} + r_{b'e} + \beta R_0) + R_1(r_{b'b} + r_{b'e} + R_2 + \beta R_0)}, \quad (14)$$

$$\Delta V_{b'e} = \frac{\Delta E_c \sin(2\pi f_m t) [R_1(R_2 + r_{b'b} + r_{b'e} + \beta R_0) + R_2 r_{b'b}]}{R_2(r_{b'b} + r_{b'e} + \beta R_0) + R_1(r_{b'b} + r_{b'e} + R_2 + \beta R_0)}. \quad (15)$$

将 (14)、(15) 式代入 (12)、(13) 式得

$$\begin{aligned} \Delta I_e = \frac{I_e}{26} \cdot \frac{\Delta E_c \sin(2\pi f_m t) R_2 r_{b'e}}{[R_2(r_{b'b} + r_{b'e} + \beta R_0) + R_1(r_{b'b} + r_{b'e} + R_2 + \beta R_0)]} \\ = a \sin(2\pi f_m t), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{b'e} = -\frac{n C_{b'e}}{V_{b'e}} \cdot \frac{\Delta E_c \sin(2\pi f_m t) [R_1(R_2 + r_{b'b} + r_{b'e} + \beta R_0) + R_2 r_{b'b}]}{[R_2(r_{b'b} + r_{b'e} + \beta R_0) + R_1(r_{b'b} + r_{b'e} + R_2 + \beta R_0)]} \\ = b \sin(2\pi f_m t). \end{aligned} \quad (17)$$

将 (10)、(11) (16)、(17) 式代入 (9) 式得

$$\Delta\phi_1'' = (Aa + Bb) \sin(2\pi f_m t) = m \sin(2\pi f_m t). \quad (18)$$

对多级级联放大器而言, 假定级联数为 N , 则

$$\Delta\phi_1'' = Nm \sin(2\pi f_m t). \quad (19)$$

(18)式、(19)式说明电源纹波 $\Delta E_c \sin(2\pi f_m t)$ 的存在, 会使晶体管基极发射极间电压 $V_{b'e}$, 基极集电极间电压 $V_{b'c}$ 产生起伏 $\Delta V_{b'e}$ 、 $\Delta V_{b'c}$, 进而产生 ΔI_e 、 $\Delta C_{b'e}$, 从而给放大器的输出信号增添一个相位起伏 $\Delta\phi_1''$, 即电源纹波的起伏给放大器的输出信号增添了一个相

表 1 Tab. 1

参 数	管 型	2G912	2G911	3DG8C	3AG63
$I_e(\text{mA})$		3	3	3	3
$V_{ce}(\text{V})$		9	9	9	9
$V_{cb}(\text{V})$		8.3	8.3	8.3	8.3
$r_{b'b}(\Omega)$		11	20	25	20
β		18	25	32	63
$f_T(\text{MHz})$		2000	800	250	100
$C_{b'e}(\text{pF})$		1	1	4	23
$R_1(\text{k}\Omega)$		4.7	6.3	7.5	15
$R_2(\text{k}\Omega)$		2.2	3	3.6	7.5
$R_3(\Omega)$		50	50	50	50
$R_0(\text{k}\Omega)$		1	1	1	1
$R_L(\text{k}\Omega)$		0.8	0.8	0.8	0.8
$R_E(\Omega)$		47	47	47	47
$r_e(\Omega)$		8.7	8.7	8.7	8.7
$r_{b'e}(\Omega)$		165	226	287	556
n		-0.5	-0.5	-0.5	-0.5
$\Delta E_c(\text{mV})$		1	1	1	1
$A(\text{rad/A})$		1.45×10^{-3}	1.9×10^{-3}	8×10^{-3}	12×10^{-3}
$B(\text{rad/F})$		5.1×10^{10}	5.3×10^{10}	5.4×10^{10}	1.89×10^{10}
$a(\text{A})$		0.31×10^{-6}	0.308×10^{-6}	0.3×10^{-6}	0.306×10^{-6}
$b(\text{F})$		4.4×10^{-17}	4.4×10^{-17}	1.7×10^{-16}	1×10^{-15}
$m_{\text{算}}(\text{rad})$		2.24×10^{-6}	2.33×10^{-6}	9.18×10^{-6}	18.9×10^{-6}
$m_{\text{实}}(\text{rad})$		2.5×10^{-6}	2.5×10^{-6}	9.1×10^{-6}	20×10^{-6}

位起伏。

表 1 中示出了 A 、 B 、 a 、 b 、 m 的值, 其中 $m_{\text{算}}$ 是在实测 2G912、2G911、3DG8C、3AG63 工作参数的基础上用上述公式计算得到的结果, $m_{\text{实}}$ 是用图 5 的测试电路实测的结果。由表 1 不难看出 $m_{\text{算}}$ 与 $m_{\text{实}}$ 之间的差最大值达 10% 左右, 这种误差主要来源于晶体管参数 $C_{b'e}$ 的测试误差。特别是本实验中使用的 $C_{b'e}$ 很小 ($\approx 1\text{pF}$), 由此引进的测试误差可达 5—10%。此外, $r_{b'b}$ 、 ω_T 、 β 的测量误差, 测试系统自身的噪声和空间电磁感应等因素均影响测试结果的精度。

三、电源纹波决定的频率稳定度

由瞬时相对频偏 $y(t)$ 和自相关函数 $R_y(\tau)$ 的定义可得与 $\Delta\phi_1''$ 对应的 $y_1(t)$ 和 $R_{y_1}(\tau)$

$$y_1(t) = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\Delta\phi_1''}{dt} = \frac{1}{2\pi\nu_0} [2\pi N m f_m \cos(2\pi f_m t)] = N m f_m \nu_0^{-1} \cos(2\pi f_m t), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} R_{y_1}(\tau) &= \langle y_1(t) y_1(t + \tau) \rangle = m^2 N^2 f_m^2 \nu_0^{-2} \langle \cos(2\pi f_m t) \cos[2\pi f_m(t + \tau)] \rangle \\ &= 0.5 m^2 N^2 f_m^2 \nu_0^{-2} \cos(2\pi f_m \tau), \end{aligned} \quad (21)$$

式中, τ 是取样时间, $\langle \dots \rangle$ 表示在无限时间内的平均值。由功率谱密度 $S_{y_1}(f)$ 的定义可得

$$\begin{aligned}
S_{y_1}(f) &= 2N^2m^2f_m^2\nu_0^{-2} \int_0^\infty \cos(2\pi f_m\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau \\
&= N^2m^2f_m^2\nu_0^{-2} \int_0^\infty \{ \cos[2\pi(f+f_m)\tau] + \cos[2\pi(f-f_m)\tau] \} d\tau \\
&= 0.5N^2m^2f_m^2\nu_0^{-2} [\delta(f+f_m) + \delta(f-f_m)], \quad (22)
\end{aligned}$$

式中, f 是傅里叶频率; $\delta(f \pm f_m) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos[2\pi(f \pm f_m)\tau] d2\pi\tau$, 称为 δ 函数, δ 函数有如下性质:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \delta(z) dz &= 1; \\ \delta(z) &= 0, \quad z \neq 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

(22) 式中 $\delta(f+f_m)$ 是 $f = -f_m < 0$ 的分量, 因为它不落入 $S_{y_1}(f)$ 定义的范围, 故

$$S_{y_1}(f) = 0.5N^2m^2f_m^2\nu_0^{-2}\delta(f-f_m). \quad (24)$$

由 $S_{y_1}(f)$ 与对应的时畴表征的阿仑方差 $\sigma_{y_1}(\tau)$ 的转换关系和 δ 函数的性质得

$$\begin{aligned}
\sigma_{y_1}^2(\tau) &= 2 \int_0^\infty S_{y_1}(f) df \frac{\sin^4(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^2} \\
&= N^2m^2f_m^2\nu_0^{-2} \frac{\sin^4(\pi f_m\tau)}{(\pi f_m\tau)^2}. \quad (25)
\end{aligned}$$

所以

$$\sigma_{y_1}(\tau) = mN \sin^2(\pi f_m\tau) / \pi \nu_0 \tau. \quad (26)$$

$\sigma_{y_1}(\tau)$ 与 τ 的关系见图 4. 由 (26) 式和

图 4 可以看出, 当 $\pi f_m\tau = K \frac{\pi}{2}$ 时, K 为

偶数, $\sigma_{y_1}(\tau) = 0$; K 为奇数时, $\sigma_{y_1}(\tau)$

有最大值, 此时

$$\sigma_{y_1,\max}(\tau) = mN / \pi \nu_0 \tau. \quad (27)$$

由 (27) 式可知, $\sigma_{y_1,\max}(\tau) - \tau$ 特性的斜率是 $1/\tau$. 例如: 将图 1 所示放大器用的晶体管 2G911 的工作参数 (表 1): $m = 2 \times 10^{-6} \text{rad}$ 、 $N = 1$ 、 $\Delta E_c = 1 \text{mV}$ 、 $\tau = 1 \text{s}$ 、 $\nu_0 = 5 \times 10^6 \text{Hz}$ 代入 (24) 式, 可以得出 $\sigma_{y_1,\max}(1\text{s}) \cong 1.3 \times 10^{-13}$.

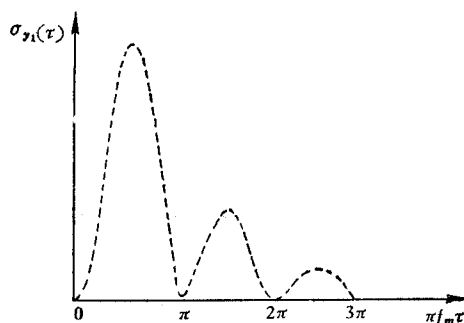


图 4 $\sigma_{y_1}(\tau)$ 与 τ 的关系

Fig. 4 $\sigma_{y_1}(\tau)$ versus τ

四、低通滤波后的频率稳定度

这里所说的低通滤波后的频率稳定度是指放大器电源纹波对信号产生的相位起伏, 经低通滤波后信号的频率稳定度. 当放大器被用于频率稳定度测试装置和原子频标伺服电路中时, 电源纹波对放大器输出信号频率稳定度的影响 (与上节的情形相比) 发生了变化. 此时应在 (24) 式右边乘上一个低通因子 $f_H^2 / f^2 + f_H^4$, 其中 f_H 是测试系统 (或伺服环路) 的截止频率, 即

$$S_{y_1}(f) = 0.5m^2N^2f_m^2\nu_0^{-2}\delta(f-f_m)(f_H^2/f^2 + f_H^4). \quad (28)$$

对应的

$$\begin{aligned}\sigma_{y_i}^2(\tau) &= 2 \int_0^\infty S_{y_i}(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \\ &= m^2 N^2 f_H^2 \sin^4(\pi f_m \tau) / (f_m^2 + f_H^2) \pi^2 v_0^2 \tau^2;\end{aligned}\quad (29)$$

$$\sigma_{y,\max}(\tau) = m N f_H / \pi v_0 \tau (f_m^2 + f_H^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (30)$$

例 (1) 某频率稳定度测试装置中的放大器, 由三级图 1 所示的单级放大器级联而成. 装置的 $f_H = 10\text{kHz}$, 其它数据与上节例子相同. 因 $f_H \gg f_m$, 故 $\sigma_{y,\max}(1\text{S}) = 3.9 \times 10^{-13}$.

(2) 某频标的环路截止频率 $f_H = 50\text{Hz}$, 其它数据与例 (1) 相同, 代入 (30) 式, 则得 $\sigma_{y,\max}(1\text{S}) = 1.75 \times 10^{-13}$.

五、测量方法

观察电源纹波决定的相位起伏的方法如图 5 所示. 改变图中低频信号发生器输出的大小, 即改变电源纹波的大小. 例如: 使纹波为 10mV 、 100mV , 记下对应的选频放大器的输出, 然后外推出实际供电的直流稳压电源的纹波决定的相位起伏. 图 5 中的双平衡鉴相器性能的好坏较为关键, 要求它噪声小, 平衡性能好. 通常采用低噪声肖特基二极管 (实验中采用 ZH1A 环形组件混频器代替). 对低频选频放大器的要求是低噪声和窄

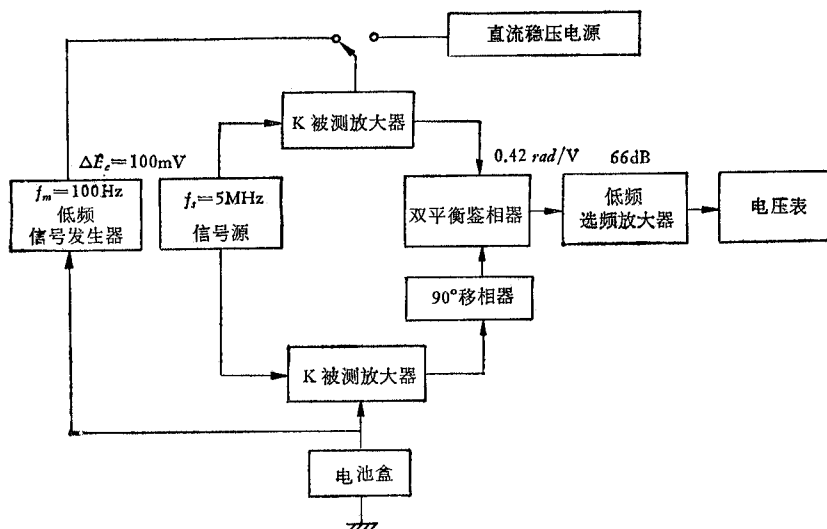


图 5 测量相位起伏的方框图

Fig. 5 Block diagram for measuring phase fluctuation

带. 我们制作的低频选频放大器的具体电路如图 6 所示. 图中虚线部份为有源高 Q ($= 100$) 电感^[5]. 放大器的带宽 $2\Delta f = 1.1\text{Hz}$, 增益 $K \geq 80\text{dB}$. 90° 相移器是由约 10m 长的 SYV-50 型同轴射频电缆线构成.

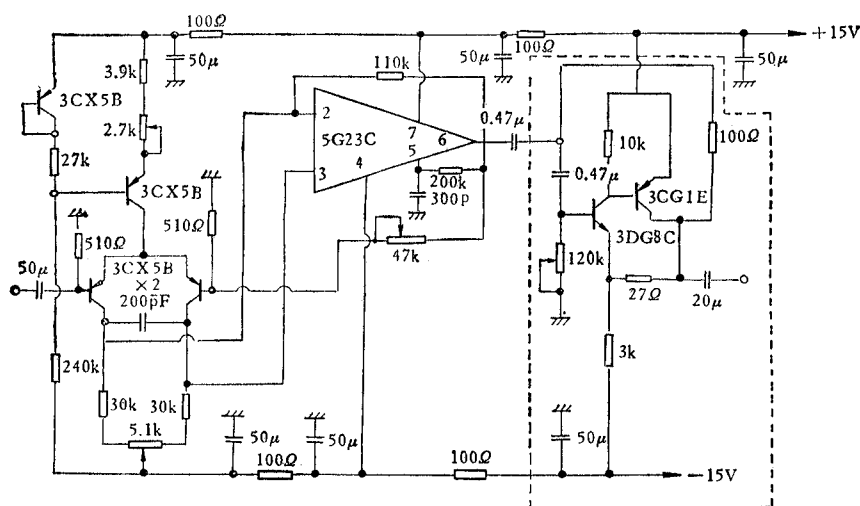


图 6 低频选频放大器电路

Fig. 6 Low-frequency selection amplifier circuit

六、结 论

本文定量地分析了电源纹波对晶体管放大器输出信号相位起伏的影响; 同时在此基础上推导了电源纹波对放大器输出信号频率稳定度影响的时畴表征 $\sigma_y^2(\tau)$ 的计算公式。这个计算公式不仅适用于放大器, 也适用于振荡器^[6], 导出这些公式大大简化了电源纹波对输出信号频率稳定度的影响的测试工作。

本文得到张承修教授的热心指导, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] S. R. Stein, *NBS, Proc. 29 Annu. Freq. Contr. Symp.*, 1975, pp. 321.
- [2] 佐分利义和, 应用物理, **12** (1977), 1203.
- [3] 张凤祥, 频标与显示, 1977年, 第1期, 第63页.
- [4] 张凤祥, 时间与频率, 1980年, 第3期, 第17页.
- [5] 李远文, 电子学报, **7** (1979) 2, 61.
- [6] 张凤祥, 电子计测与频率控制, 1980年, 第4期, 第68页.

POWER RIPPLE EFFECT ON FREQUENCY STABILITY OF AMPLIFIERS

Zhang Feng-xiang

(Wuhan Institute of Physics)

In this artical, the phase fluctuation of amplifier output signals caused by the direct current power ripple is analysed quantitatively and the calculation formulas for the corresponding frequency stability characterized by time-domain Allen variance $\sigma_y^2(\tau)$ is derived.